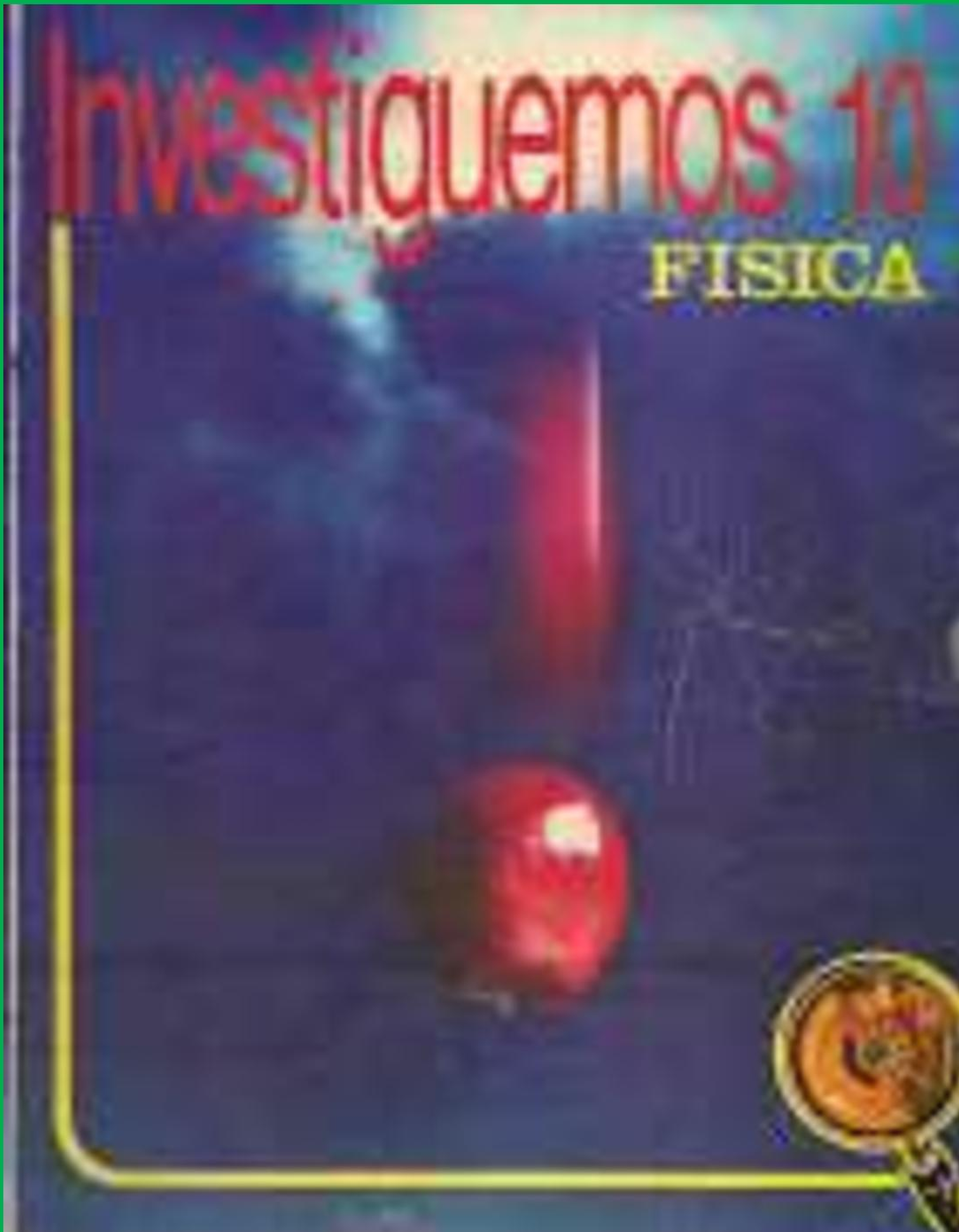
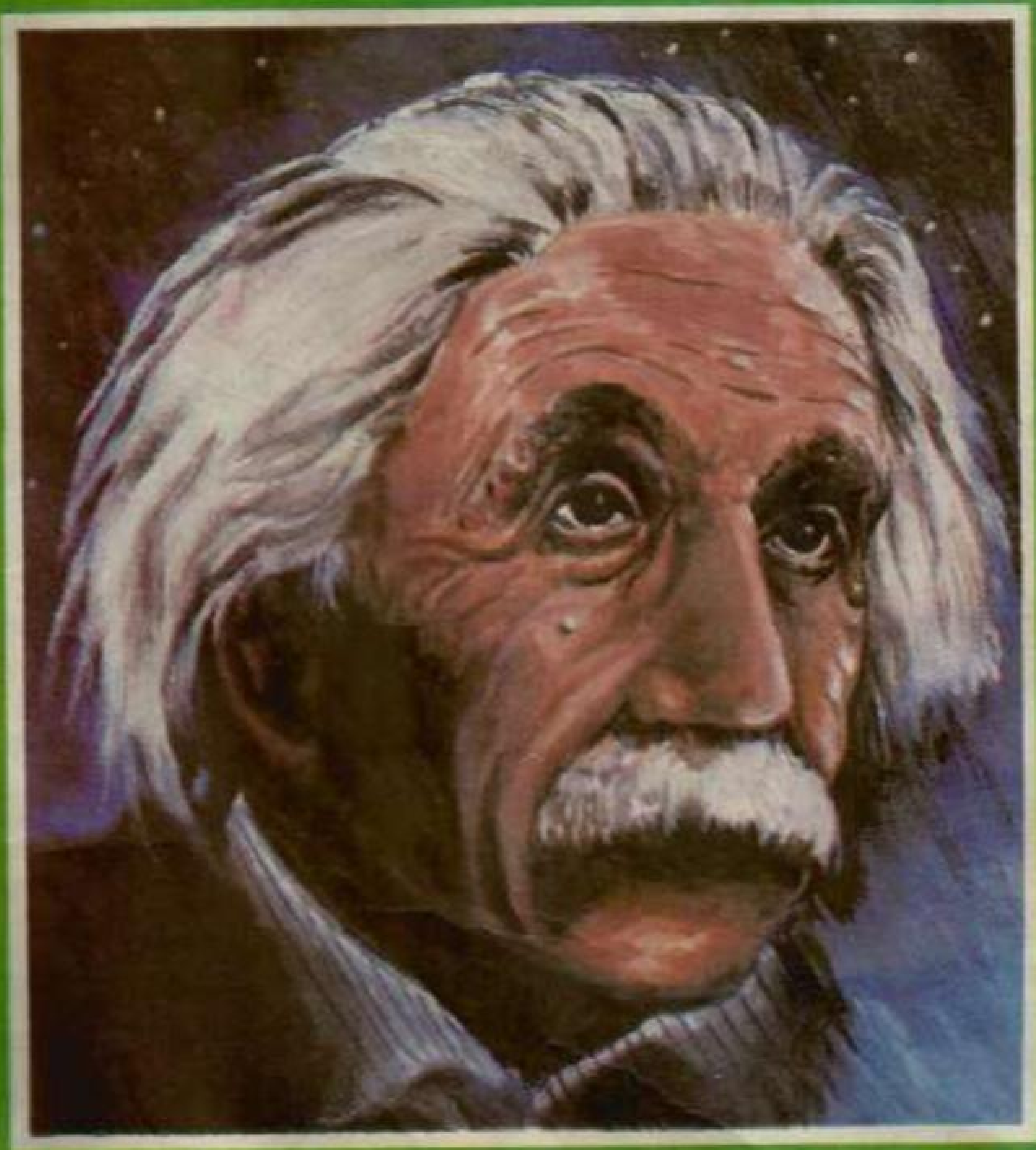

Investiguemos 10
FISICA

CONTENIDO

UNIDAD 1
El mundo físico



Pensad que las cosas maravillosas que podréis aprender en vuestras escuelas son el trabajo de muchas generaciones, que en todos los países de la Tierra las lograron con mucho afán y mucha fatiga. Las ponemos en vuestras manos como herencia, para que las respetéis, desarrolléis, y fielmente las entreguéis a vuestros hijos. Así es como nosotros, los mortales, nos hacemos inmortales, transmitiendo el trabajo hecho por todos.

Si pensáis en esto, encontraréis sentido a la vida y a vuestros esfuerzos, y podréis transmitir vuestras certeras convicciones a otros pueblos y otras épocas.

Einstein

Objetivos

1. **Identificar las raíces técnicas y sociales que dieron origen a la Física.**
2. **Valorar la importancia de la Física en el desarrollo del pensamiento humano.**
3. **Emplear un sistema de unidades para el trabajo con magnitudes físicas.**
4. **Medir algunas magnitudes básicas de la Física.**
5. **Aplicar el método científico para la interpretación de los fenómenos naturales.**

Introducción

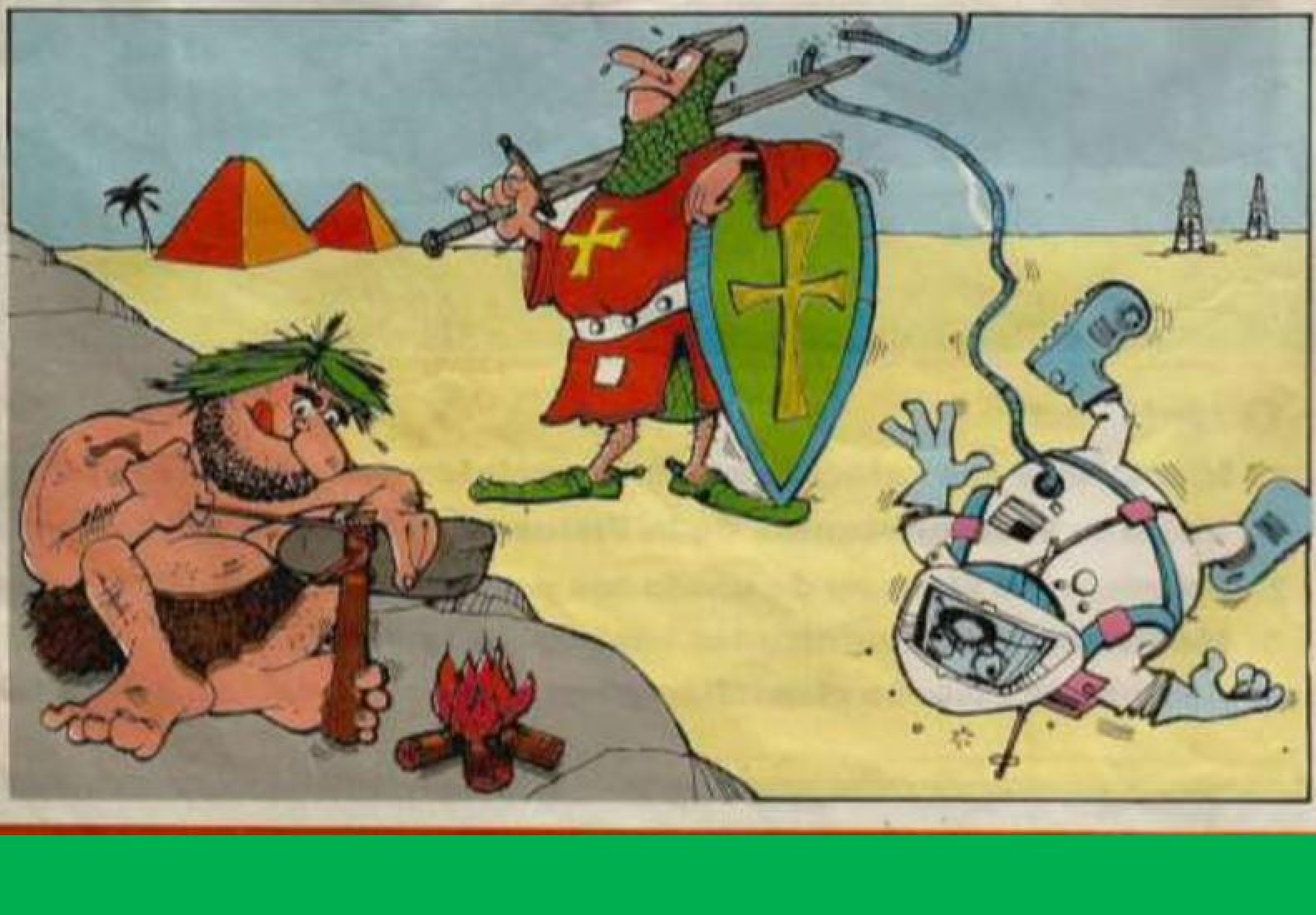
La ciencia, del latín "Scire" que significa conocer, es el estudio de las leyes que rigen los diversos aspectos de la naturaleza.

Desde el hombre primitivo que aprendió a utilizar una rama como arma defensiva, domesticó el fuego, talló la piedra y posteriormente construyó las civilizaciones egipcia, china, azteca, maya entre otras, hasta el hombre que conquista el espacio, controla la energía nuclear y tiene el alto grado de desarrollo actual, han transcurrido quizás dos o tres millones de años. A lo largo de este período, la interacción del hombre con la naturaleza, ha permitido que poco a poco la humanidad imponga su dominio con el empleo de la técnica y la ciencia.

¿Cómo controlar el fuego? ¿Por qué se enferman y mueren los seres vivos? ¿Cómo renovar las fuentes de energía?, son ejemplos de los interrogantes que el hombre se ha formulado y cuyas respuestas ha sistematizado en las diferentes ramas de la ciencia.

La ciencia hace parte del progreso social de la humanidad y su método se emplea en cualquier área de la investigación y del conocimiento; a la vez que sus aplicaciones en los procesos técnicos hacen posible el mejoramiento de las condiciones de la humanidad.

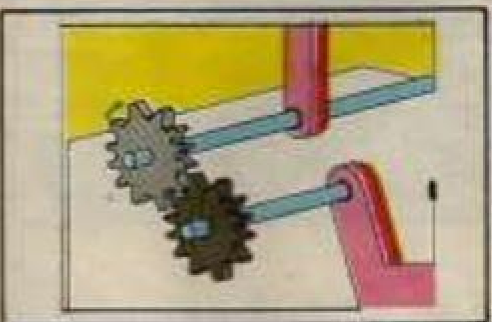
Una de las características más importantes de la ciencia, es que sus conclusiones deben estar de acuerdo con la experiencia, lo que plantea la necesidad de modificar la ley cuando se ha comprobado que no es totalmente válida. Esto es, la ciencia no está acabada, ni ha culminado su desarrollo, la ciencia se encuentra en continuo renacer.



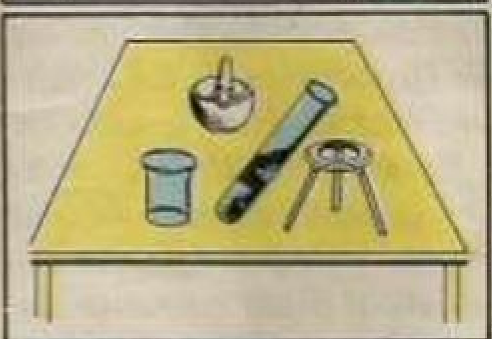
La Física y otras ciencias

Como la naturaleza es única, la ciencia también lo es. Sin embargo, con el objeto de facilitar su estudio, se ha dividido en varias ramas.

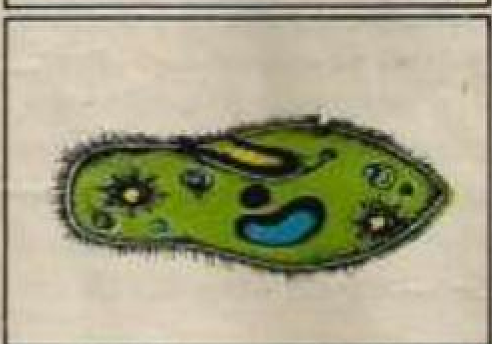
La frontera entre estas ramas de la ciencia, es difícil de demarcar; el desarrollo de cada una está ligado al avance de las otras ramas. Sin embargo, se destaca **Galileo Galilei**, quien estableció el **método deductivo experimental**, dando de esta forma nacimiento a la ciencia moderna. Es así, como con la Física se estableció **el método científico** de investigación y actualmente ningún avance puede realizarse sin sus procedimientos y contenidos.



La Física: ciencia que estudia las propiedades de la materia y las leyes que tienden a modificar su estado o su movimiento sin cambiar su naturaleza.

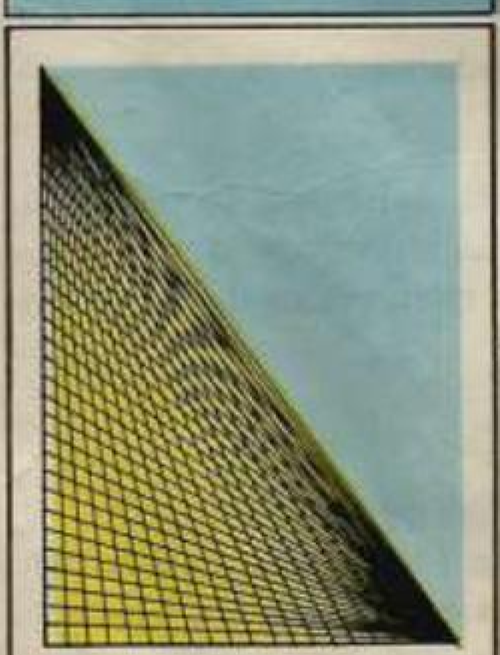


La Química: ciencia que estudia la naturaleza y las propiedades de los cuerpos simples, la acción molecular de los mismos y las combinaciones debidas a dichas acciones.



La Biología: ciencia que estudia las leyes de la vida.

La Astronomía: ciencia que trata de la posición, movimiento y constitución de los cuerpos celestes.



La Geología: ciencia que tiene por objeto el estudio de la materia que compone el globo terrestre, su naturaleza, su situación y las causas que la han determinado.

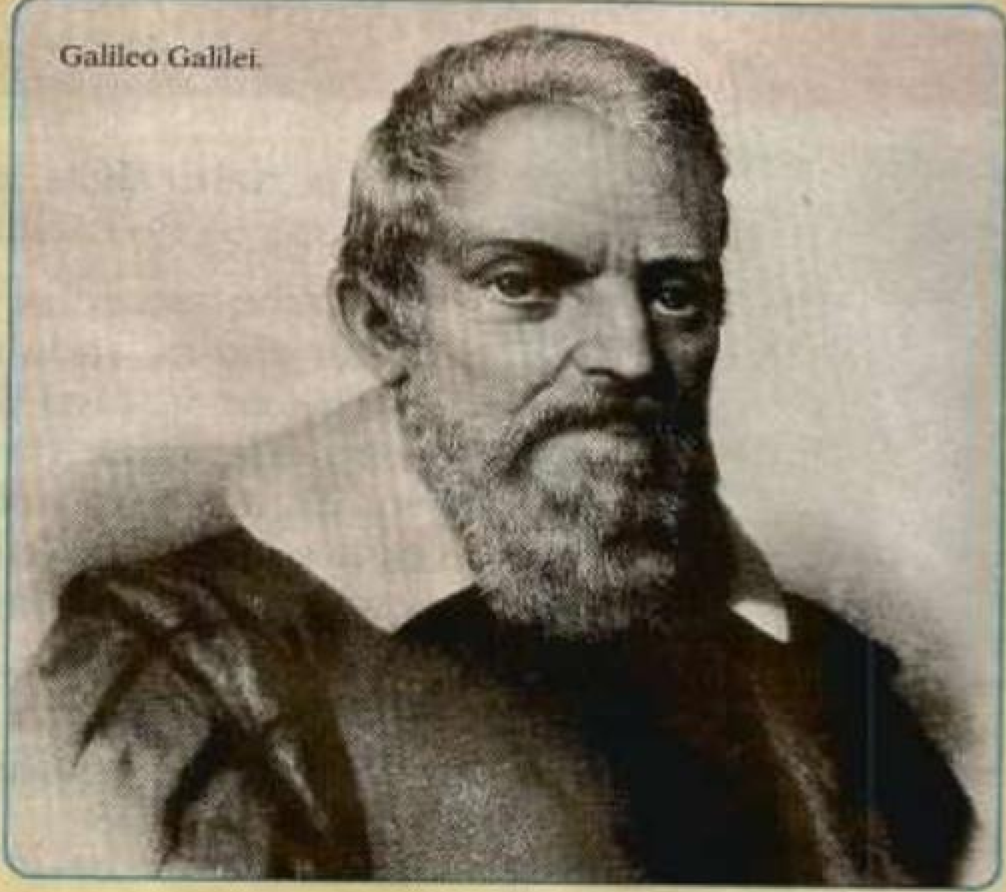
La Ingeniería: aplicación de las ciencias físico-matemáticas a la invención, perfeccionamiento y utilización de la técnica industrial.

TALLER 1

A continuación se reproduce un fragmento de uno de los últimos diálogos de Galileo, tomado de la obra "Galileo Galilei" de Bertold Brecht.

"En las horas libres de que dispongo, y que son muchas, he recapacitado sobre mi caso. He meditado sobre cómo me juzgará el mundo de la ciencia, del que no me considero más como miembro. Hasta un comerciante en lanas, además de comprar barato y vender caro, debe tener la preocupación de que el comercio con lanas no sufra tropiezos. El cultivo de la ciencia me parece que requiere especial valentía en este caso. La ciencia comercia con el saber, con un saber ganado por la duda. Proporcionar saber sobre todo y para todos, y hacer de cada uno un desconfiado, eso es lo que pretende. Ahora bien, la mayoría de la población es mantenida en un vaho nacarado de supersticiones y viejas palabras por sus príncipes, sus hacendados, sus clérigos, que sólo desean esconder sus propias maquinaciones. La miseria de la mayoría es vieja como la montaña y desde el púlpito y la cátedra se manifiesta que esa miseria es indestructible como la montaña. Nuestro nuevo arte de la duda encantó a la gran masa. Nos arrancó el telescopio de las manos y lo enfocó contra sus torturadores. Estos hombres egoístas y brutales, que aprovecharon ávidamente para sí los frutos de la ciencia, notaron al mismo tiempo que la fría mirada de la ciencia se dirigía hacia esa miseria milenaria pero artificial que podía ser terminantemente anulada, si se los anulaba a ellos. Nos cubrieron de amenazas y sobornos, irresistibles para las almas débiles. ¿Pero acaso podíamos negarnos a la masa y seguir siendo científicos al mismo tiempo? Los movimientos de los astros son ahora fáciles de comprender, pero lo que no pueden calcular los pueblos son los movimientos de sus señores. La lucha por la mensurabilidad del cielo se ha ganado por medio de la duda; mientras que las madres romanas, por la fe, pierden todos los días la disputa por la leche. A la ciencia le interesan las dos luchas. Una humanidad tambaleante en ese milenario vaho nacarado, demasiado ignorante para desplegar sus propias fuerzas, no será capaz de desplegar las fuerzas de la naturaleza que ustedes describen. ¿Para qué trabajan? Mi opinión es que el único fin de la ciencia debe ser aliviar las fatigas de la existencia humana. Si los hombres de ciencia, atemorizados por los déspotas, se conforman solamente con acumular el saber por el saber mismo, se corre el peligro de que la ciencia sea mutilada y de que sus máquinas sólo signifiquen nuevas calamidades. Así vayan descubriendo con el tiempo todo lo que hay que descubrir, su progreso sólo será un alejamiento progresivo para la humanidad. El abismo entre ustedes y ella puede llegar a ser tan grande que las exclamaciones de júbilo por un invento cualquiera recibirán como eco un aterrador griterío universal. Yo, como hombre de ciencia, tuve una oportunidad excepcional: en mi época la astronomía llegó a los mercados. Bajo esas circunstancias únicas, la firmeza de un hombre hubiera provocado grandes conmociones. Si yo hubiese resistido, los estudiosos de las ciencias naturales habrían podido desarrollar algo así como el juramento de Hipócrates de los médicos, la solemne promesa de utilizar su ciencia sólo en beneficio de la humanidad. En cambio ahora, como están las cosas, lo máximo que se puede esperar es una generación de enanos inventores que puedan ser alquilados para todos los usos. Además estoy convencido, Sarti, de que yo nunca estuve en grave peligro. Durante algunos años fui tan fuerte como la autoridad. Y entregué mi saber a los poderosos para que lo utilizaran, para que no lo utilizaran, para que abusaran de él, es decir, para que le dieran el uso que más sirviera a sus fines. Yo traicioné a mi profesión. Un hombre que hace lo que hice yo no puede ser tolerado en las filas de las ciencias".

Galileo Galilei.



"Galileo Galilei" de Bertold Brecht.

1. Elabora una lista de las palabras cuyo significado no conoces, e investígalas en el diccionario.

2. Resume las ideas fundamentales expuestas en el fragmento.

3. Según el artículo, ¿cuál debe ser la relación entre el desarrollo de la ciencia y la satisfacción de las necesidades materiales de los hombres?

4. **Piensa y realiza.**

   - Elabora una definición de Ciencia.
   - Justifica el por qué la Física es una ciencia.
   - Establece diferencias entre el campo de estudio de la Física y la Química.

La medida en Física

Los esfuerzos realizados por Carlomagno, para unificar el sistema de unidades fracasaron debido a que cada señor feudal fijaba por derecho, sus propias unidades.

Origen

Desde que se formaron las sociedades primitivas, tuvo el hombre la necesidad de medir. Todo parece indicar que las primeras magnitudes empleadas fueron la longitud y la masa. Para la primera se estableció como unidad de comparación el tamaño de los dedos y la longitud del pie entre otros; para la masa, se compararon las cantidades mediante piedras, granos, conchas, etc. Este tipo de medición era cómodo porque cada persona llevaba consigo su propio patrón de medida. Sin embargo, tenía el inconveniente que las medidas variaban de un individuo a otro.

Unificación

A medida que aumentó el intercambio entre los pueblos, se tuvo el problema de la diferencia de los patrones anatómicos usados y surge la necesidad de poner orden a esta situación.

El primer patrón de medida de longitud lo estableció Enrique I de Inglaterra, quien llamó "yarda" a la distancia entre su nariz y el dedo pulgar. Sin embargo, la verdadera revolución en la metrología se dio en el siglo XVII cuando se crea en Francia la "**toesa**" que consistía en una barra de hierro con una longitud aproximada de dos metros. Posteriormente, con la revolución francesa se crea el **sistema métrico decimal**, lo cual permitió unificar las diferentes unidades, con el empleo de un sistema de equivalencias acorde con el sistema de numeración decimal.

Sistema Internacional de Unidades

En el año de 1960, durante la Décimoprimera Conferencia General de Pesas y Medidas, se creó el **Sistema Internacional de Unidades (SI)**, el cual seguiremos en este libro. Sus unidades básicas de longitud, masa y tiempo aparecen en el siguiente cuadro:

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s

El metro:
Inicialmente, el metro se definió como **la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre**. Luego, al pretender materializar esta idea, se construyó un metro prototipo, que serviría de guía para su reproducción y fue definido como **la longitud que tiene la barra patrón de platino e iridio que se conserva en el pabellón de Bretevil.**

En la actualidad, debido al adelanto en la investigación científica y a la necesidad de un excelente grado de exactitud en la medición, se define el metro como **la longitud equivalente a 1 650 763.73 veces la longitud de onda en el vacío de la radiación correspondiente a una transición del átomo de kriptón 86**.

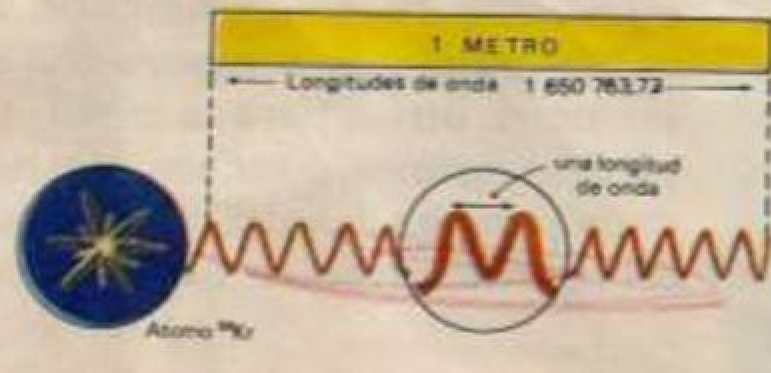


Fig. 1.

El kilogramo:

Kilogramo es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo.

La unidad de masa en el sistema internacional (SI) es el kilogramo, que también ha pasado históricamente por dos definiciones diferentes. Primero se definió como la masa que tiene un litro de agua a 4°C; luego, esta cantidad de masa se materializó dando origen a la segunda definición del kilogramo.

El segundo:

En Colombia, el Icontec adoptó para el país las normas del SI.

A partir de la duración promedio del período de rotación de la Tierra sobre su eje, se definió inicialmente segundo, **como la ochenta y seis mil cuatrocientosava parte del día solar medio**. Pero debido a la poca exactitud de este patrón que no correspondía a la precisión de los trabajos científicos que la actualidad requería, se define el segundo de la siguiente forma:

Segundo, duración de 9 192 631 770 períodos de la variación entre dos niveles del estado fundamental del átomo de cesio 133.

Múltiplos y submúltiplos

El Sistema Internacional de Unidades o **SI** cuenta con catorce prefijos que indican los múltiplos y submúltiplos de la unidad patrón.

Los prefijos de factores mayores que la unidad provienen del griego, mientras los de los factores menores que la unidad vienen del latín.

Múltiplos

Prefijo	Símbolo	Factor de multiplicación
Deca	D	$10^1 = 10$
Hecto	H	$10^2 = 100$
Kilo	K	$10^3 = 1\,000$
Mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
Giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
Tera	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$
Peta	P	$10^{15} = 1\,000\,000\,000\,000\,000$
Exa	E	$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

Submúltiplos

Prefijo	Símbolo	Factor de multiplicación
deci	d	$10^{-1} = 0.1$
centi	c	$10^{-2} = 0.01$
mili	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	μ	$10^{-6} = 0.000001$
nano	n	$10^{-9} = 0.000000001$
pico	p	$10^{-12} = 0.000000000001$
femto	f	$10^{-15} = 0.000000000000001$
Atto	a	$10^{-18} = 0.000000000000000001$

Otros sistemas

Hoy es obligatorio usar el Sistema Internacional de Unidades o SI como patrón en el comercio, la industria y la investigación científica. Sin embargo, todavía subsiste el **sistema CGS** o cegesimal cuyas unidades básicas son: el centímetro, el gramo y el segundo, para longitud, masa y tiempo, respectivamente.

En el Reino Unido y en las antiguas colonias británicas se utiliza el sistema inglés, cuyas unidades básicas son: el pie para la longitud, la libra para la masa y el segundo para el tiempo.

En este libro, se utiliza fundamentalmente el SI pero presentaremos en algunos ejemplos y problemas magnitudes expresadas en el CGS.

Notación científica

La notación científica sirve para expresar en forma cómoda aquellas cantidades que son demasiado grandes o demasiado pequeñas. Para entender el método, recordemos que las potencias de 10 se representan así:

Un número está escrito en notación científica cuando se expresa como un número comprendido entre uno y diez, multiplicado por la potencia de diez correspondiente.

La notación científica facilita la escritura de números demasiado grandes o demasiado pequeños.

$1 = 10^0$	$0.1 = 10^{-1}$
$10 = 10^1$	$0.01 = 10^{-2}$
$100 = 10^2$	$0.001 = 10^{-3}$
$1000 = 10^3$	$0.0001 = 10^{-4}$
$10000 = 10^4$	$0.00001 = 10^{-5}$
$100000 = 10^5$	$0.000001 = 10^{-6}$

Un número está escrito en notación científica cuando se expresa como un número comprendido entre uno y diez, multiplicado por la potencia de diez correspondiente.

Cómo se expresa un número en notación científica:
El número 8000 puede escribirse como 8×1000. De acuerdo con lo anterior se representa como 8×10^3. Así mismo 0.008 (ocho milésimas) se escribe:

$$\frac{8}{1000} = \frac{8}{10^3} = 8 \times 10^{-3}$$

Ejemplos:
Escribe en notación científica las siguientes longitudes expresadas en metros:

1. El radio de la Tierra: 6400000 m.

   Solución

   $6400000 = 6.4 \times 1000000 = 6.4 \times 10^6$ m.

2. El espesor de un cabello: 0.0002 m.

   Solución

   $0.0002 = \frac{2}{10000} = \frac{2}{10^4} = 2 \times 10^{-4}$ m.

Conversión de unidades

Una misma longitud puede expresarse con diferentes unidades. Decimos por ejemplo: el largo de la mesa es 1,2 m ó 120 cm. Para resolver un problema debemos convertir las diferentes unidades a la unidad patrón respectiva del SI, empleando para tal efecto los factores de conversión.

Ejemplos:

1. *Expresar en metros la distancia entre dos ciudades A y B, separadas 824 km.*

   De la tabla de prefijos obtenemos que 1 km = 10^3 m. Luego, 824 km = $824 \times (10^3$ m). Al expresar 824 en notación científica obtenemos $8.24 \times 10^2 \times 10^3$ m; por lo tanto, 824 km = 8.24×10^5 m.

TALLER 2

"Primeros pasos en la medición"

Resuelve las siguientes situaciones:

1. Inventa unidades patrón de longitud, masa y tiempo y determina las ventajas o desventajas que éstas poseerían frente a las convencionales.

2. Enumera varios fenómenos periódicos que ocurren en la naturaleza e indica cómo podrían servir de patrón para la medida del tiempo.

3. Nombra varios fenómenos de la naturaleza, susceptibles de ser medidos e indica la forma como lo harías.

4. Sugiere una manera de medir la distancia media del Sol a la Tierra.

5. Notación científica.
Analiza como se expresan en notación científica los siguientes datos:

Altura del monte Everest: 8640 m.

$8640 = 8.64 \times 1000 = 8.64 \times 10^3$

Tamaño de una molécula orgánica:

0.0000000007 m

$$0.0000000007 = \frac{7}{10000000000} = \frac{7}{10^{10}}$$
$$= 7 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

6. Expresa en notación científica los siguientes intervalos de tiempo medidos en segundos:

a. Vida media del hombre: 1000000000
b. Tiempo que tarda la Tierra en girar sobre sí misma: 86400
c. Período de un electrón en su órbita: 0.000000000000001
d. Período de vibración de una cuerda de guitarra: 0.00001
e. Intervalo entre dos latidos del corazón: 1

7. Expresa en notación científica las siguientes masas medidas en kilogramos:

a. Masa del Sol: 600000000000000000000000000000
b. Masa de un barco: 10000000000
c. Masa del átomo: 0.00000000000000000000001
d. Masa de un toro: 420
e. Masa de la Tierra: 5970000000000000000000000

8. Observa la solución de los siguientes ejercicios:

a. **Expresar en metros la distancia entre dos ciudades A y B, separadas 340 km.**

De la tabla de prefijos obtenemos que 1 km = 10^3 m. Luego, 340 km = 340 × (10^3 m). Al expresar 340 en notación científica obtenemos $3.4 \times 10^2 \times 10^3$ m. Por lo tanto: 340 km = 3.4×10^5 m.

b. **Expresar en segundos, un tiempo de 38 minutos.**

El factor de conversión entre minutos y segundos lo da la equivalencia 1 min = 60 s; luego 38 min = 38 × (60 s) = 2280 s.

c. **Expresar en horas, 26 s.**

Sabemos que 1 h = 60 min y 1 min = 60 s; luego 1 h = 60 min = 60 × (60 s) = 3600 s o también

$$1\ \text{s} = \frac{1}{3600}\ \text{h, por lo tanto, } 26\ \text{s} = 26 \times \left(\frac{1}{3600}\text{h}\right)$$
$$= 7.2 \times 10^{-3}\ \text{h}$$

d. **Expresar la rapidez de 72 km/h en m/s.**

Se emplea simultáneamente el factor de conversión para km y h.

$$72\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \times \frac{(1000\ \text{m})}{(3600\ \text{s})} = 20\ \text{m/s}$$

Ahora resuelve los siguientes ejercicios:

9. Expresar en metros las siguientes longitudes:

a. 48 km b. 36 Hm c. 0.96 dm
d. 3.9×10^9 cm e. 8.9×10^{-24} Dm

10. Expresar en kilogramos las siguientes masas:

a. 0.496 g b. 9.46 mg c. 846 g
d. 3.5×10^7 mg e. 3×10^{-4} g

11. Expresar en segundos los siguientes intervalos de tiempo:

a. 34.6 min b. 48.2 h c. 1 día d. 32 h
e. 1 año

12. Expresar en m/s las siguientes velocidades:

a. 20 km/h b. 60 km/h c. 4.3×10^6 km/h
d. 100 km/h e. 144 km/h

El proceso de medición

Medir significa comparar la unidad patrón de medida con el objeto o fenómeno motivo de estudio.

Medición directa es la comparación de la unidad patrón con el objeto mediante un proceso visual.

Medición indirecta es la medida que se obtiene por medio del empleo de aparatos específicos o cálculos matemáticos.

Clases de medición

La medición puede ser directa o indirecta.

Medición directa

Para obtener el largo del salón de clase basta con establecer cuántas veces está contenida la unidad patrón (m) en dicha longitud. Este es un proceso de medición directa porque obtenemos la medida exacta por un proceso visual, a partir de la comparación con la unidad patrón.

Medición indirecta

No siempre se puede hacer la medición directa. Por ejemplo, es imposible obtener la longitud de la circunferencia terrestre colocando cintas métricas una tras otra para encontrar su valor. En este caso se deben hacer cálculos de tipo matemático con el empleo de fórmulas que nos permitan llegar al conocimiento. Cuando queremos hallar el área del salón de clase, nunca empleamos el metro cuadrado como unidad patrón, porque el proceso de comparación directa es muy dispendioso, sino que medimos el largo y el ancho y empleamos la expresión:

Area = largo × ancho.

Medida de la longitud

Para medir longitudes se utilizan diferentes instrumentos. La regla se emplea para medir longitudes entre 1 mm y 1 m; la cinta métrica para longitudes entre 1 m y 100 m; el teodolito para longitudes mayores. Las pequeñas longitudes se miden con mayor exactitud con el tornillo micrométrico y el calibrador.

El calibrador o vernier

El calibrador es un instrumento de precisión usado para medir pequeñas longitudes, medidas de diámetros externos e internos y profundidades.

Consiste en una escala base graduada en milímetros y un dispositivo llamado **nonio** que sirve para aumentar la precisión de la escala base.

El nonio es una reglilla que puede deslizarse sobre la escala base, y tiene *m* divisiones, de magnitud diferente a las de esta última. La longitud total del nonio es de $m-1$ divisiones de la escala base o sea que la división *m* del nonio coincide con $m-1$ de la escala base. (Ver figura 1.)

Si x es la longitud entre cada división del nonio y la longitud de la escala base es y, se tiene que:

$$mx = (m-1)\,y \quad \text{ó} \quad x = y - y/m$$

La diferencia de longitudes de la división de la escala base y del nonio se llama **precisión** y de acuerdo con la expresión anterior es igual a:

$$y - x = y/m$$

Proceso de medición

El objeto a medir se coloca de tal forma que su extremo coincida con el cero del nonio. (Ver figura 2.)

La longitud del objeto es igual a ky más una pequeña longitud ΔL, que por ser menor que la división de la escala base no se puede determinar con exactitud, sin el uso del nonio.

Si L es la longitud del cuerpo se tiene que:

$$L = ky + \Delta L$$

Como x es menor que y, se encontrará una división en el nonio que coincida (o esté muy cerca de) con una división de la escala base. En la figura, la división n del nonio coincide con la división $k + n$ de la escala base.

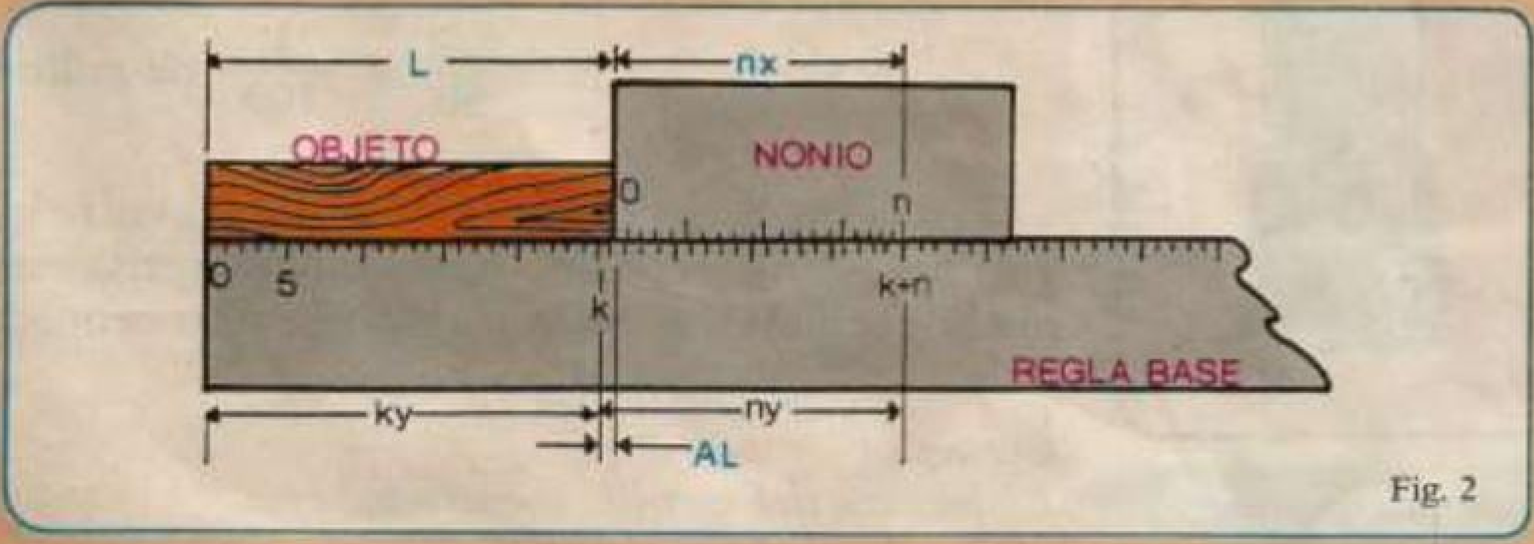


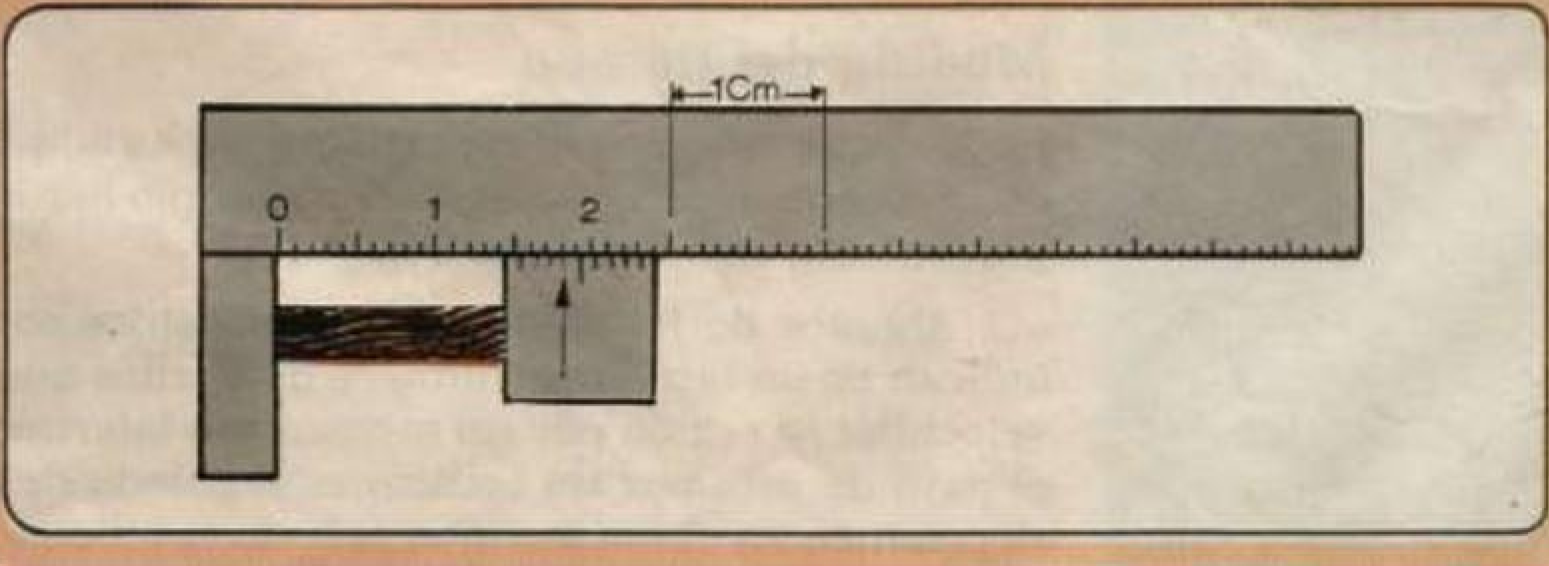
Fig. 2

Como se puede apreciar en el dibujo:

$$\Delta L = ny - nx = n\,(y - x) = ny/m$$

De donde: $L = ky + ny/m$

Un calibrador con base graduada en milímetros y un nonio con 10 divisiones tiene una precisión de y/m = 1/10 de milímetro. La siguiente figura muestra la medida de un objeto dada por el calibrador.



Se observa 14 mm a la izquierda del cero del nonio sobre la regla base y la división del nonio que más coincide con la regla base es la cuarta. De tal forma que la longitud del objeto es 14.4 mm.

El calibrador se utiliza para mediciones de varios milímetros.

El tornillo micrométrico o Palmer

El tornillo micrométrico se usa para longitudes menores que las realizadas con el calibrador.

El tornillo micrométrico consta de una escala fija y una móvil que se desplaza por rotación. La distancia que avanza el tornillo al dar una vuelta completa se denomina **paso de rosca**.

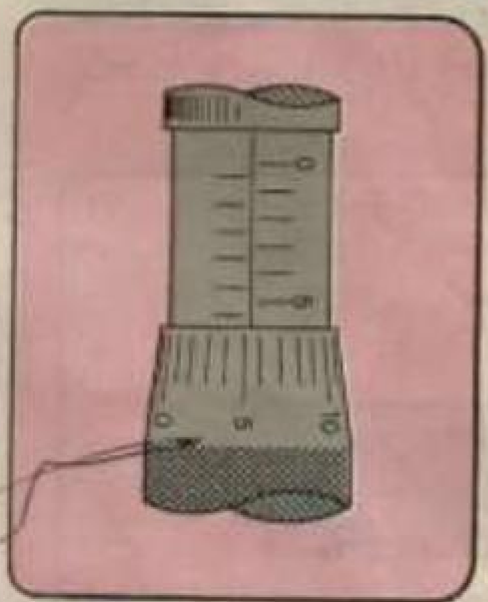
La **precisión** del tornillo está dada por:

$$P = \frac{\text{paso de rosca}}{\text{No. de divisiones de la escala móvil}}$$

Si en un tornillo micrométrico la escala fija está graduada en medios milímetros, o sea el paso de rosca es esa distancia, y la móvil tiene 50 divisiones, la precisión con que se puede medir una longitud será:

$$P = \frac{1/2}{50} = \frac{1}{100} \text{ de milímetro.}$$

Para medir un objeto, éste se coloca entre los extremos del tornillo y se hace girar el último hasta que lo aprisione. La lectura se hace en medios milímetros en la escala fija y en centésimas en la móvil.



Tornillo micrométrico

Ejemplo:
La lectura del tornillo mostrado será:

Medida de la masa

Generalmente, la masa se mide con una balanza que en su forma más simple consiste en una barra homogénea colocada en forma horizontal y apoyada en el centro. En cada extremo se colocan platillos. Otros métodos serán ampliados en la unidad de dinámica.

Medida del tiempo

La idea que tenemos sobre el tiempo se ha adquirido de la observación de los fenómenos periódicos, por ejemplo la rotación de la Tierra o su movimiento alrededor del Sol.

Algunos de los relojes que conocemos son el de manecillas que indican en un tablero, el número de vueltas que éstas han dado y cuya velocidad se regula por un mecanismo interno. El de arena, en el cual el paso de ésta por un orificio es regulado de tal forma que siempre se produce en el mismo intervalo de tiempo.

TALLER 3

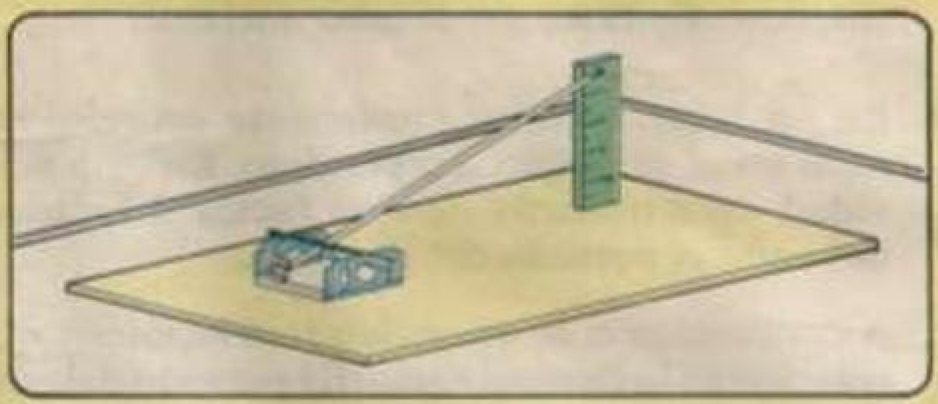
1. Realiza las siguientes actividades e indica cuáles son mediciones directas y cuáles indirectas. Utiliza el instrumento de medida más apropiado.

   a. Mide con la regla el largo y ancho de una hoja.
   b. Utiliza estos datos para calcular el área de la hoja.
   c. Mide con el calibrador el grosor de una moneda.
   d. Toma diez monedas de la misma denominación, colócalas una sobre otra y mide el alto de la torre. Calcula el grosor de una sola moneda aplicando la operación apropiada.

2. Escribe el proceso que seguirías para medir el grosor de una hoja de papel:

   a. En forma directa.
   b. En forma indirecta.

3. **Construyamos una balanza de brazos desiguales.**
   La siguiente balanza es más sensible y precisa que la de brazos iguales, puesto que es capaz de medir la masa de objetos muy livianos como la de un pelo.



Materiales
Pitillo, dos hojas de afeitar, tira de cartulina, un bloque de madera, tornillo pequeño, un bloque pequeño de madera, gancho para ropa, una banda de caucho, papel de aluminio, aguja de coser.

Construcción
Coloca el tornillo en uno de los extremos del pitillo, en el otro extremo efectúa un corte en forma de garlancha.

Determina el punto de equilibrio y atraviésalo con la aguja de coser. Apoya la aguja sobre el filo de las hojas de afeitar, las cuales están sostenidas paralelamente mediante el bloque de madera y la banda de caucho.

Ajusta el tornillo hasta que el pitillo oscile aproximadamente 30° respecto a la horizontal.

Coloca verticalmente detrás del extremo libre del pitillo un trozo de cartulina sostenido en el gancho para ropa, éste sirve de escala.

Gradúa la escala por medio de pedacitos de papel aluminio para efectuar lecturas cuantitativas.

Procedimiento
Utiliza la balanza para medir la masa de: un pelo, el pedacito de papel que contiene el punto gramatical que se coloca al final de cada oración, dos milímetros de hilo de coser.

4. **Midamos el tiempo con "el péndulo simple".**
   A continuación construirás un reloj, basado en el principio del péndulo simple.

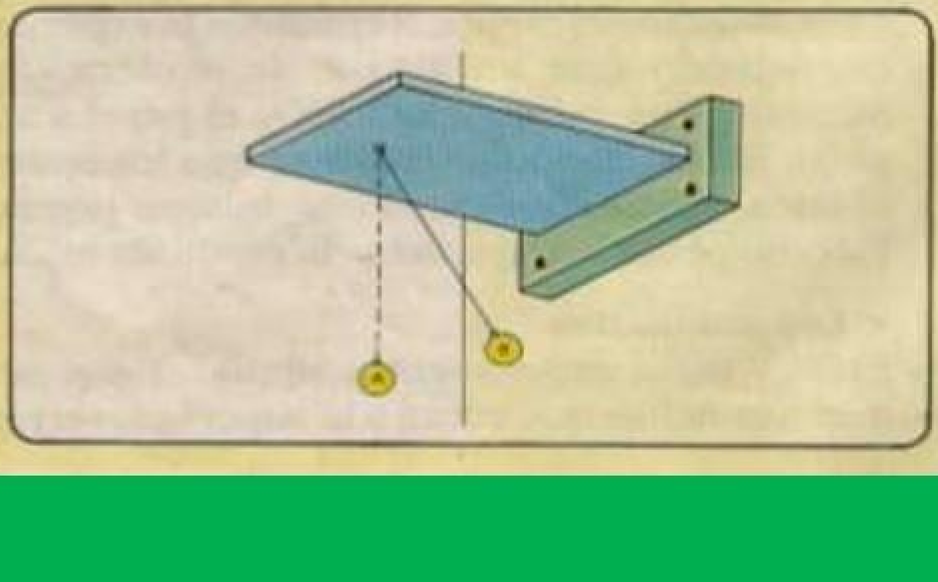
Materiales
Hilo, pesa, regla, cronómetro.

Construcción
Toma el hilo y suspende de uno de sus extremos una pesa. El otro extremo fíjalo de tal forma que el péndulo pueda oscilar libremente.

Determina el tiempo que el péndulo tardará en hacer una oscilación completa (A◡B◡A) de la siguiente forma: Mide el tiempo que el péndulo tarda en hacer diez oscilaciones y con base en este valor, calcula el de una sola.

Si el intervalo de tiempo que deseas medir es más pequeño que el que obtuviste, entonces disminuye la longitud de la cuerda y así obtendrás períodos más pequeños. Toma el tiempo de una sola oscilación (período) como unidad de tiempo, y mide los siguientes intervalos:

1. tiempo que demora una canción.
2. tiempo que demora un compañero en correr 50 m.
3. tiempo que dura un cuerpo en el aire cuando se lanza verticalmente hacia arriba.
4. tiempo que tarda una hoja de papel en llegar al suelo.
5. tiempo que demora el agua en salir de un recipiente por medio de un orificio.



TALLER 4

El método científico

1. En el siglo XVII, el físico italiano Galileo Galilei sentó las bases del método científico cuyo pensamiento puede resumirse en la frase:

"Toda afirmación en ciencias debe estar respaldada por el método experimental".

• De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es la característica fundamental del método científico?

2. Para el método científico solamente es verdadero aquello que se puede comprobar en experimentos. ¿Qué conocimientos no se pueden abordar con este método de la ciencia?

3. Destaquemos como pasos importantes del método científico los siguientes:

a. **La observación** atenta de los fenómenos naturales.
b. **La experimentación**, o sea la repetición de dichos fenómenos en situaciones controladas en el laboratorio.
c. **Deducción cualitativa y cuantitativa** de las leyes físicas.

Apliquemos estos pasos al fenómeno de caída de los cuerpos.

• **Observación**
Al dejar caer objetos de diferente naturaleza, como por ejemplo una hoja de papel y una piedra, observamos que ésta cae más rápidamente que la hoja. En forma apresurada lanzamos la siguiente hipótesis: *"Los cuerpos pesados caen más rápido que los livianos"*.

• **Experimentación**
Reproducimos el fenómeno en el laboratorio pero arrugamos la hoja de papel de tal forma que quede como una bola compacta, con lo cual, aunque su peso sigue siendo el mismo, se disminuye la acción de la fuerza de rozamiento del aire que frenaba su caída. En estas circunstancias, tanto el papel como la piedra caen simultáneamente. Repetimos la experiencia dejando caer un bloque de madera, una moneda, una esfera metálica y el papel arrugado. El resultado nos muestra que los cuatro objetos alcanzan el suelo al mismo tiempo. Esto nos obliga a descartar la hipótesis inicial.

• **Ley cualitativa**
Estos y otros experimentos similares nos permiten concluir que cerca a la superficie terrestre todos los cuerpos caen de manera que su velocidad aumenta en la misma cantidad, independiente del peso de los cuerpos y del material que estén hechos.

• **Ley cuantitativa**
Se dejan caer objetos desde diferentes alturas de tal forma que su tiempo de caída sean uno, dos, tres y cuatro segundos. Al final se obtienen los siguientes resultados para las alturas:

Tiempo(s)	1	2	3	4
altura (m)	5	20	45	80

En esta tabla podemos observar cómo a doble tiempo corresponde un espacio cuatro veces mayor, a triple, el espacio es nueve veces mayor, etc.

Esto significa que para un cuerpo que cae, la distancia recorrida es directamente proporcional al cuadrado del tiempo empleado.

En símbolos: $h = kt^2$

Lee con atención los conceptos anteriores y responde:

— ¿Qué es una hipótesis? ¿Cómo se aplicó el método científico en el caso anterior?

4. En un taller anterior construiste un reloj basado en el principio del péndulo. En esta actividad determinarás de qué factor o factores depende el período del péndulo.

A continuación se enuncian tres hipótesis que relacionan la dependencia del período del péndulo con la masa que oscila, el ángulo o amplitud y su longitud. Sigue el método científico para determinar la ley del péndulo.

a. El período de oscilación depende del ángulo de amplitud: "a mayor ángulo, mayor período".
b. El período depende del valor de la masa que oscila: "a mayor masa, menor período".
c. El período depende de la longitud del hilo: "a mayor longitud, mayor período".
• Describe los pasos experimentales con los cuales aspiras a demostrar la validez o falsedad de cada hipótesis.
• Concluye una ley cualitativa sobre el período de oscilación de un péndulo.
• Concluye una ley cuantitativa que relacione el tiempo de oscilación del péndulo con el factor del cual depende.

Ideas fundamentales

Física: ciencia que trata de las propiedades de la materia y las leyes que tienden a modificar su estado o su movimiento sin cambiar su naturaleza.

Sistemas de unidades:

— **Sistema Internacional (S.I).** Sus unidades básicas de longitud, masa y tiempo son respectivamente el metro (m), el kilogramo (kg) y el segundo (s).

— **Sistema Cegesimal (C.G.S.).** Sus unidades básicas son el centímetro (cm), el gramo (g) y el segundo (s).

— **Sistema Inglés.** Sus unidades básicas son el pie (pie), la libra (lb) y el segundo (s).

Notación científica: un número se escribe en notación científica cuando se expresa como un número comprendido entre uno y diez, multiplicado por la potencia de diez correspondiente.

Medición directa: es la comparación de una unidad patrón con el objeto a medir mediante un proceso visual.

Medición indirecta: es la medida que se obtiene por medio del empleo de aparatos específicos o cálculos matemáticos.

Método científico: es el procedimiento que se sigue para comprobar la validez de nuestros conceptos. Sus pasos son:

— La observación de los fenómenos.
— La experimentación.
— La deducción cualitativa y cuantitativa de las leyes físicas.

GLOSARIO

Astronomía: ciencia que trata de la posición, movimiento y constitución de los cuerpos celestes.

Geología: ciencia que estudia la materia que compone el globo terrestre, su naturaleza, su situación y las causas que lo han determinado.

Metro: es la longitud equivalente a 1650763.73 veces la longitud de onda en el vacío de la radiación correspondiente a una transición del átomo de kriptón 86.

Kilogramo: es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo.

Segundo: es la duración de 9192631770 periodos de la variación entre dos niveles del estado fundamental del átomo de cesio 133.

LECTURA

Tamaño y estructura del Universo

Hasta hace muy poco se creía que las dimensiones de la Tierra eran inmensas. Hace algo más de cuatro siglos le llevó a Fernando Magallanes y sus hombres casi tres años circunnavegar el globo. En 1961, nuestros primeros viajeros del espacio del planeta, Gagarin y Titov, dieron la vuelta al globo en 89 minutos *en la nave cósmica "Vostok". Así, a medida que se han ido construyendo vehículos más veloces, se ha encogido el tamaño aparente de la Tierra.*

En nuestro sistema solar son nueve los planetas conocidos. La Tierra está situada relativamente cerca del Sol, aunque Mercurio y Venus están más próximos. La distancia media del Sol a su planeta más remoto, Plutón, es cuarenta veces mayor que la existente entre el Sol y la Tierra. Hasta el presente no se sabe si hay planetas más distantes del Sol que Plutón. Sólo podemos especular que si tales planetas existen, son de tamaño relativamente pequeño y que por eso se han escapado de nuestra detección.

El diámetro del sistema solar es aproximadamente de 50 a 100 unidades astronómicas, o unos 10 mil millones de km. En nuestra escala de distancias, es una cifra muy grande, como un millón de veces mayor que el diámetro de la Tierra.

Podemos percatarnos mejor de los tamaños relativos de nuestro sistema solar si imaginamos un modelo a escala. Hagamos que el Sol esté representado por una bola de billar de 7 cm de diámetro; con esa escala, Mercurio, el planeta más próximo al Sol, estaría a una distancia de 280 cm, la Tierra a 760 cm, Júpiter —el más grande de los planetas— a unos 40 metros y Plutón —el más distante— casi a 300 metros de la bola de billar. El diámetro de la Tierra tendría un poco más de 0.5 mm; el de la Luna sería aproximadamente 0.1 mm y el de su órbita alrededor de la Tierra, de unos 4 cm. La estrella más próxima después del Sol, Alfa Centauro, habría que colocarla a 2000 km, distancia tan remota que, por comparación, haría aparecer insignificantes las inmensas distancias planetarias de nuestra escala.

El kilómetro, el centímetro, la milla y las demás unidades de medida, se adoptaron por necesidades prácticas del hombre en la Tierra, pero resulta evidente que no son apropiadas para calibrar las distancias cósmicas. En ciencia ficción —y a veces en obras científicas— se emplea el "año luz" para medir distancias interestelares e intergalácticas. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año a la velocidad de 300000 kilómetros por segundo. Puesto que el año tiene unos 3×10^7 segundos, un año luz es aproximadamente $3 \times 10^7 \times 3 \times 10^5 = 9 \times 10^{12}$ kilómetros, o sea 9 millones de millones de kilómetros (9 billones).

Tomado del libro *Vida inteligente en el Universo*, de Corl Sagan/I.S. Shklovskii.

IDEAS FUNDAMENTALES

Evaluación

A. Selecciona la respuesta correcta y escríbela en tu cuaderno.

1. Las unidades básicas del Sistema Internacional son:
a. metro, kilogramo, minuto.
b. centímetro, gramo, segundo.
c. metro, gramo, segundo.
d. metro, kilogramo, segundo.

2. El tiempo que tarda la Tierra en girar sobre sí misma (86 400 s) expresado en notación científica es:

a. 0.864×10^5 s b. 9.64×10^4 s c. 8.64×10^4 s
d. 864×10^2 s

3. 54 km/h es equivalente a:
a. 54 km/s b. 54 m/s c. 54000 km/h
d. 15 m/s

4. 8×10^{-4} g es equivalente a:
a. 0.8 km b. 8×10^{-7} kg c. 8×10^{-12} kg
d. 8×10^{12} kg

5. En una probeta graduada se observa que 300 gotas de agua ocupan un volumen de 10 cm³. El volumen de una gota es de:

a. 30 cm³ b. 3 cm³ c. 0.3 cm³
d. 3.33×10^{-2} cm³

B. En las preguntas 6 a 15, el enunciado es una afirmación seguida de la palabra "porque" y una "razón" o "justificación"; marque en una tabla de respuestas elaborada en el cuaderno, así:

A, si la afirmación y razón son verdaderas y la razón es una explicación de la afirmación.
B, si afirmación y razón son verdaderas, pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si la afirmación y la razón son falsas.

6. Se puede determinar la altura de un árbol sin subirse a él con ayuda de una regla y un día de sol, **porque** se puede medir la sombra que proyecta el árbol.

7. El grosor de una hoja de papel se puede determinar indirectamente **porque** un número *n* determinado de éstas tiene un grosor *X*.

E **8.** La masa de la tierra expresada en *notación científica* es de 5.97×10^{24} kg, **porque** escribir un número en notación científica es cuando se expresa como un número entre cero y diez multiplicado por la potencia de 10 correspondiente.

E **9.** $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ es equivalente a $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ **porque** 1 km tiene 1 000 m y 1 hora 60 segundos.

A **10.** Cuando se obtiene una medida de un objeto utilizando el tornillo micrométrico, se dice que se realizó una medición directa **porque** hubo comparación directa del objeto con el tornillo.

B **11.** Cuando se obtiene el área del piso de un salón multiplicando largo por ancho se realizó una medición indirecta **porque** tanto el largo como el ancho se midieron directamente con una regla métrica.

A **12.** Se puede determinar la masa de un cuerpo con ayuda de una masa de 500 g y una regla graduada, **porque** se podría establecer el equilibrio de la balanza formada por las masas y la regla.

A **13.** Se puede encontrar el volumen de aire que contiene un cuarto conociendo el largo, ancho y alto del cuarto, **porque** $V = A \cdot h$.

A **14.** La precisión de un calibrador con escala base graduada en milímetros y un nonio con 20 divisiones es de $\frac{1}{20}$ de milímetro **porque** dicha precisión está definida por el cociente entre la escala mínima de la regla base y el número de divisiones del nonio.

A **15.** Si la escala fija de un tornillo micrométrico está graduada en milímetros y la escala móvil tiene 100 divisiones, entonces la precisión será $\frac{1}{100}$ de milímetro **porque**:

$$P = \frac{\text{Escala mínima de la regla fija}}{\text{No. de divisiones escala móvil}}$$

TALLER 5

Magnitudes escalares y vectoriales

En el estudio de la Física se utilizan cantidades físicas que pueden clasificarse en **escalares** y **vectoriales**.

A continuación aclararás tales conceptos:

1. Si una persona se desplaza 50 metros desde un punto de partida, ¿se podrá establecer dónde está? ¿Por qué?
2. ¿Es posible que la persona habiendo caminado los 50 metros se encuentre en la posición inicial? ¿Por qué?
3. Para establecer dónde se encuentra la persona después de caminar los 50 metros, ¿qué información se requiere?
4. Si te dicen que la persona caminó los 50 metros sobre una recta que forma un ángulo de 20° con la aguja de una brújula que marca la dirección norte-sur, ¿podrías saber la posición de la persona? ¿Por qué? (Ver figura 2.1).

Para establecer dónde se encuentra la persona, la información dada no es suficiente; es necesario además, establecer un sentido.

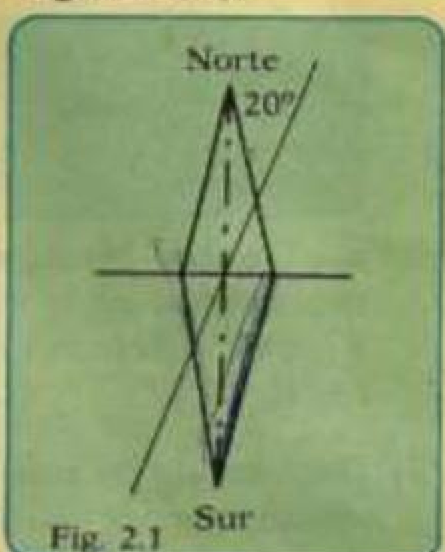


Fig. 2.1

Este tipo de magnitudes donde tenemos que especificar además de su valor numérico, la dirección y el sentido, reciben el nombre de magnitudes vectoriales o vectores.

- Define con tus palabras que es una magnitud vectorial. Cita un ejemplo.

5. Si te dicen que la masa de un cuerpo es de 30 kg, ¿es necesario establecer en qué dirección y sentido está dirigida esa cantidad física? ¿Por qué?
6. El precio de un artículo, ¿queda determinado al conocer su valor numérico y su correspondiente unidad? ¿O se necesita dar una dirección y un sentido?

Las ca idades que tienen la propiedad de quedar suficientemente determinadas al conocer su valor numérico y su correspondiente unidad, reciben el nombre de magnitudes escalares.

- Define con tus palabras que es una magnitud escalar. Aclara con un ejemplo.

7. Establece las características de las siguientes cantidades físicas y clasifícalas según sean vectoriales o escalares: Tiempo, Masa, Velocidad, Fuerza, Peso, Desplazamiento, Temperatura, Volumen y Longitud.
8. **Tratamiento matemático**
   El tratamiento matemático de los vectores es muy diferente al de los escalares. A continuación enunciamos algunas situaciones para que las analices y puedas adquirir la forma como se operan los vectores y escalares.

   Vectores
   Si decimos que la distancia entre Bogotá y Cali es de 322 kilómetros, y que entre Cali y Medellín hay 358 km, ¿Podemos suponer que la distancia que separa a Bogotá de Medellín es 322 km + 358 km = 680 km? ¿Por qué? (figura 2.2).

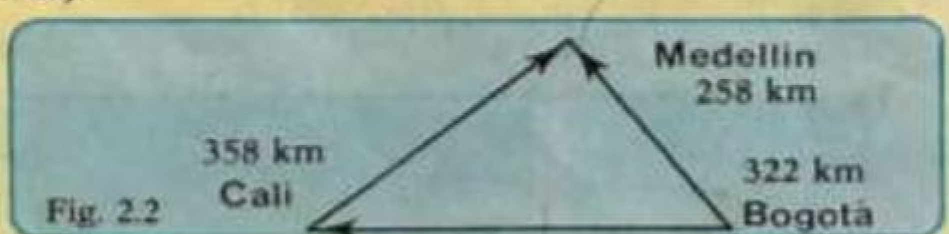


Fig. 2.2

9. Supongamos que un bote navega en altamar con una velocidad de 20 km/h y el viento sopla con una velocidad de 5 km/h. ¿Puedes afirmar cuál es la velocidad resultante del bote? ¿Por qué?
   La distancia que separa a Bogotá de Medellín, ni la velocidad resultante del bote se pueden conocer, ya que no sabemos en qué dirección están las tres ciudades, ni en qué dirección está soplando el viento. Las cantidades físicas que estamos tratando son vectores y por lo tanto la forma de operarlos no está de acuerdo con las reglas comunes del álgebra. Más adelante aprenderás algunas nociones de matemática, propias de magnitudes vectoriales.
10. **Escalares**
    Cuando hacemos una compra de un artículo cuyo valor es de $280.oo y pagas con un billete de $500.oo, ¿podrás saber cuánto te queda? ¿Qué operación realizaste? ¿Necesitas más información?
    Si son las 2:00 p.m. y gastas tres horas en ir y volver, ¿sabrás a qué hora regresaste? ¿Qué operación realizaste? ¿Necesitas más información? Estas últimas cantidades físicas son escalares y la forma de operarlas está de acuerdo con las reglas elementales del álgebra.

TALLER 6

Vectores y su representación

Un vector V, se representa como un segmento dirigido con origen o punto de aplicación en A y cabeza o punto terminal en B. (Fig. 2.3). En otras palabras, un vector es una flecha.

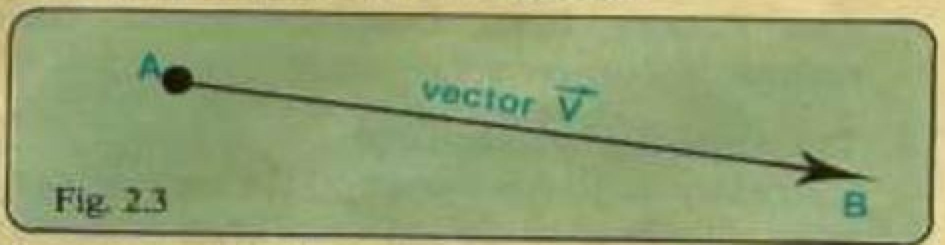


Fig. 2.3

Se acostumbra bautizar cada vector con una letra minúscula, la cual lleva una pequeña flechita encima de sí: vector $\vec{v}$.

Características de un vector

Todo vector queda determinado con las siguientes características: **magnitud, dirección y sentido**.

1. **Magnitud o módulo del vector.**
Observa la Fig. 2.4:

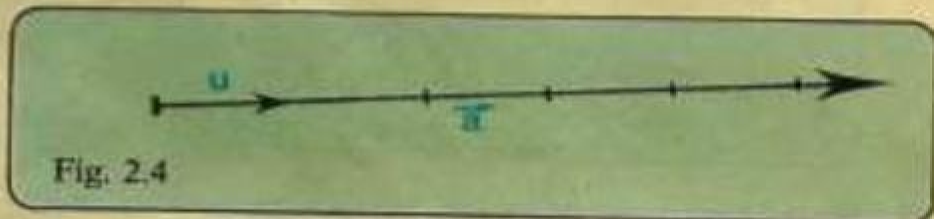


Fig. 2.4

La magnitud del vector $\vec{a}$ está determinada por un vector unidad $\vec{u}$.

¿Cuántas unidades u tiene el vector $\vec{a}$? Dicha longitud del segmento dirigido respecto a una unidad determinada, se le denomina **magnitud** o **módulo** del vector y se simboliza a = 6 u.

Cuando hablamos de la magnitud del vector $\vec{a}$, utilizamos la letra "a" corriente y sin flecha.

• Dibuja un vector horizontal con dirección izquierda a derecha y con una magnitud de 15 u.

2. **Dirección de un vector.**

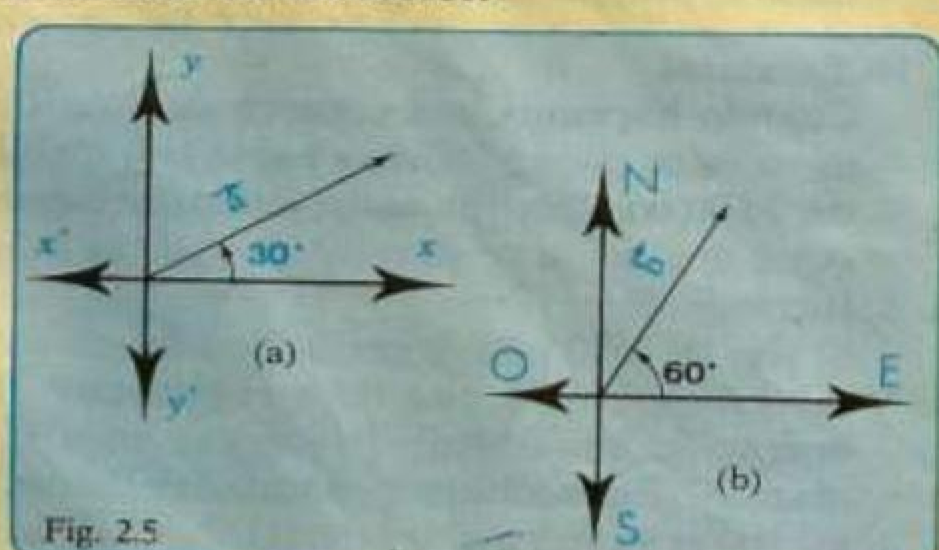


Fig. 2.5

Consigue un transportador y determina el ángulo que forma el vector $\vec{a}$ con el semieje positivo de las equis.

El vector $\vec{b}$ Fig. 2.5(b) forma un ángulo de 60° al norte del este.

¿Qué ángulo forma el mismo vector al este del norte?

3. Por convenio, en este libro determinaremos la dirección de un vector, con el ángulo que forma con el semieje positivo de las x del sistema de coordenadas cartesianas, o con la dirección respecto a los puntos cardinales cuando se trata de un plano geográfico.

Se llama dirección de un vector, a la dirección de la recta que lo contiene.

Dibuja un vector en un plano cartesiano y determina su dirección.

4. **Sentido de un vector.**

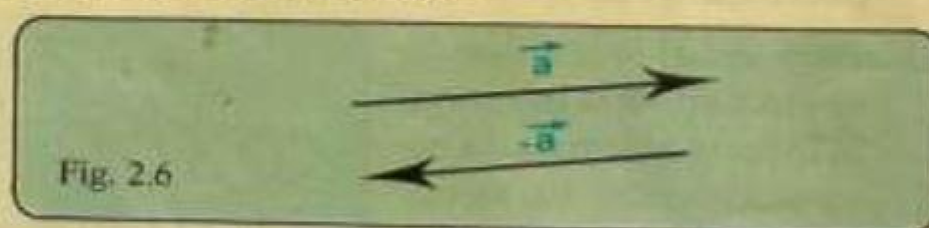


Fig. 2.6

• ¿Tienen la misma dirección los vectores mostrados en la figura 2.6 ? ¿Por qué?

• ¿Qué diferencia encuentras entre los vectores $\vec{a}$ y $-\vec{a}$?

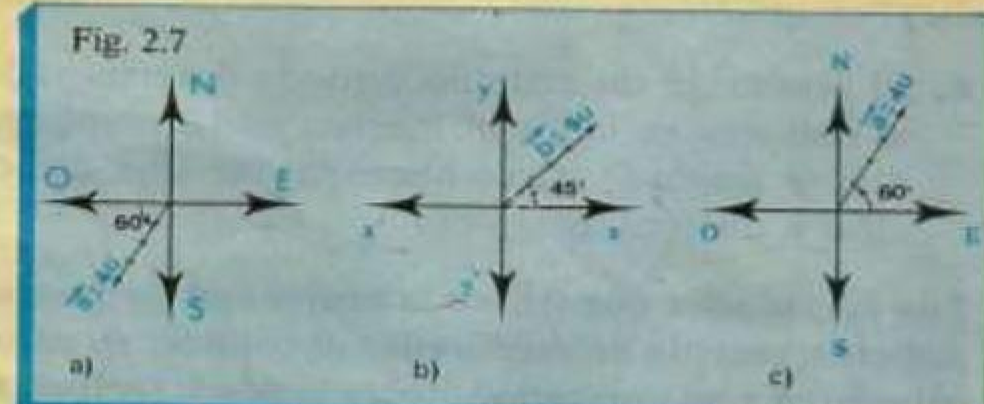
5. Dos vectores que tienen la misma dirección pueden tener igual o diferente sentido, dependiendo de los signos positivo (+) o negativo (–) que se le asigne a cada vector. Si al vector $\vec{a}$, se le asigna el sentido dado en la figura (2.6), el vector $-\vec{a}$, tendrá el sentido contrario.

Ejemplo

Si representamos el vector unidad con una longitud de 1 cm, dibujar los siguientes vectores:

a. $\vec{a}$ = 4u, en la dirección 60° al sur del oeste.
b. $\vec{b}$ = 5u, en la dirección 45°, respecto al semieje positivo de las *x*.
c. $-\vec{a}$.

Fig. 2.7



6. En un plano de coordenadas cartesianas representa los siguientes vectores:

a. $\vec{a} = 6$ u, en la dirección 75° respecto al semieje negativo de las *y*.

b. $\vec{b} = 3$ u, en la dirección 12° respecto al semieje negativo de las *x*.

c. $\vec{c} = 4.3$ u, en la dirección 35° respecto al semieje positivo de las *x*.

d. $\vec{d} = 2.9$ u, en la dirección 47° respecto al semieje positivo de las *y*.

e. $-\vec{a}, -\vec{b}, -\vec{c}, -\vec{d}$.

7. En un plano geográfico, representa los siguientes vectores:

a. $\vec{e} = 2$ u, en la dirección 30° al sur del oeste.
b. $\vec{f} = 3.5$ u, en la dirección 48° al este del norte.
c. $\vec{g} = 4.6$ u, en la dirección 86° al norte del este.
d. $\vec{h} = 6$ u, en la dirección 25° al oeste del norte.
e. $-\vec{e}, -\vec{f}, -\vec{g}, -\vec{h}$.

Operaciones con vectores

Definiremos a continuación tres operaciones con los vectores: el producto de un vector por un escalar, la suma y la diferencia de dos vectores.

8. **Producto de un vector por un escalar.**
Observa los siguientes vectores:

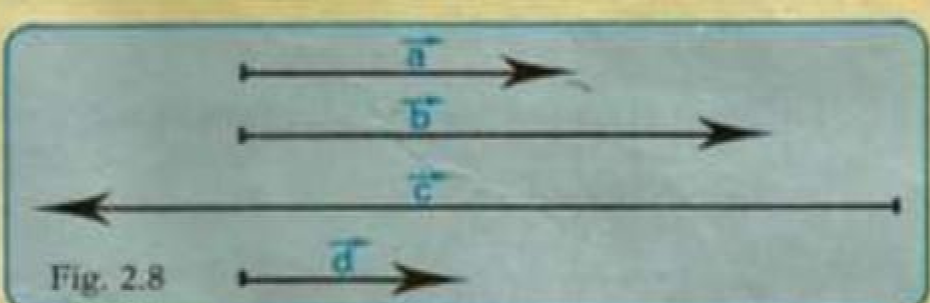


Fig. 2.8

a. Si representamos el vector unidad con una longitud de 2.5 cm, determina la longitud de cada uno de los vectores de la figura 2.8.
b. Compara la magnitud del vector $\vec{a}$, con la magnitud de los demás vectores. ¿Cuántas veces es mayor o menor cada uno de los vectores con respecto al vector $\vec{a}$?
c. Expresa cada uno de los vectores en función del vector a. Ej: $\vec{b} = 2\vec{a}$.
d. ¿Tienen todos los vectores la misma dirección? ¿Por qué?
e. ¿Tienen el mismo sentido?
f. Si al vector $\vec{a}$, se le asigna el sentido dado en la figura, el vector $\vec{c}$ que tiene sentido contrario, ¿cómo se expresaría en función del vector $\vec{a}$?

Como pudiste notar, el vector $b = 2\vec{a}$, el $\vec{c} = -3\vec{a}$ y el $\vec{d} = \frac{1}{2}\vec{a}$ o sea que todo vector al ser multiplicado por un escalar o número real, conserva su carácter vectorial y lo único que se altera es su magnitud si el escalar es un número positivo, y también su sentido cuando éste es un número negativo.

9. **Suma de vectores.**
A continuación vas a sumar los vectores a y b mostrados en la figura 2.9.

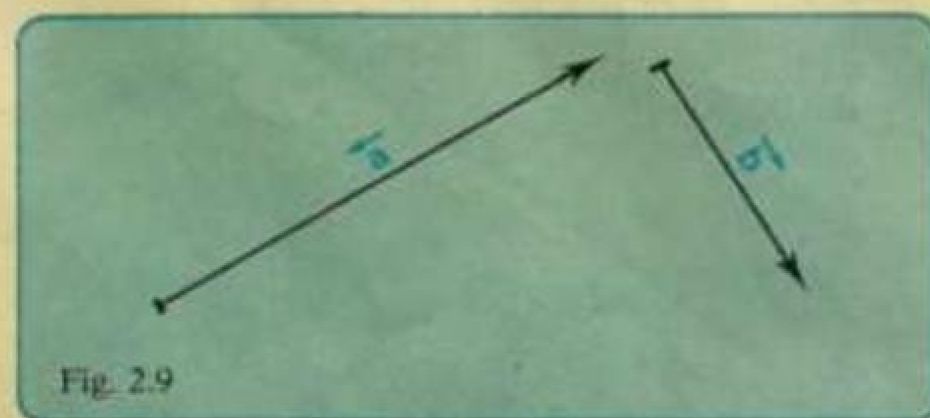


Fig. 2.9

• Desplaza uno de los vectores de tal forma, que su origen quede colocado en la cabeza o extremo del otro vector.
• Traza un nuevo vector que tenga como origen, el origen del primer vector y por cabeza, la cabeza del segundo vector. Este segundo vector corresponde al vector suma $\vec{a} + \vec{b}$:

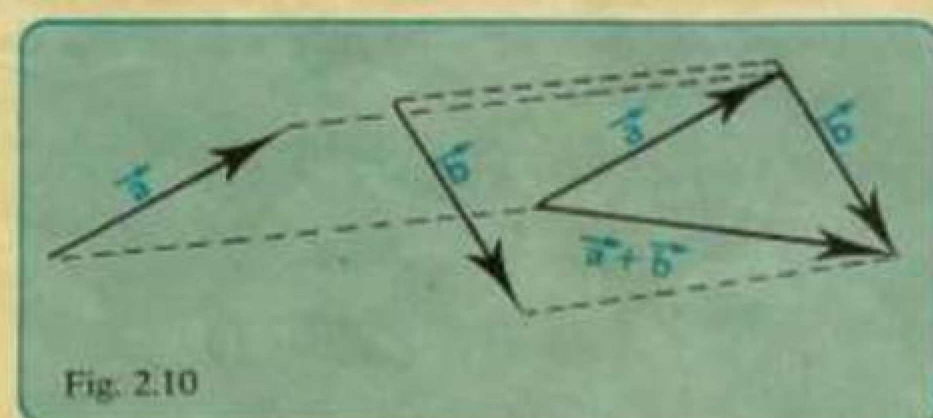


Fig. 2.10

a. ¿El resultado es el mismo si colocas el vector $\vec{a}$ contiguo al vector $\vec{b}$? Demuéstralo.

Según el procedimiento anterior, la suma de dos vectores a y b se obtiene colocando uno de los dos vectores, de tal forma que su origen o punto de aplicación quede colocado en la cabeza o punto terminal del otro vector; el vector suma $\vec{a} + \vec{b}$, es el vector que tiene por origen, el origen del primer vector y por cabeza, la cabeza del segundo vector.

Observamos que cuando sumamos dos vectores, formamos un triángulo, del cual conocemos la magnitud de dos de sus lados y desconocemos uno de ellos. El teorema de Pitágoras permite calcular este lado desconocido siempre y cuando los tres vectores formen un triángulo rectángulo.

b. Analiza el siguiente ejemplo:
Dados los vectores $\vec{a} = 8$ u, en la dirección norte y $\vec{b} = 6$ u en la dirección este, hallar la magnitud del vector $\vec{a} + \vec{b}$.

Desarrollo
Dibujamos los vectores en las direcciones dadas y colocamos el vector $\vec{b}$ contiguo a $\vec{a}$.

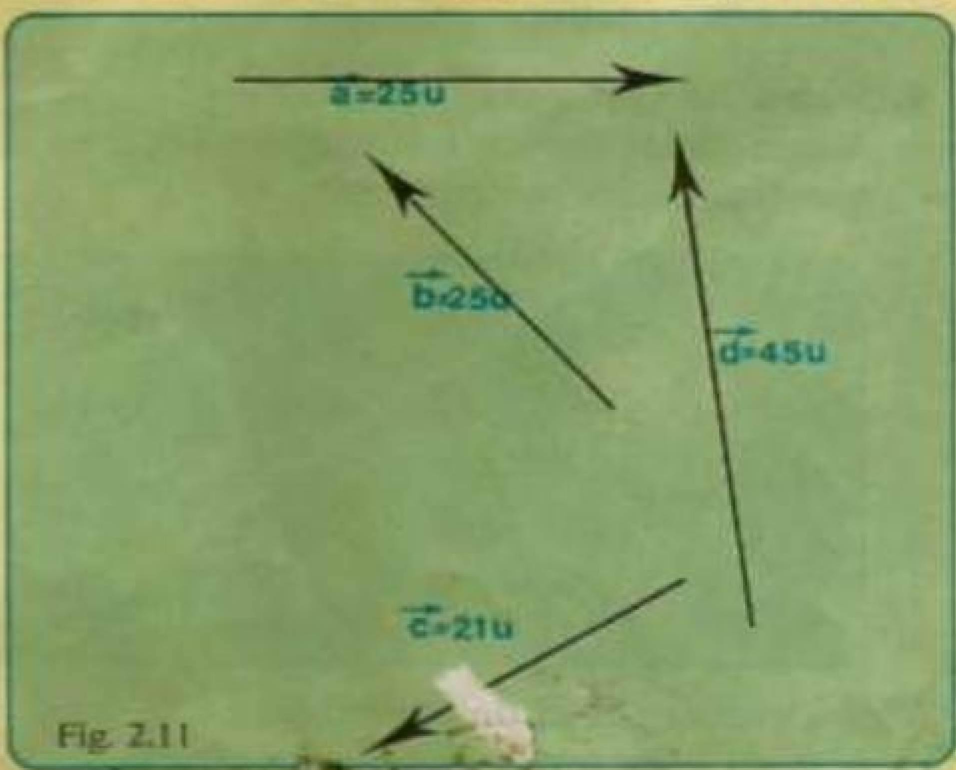


Fig. 2.11

Al aplicar el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Donde $|\vec{a} + \vec{b}|$ representa la magnitud del vector suma que es diferente a la suma de las magnitudes.

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{64 + 36}$$

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{100} = 10$$

La magnitud del vector $\vec{a} + \vec{b}$ es 10 unidades.
Si los vectores que deseamos sumar no son mutuamente perpendiculares, obtenemos un triángulo que no es rectángulo, lo cual nos impide aplicar el teorema de Pitágoras. Por lo tanto, esta suma la efectuaremos por el método de la descomposición rectangular de los vectores.

10. Diferencia de vectores.

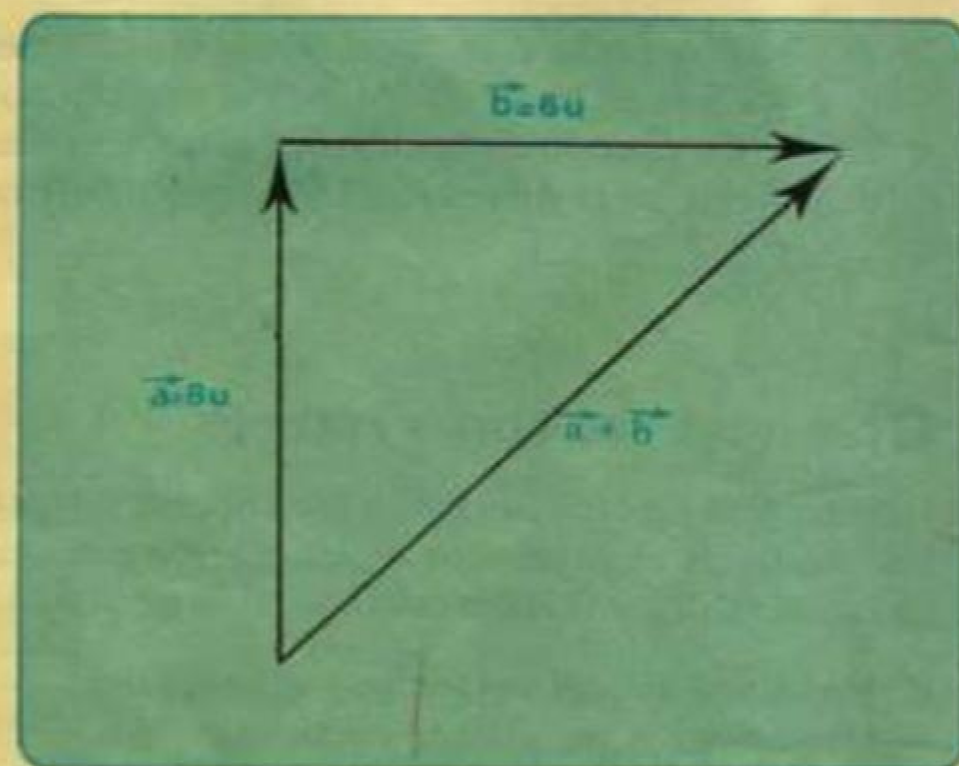
La diferencia de dos vectores es un caso particular de la suma. Como todo vector $\vec{a}$ puede ser multiplicado por (-1) para obtener $-\vec{a}$, **reducimos la diferencia de dos vectores, a la suma del minuendo con el opuesto (sentido contrario) del sustraendo.**

Utiliza la información anterior en la solución del siguiente ejercicio:

- Dados los vectores

- Dibuja el vector $-\vec{d}$.
- Calcula la suma $\vec{c} + (-\vec{d}) = \vec{c} - \vec{d}$.

11. Resuelve los siguientes ejercicios:
Dados los vectores



Halla gráficamente los siguientes vectores:

a. $2\vec{a}; -3\vec{b}; \frac{1}{2}\vec{d}$

b. $\vec{a} + \vec{b}; \ \vec{a} + \vec{c}; \ \vec{d} + \vec{d}$

c. $\vec{b} + \vec{c}; \vec{d} - \vec{c}; \vec{b} - \vec{a}$

d. $3\vec{a} - \vec{b}; 2\vec{a} + 2\vec{c}; -3\vec{b} - \vec{d}$

12. Aplica el teorema de Pitágoras, para calcular la magnitud de las siguientes sumas de vectores:

a. $\vec{a} + \vec{b}$ b. $\vec{c} + \vec{d}$ c. $\vec{c} + \vec{f}$
donde:
$\vec{a} = 4$ u en dirección sur.
$\vec{b} = 5$ u en dirección este.
$\vec{c} = 7$ u; 30° respecto al semieje positivo de las x.
$\vec{d} = 2$ u; 60° respecto al semieje negativo de las x.
$\vec{e} = 9$ u, en dirección norte.
$\vec{f} = 12$ u, en dirección oeste.

TALLER 7

Componentes rectangulares de un vector

Todo vector se puede ligar a un sistema de coordenadas cartesianas, con su punto de aplicación en el origen y expresarlo como la suma de dos vectores mutuamente perpendiculares en las direcciones de los ejes de coordenadas; estos dos vectores sumandos reciben el nombre de **componentes rectangulares** del vector dado.

Ejemplo:
Hallar las componentes rectangulares del vector $\vec{a} = 5$ u, en la dirección 30° respecto al semieje positivo de las *x*.

Solución:
Ligamos el vector a, a un sistema de coordenadas cartesianas y lo proyectamos en cada uno de los semiejes:

La componente del vector a sobre el eje *x*, la llamamos a_x, y se obtiene al aplicar la relación trigonométrica: $\cos 30^\circ = \frac{a_x}{a}$, de donde

$a_x = a \cos 30^\circ$; $a_x = 5 \cos 30^\circ = 4.33$

La componente del vector a sobre el eje *y*, la llamamos a_y, y se obtiene al aplicar la relación trigonométrica:

$\text{sen } 30^\circ = \frac{a_y}{a}$,

de donde $a_y = a \text{ sen } 30^\circ$ y

$a_y = 5 \text{ sen } 30^\circ = 2.5$

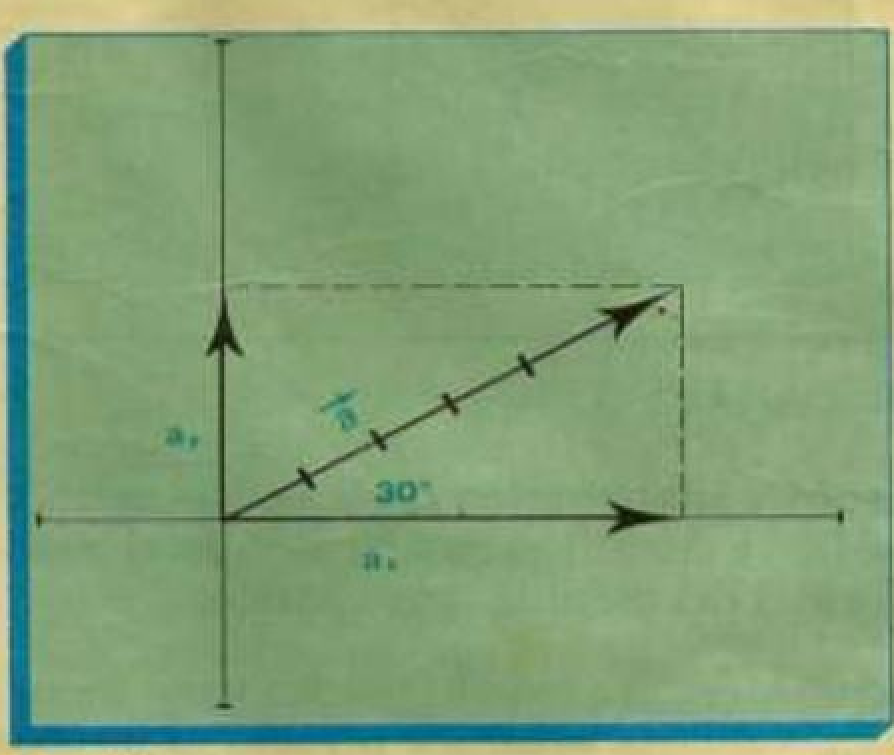


Fig. 2.12

1. Calcula las componentes rectangulares de los siguientes vectores: (Fig. 2.13).

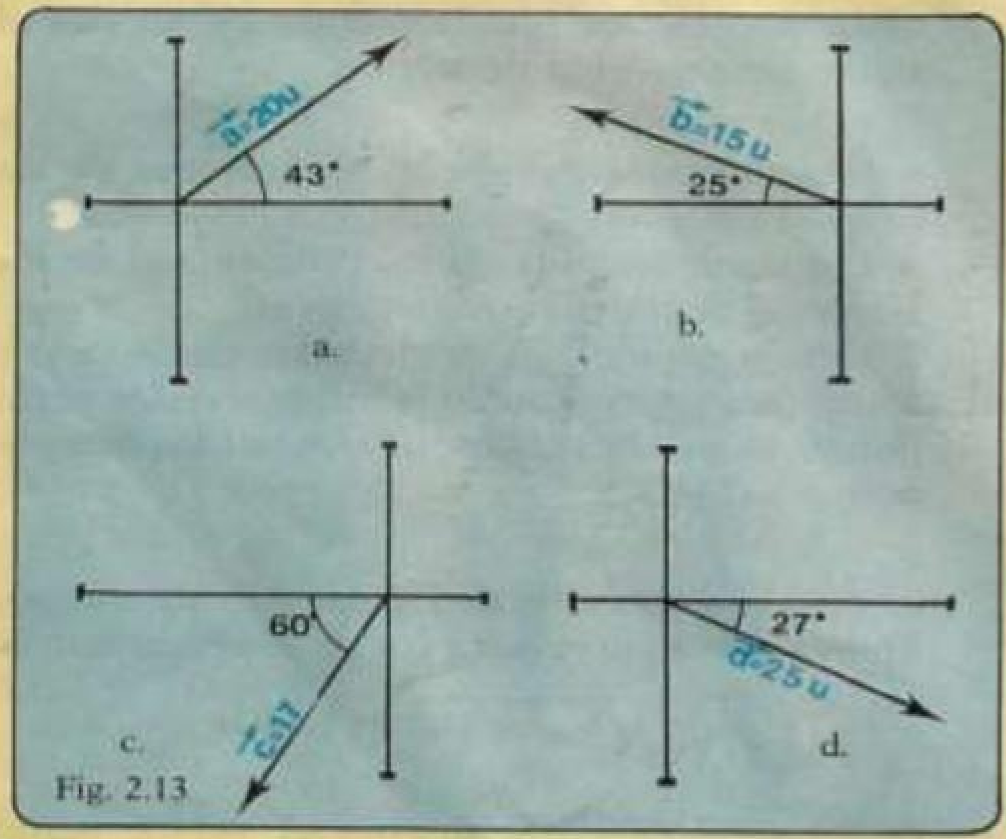


Fig. 2.13

2. **Suma de vectores por descomposición rectangular.**
   Con el siguiente ejercicio aprenderás a sumar dos o más vectores, descomponiéndolos rectangularmente.

   • Halla la suma de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$, que aparecen ligados al siguiente sistema de coordenadas cartesianas.

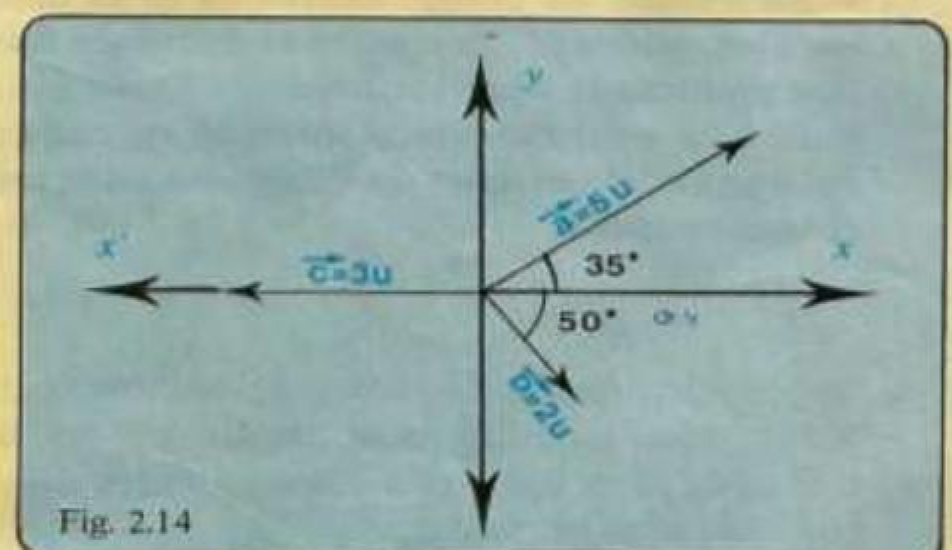


Fig. 2.14

a. Halla las componentes rectangulares de cada vector y consigna dichos resultados en una tabla como ésta:

$a_x =$			
$a_y =$	a sen 35° =	5 sen 35° =	2.87
$b_x =$			
$b_y =$			
$c_x =$			
$c_y =$			

b. Efectúa la suma de las componentes en cada uno de los ejes, teniendo en cuenta el siguiente convenio de signos:

- Las componentes en las direcciones de los semiejes positivos son positivas.
- Las componentes en las direcciones de los semiejes negativos son negativas.
- Dibuja un eje de coordenadas cartesiano y sobre éste representa la resultante de las componentes en $x(V_x)$ y la resultante de las componentes en $y(V_y)$.

c. Aplica el teorema de Pitágoras a las componentes resultantes para hallar el vector suma:

$$\vec{V}_s = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2.73 \text{ u}$$

d. Representa gráficamente el vector suma ($\vec{V}_s$).

Podemos decir que para sumar dos o más vectores, descomponiéndolos rectangularmente, procedemos de la siguiente forma:

- **Hallamos las componentes de cada vector.**
- **Sumamos las componentes en cada uno de los ejes, teniendo en cuenta el convenio de signos enunciado anteriormente.**
- **Con la componente resultante en cada eje, aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar el vector suma.**

3. Aplica el método de descomposición rectangular, para calcular la suma de los vectores que aparecen ligados a los siguientes ejes de coordenadas cartesianas.

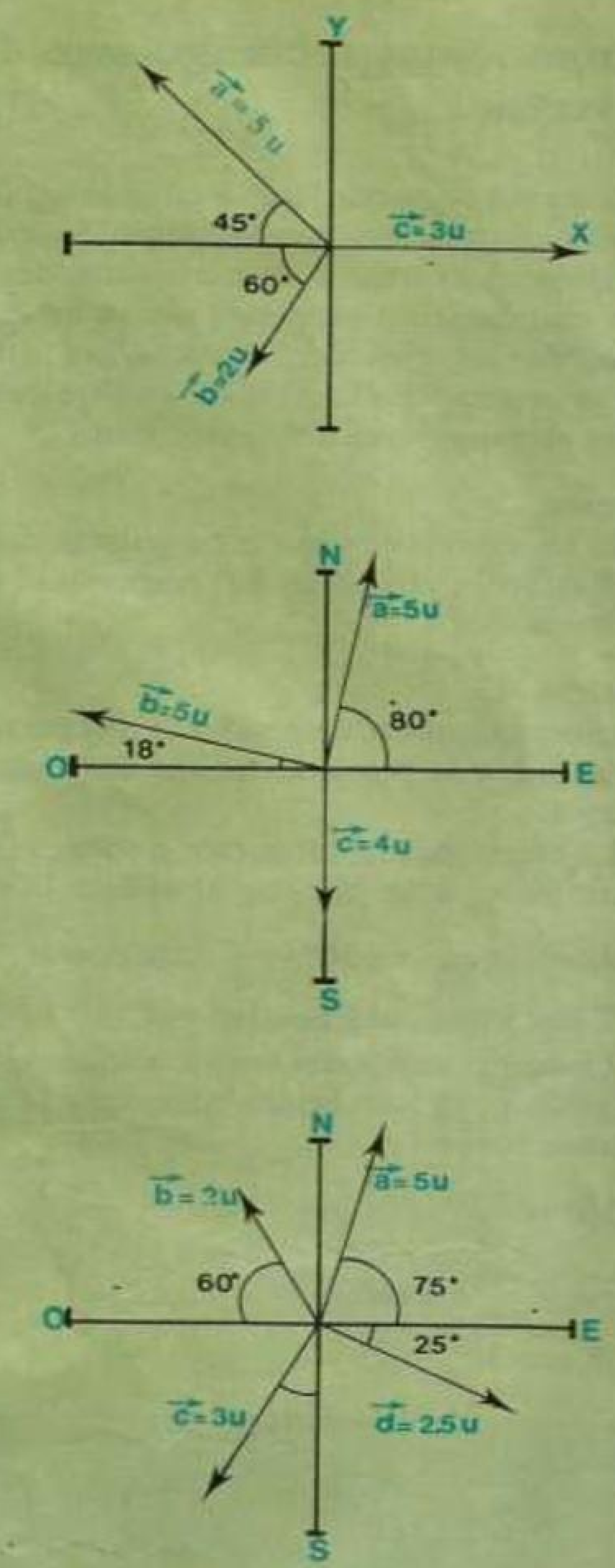


Fig. 2.15

RENE DESCARTES (1596 - 1650)

Filósofo y matemático francés. Su método filosófico y científico está basado en el análisis formal del método matemático.

Vinculó la física a la matemática y por medio de la geometría analítica ofreció al mundo científico una herramienta que daría origen a la mecánica y al cálculo infinitesimal.

TALLER 8

Relaciones entre magnitudes

Para entender la relación existente entre algunas magnitudes físicas es necesario recordar en qué consiste **la proporcionalidad**. El presente taller se elaboró para el propósito.

A. Magnitudes directamente proporcionales

¿Cuándo las magnitudes son directamente proporcionales?

Para tal efecto, estudiaremos la relación entre la fuerza que se ejerce sobre un resorte y el alargamiento que éste sufre.

En la siguiente secuencia de dibujos aparece el resorte, al cual le hemos colocado ninguno, uno, dos, tres y cuatro cuerpos, todos del mismo peso; observa en ~~las representaciones~~ el alargamiento que el resorte sufre según el número de cuerpos suspendidos.

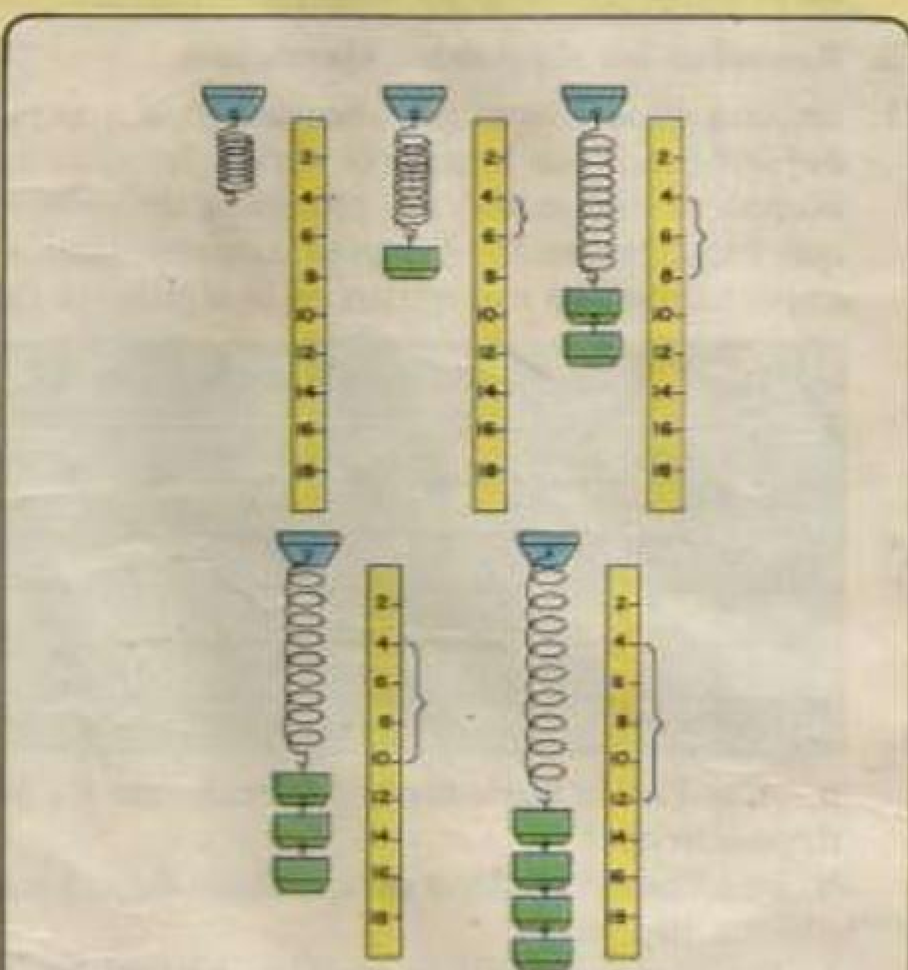


Fig. 2.16

1. Tabla de datos.

Observa en cada uno de los dibujos, el alargamiento que sufre el resorte, según el número de cuerpos que de él se suspendan. Haz y completa una tabla de datos, semejante a la que aparece a continuación:

Número de cuerpos	0	1	2	3	4
Alargamiento			4 cm		

2. Gráfica.

Después de tener la tabla de datos, debemos representar gráficamente las dos magnitudes, ya que esto nos permite visualizar fácilmente, la relación que existe entre éstas.

Realiza la gráfica de la siguiente forma: en una hoja de papel cuadriculado, traza dos rectas perpendiculares entre sí; estas dos líneas se denominan eje vertical y eje horizontal.

Fig. 2.17

De acuerdo a como se obtienen los datos, la variable que se **manipula** es el número de cuerpos y se denomina **variable independiente**. El alargamiento del resorte **depende** del número de cuerpos que se coloquen; a esta variable se le llama **variable dependiente.**

Los valores que toma la variable independiente se localizan en el eje horizontal (Eje x) y los de la variable dependiente se localizan en el eje vertical (Eje y).

Ten en cuenta los valores máximos que tiene cada magnitud, para dividir los ejes en segmentos iguales, de tal forma que se puedan representar todos los datos y la gráfica ocupe la mayor cantidad de espacio.

Luego representa con una marca fuerte cada pareja ordenada de valores (No. de cuerpos, y alargamiento) y une estos puntos con una línea continua.

3. Análisis de la gráfica.

¿Qué tipo de gráfica obtuviste? ¿Pasa la línea por el origen?

La gráfica que se obtiene en esta actividad es una línea recta y además pasa por el origen; de esto podemos concluir que el alargamiento

que experimenta el resorte es directamente proporcional al número de cuerpos del mismo peso que de él se suspenden.

Si la representación gráfica de dos magnitudes corresponde a una línea recta que pasa por el origen, podemos asegurar que las dos magnitudes son directamente proporcionales.

Si simbolizamos el alargamiento por la letra x, el número de cuerpos que de él se suspenden por la letra N y la proporcionalidad directa por el signo "α", escribimos entonces X α N que se lee:

X es directamente proporcional a N.

Dicho de otra forma, la variable dependiente *x* es directamente proporcional a la variable independiente N.

Como puedes observar en la gráfica o en la tabla, mientras una de estas cantidades aumenta (No. de cuerpos), la otra también aumenta (alargamiento); o si una de ellas disminuye, la otra también disminuye en la misma proporción, lo cual nos garantiza la proporcionalidad directa ya analizada en la gráfica.

4. Ecuación que liga las variables.

El haber determinado gráficamente que las dos magnitudes son directamente proporcionales, es un paso importante en el estudio de un fenómeno físico, pero debemos encontrar la ecuación que relaciona a las dos variables consideradas.

• Efectúa la división de cada alargamiento, por su correspondiente número de cuerpos. ¿Qué valor obtienes en cada división?

• ¿Qué puedes concluir respecto al cociente de dos magnitudes que son directamente proporcionales?

Como pudiste comprobar, siempre se obtiene el mismo cociente; por lo tanto podemos asegurar que:

Si dos magnitudes son directamente proporcionales, entonces están ligadas por un cociente constante.

En nuestro caso: X α N, entonces $\frac{X}{N} = C$ ó $X = CN$

donde C es la constante de proporcionalidad.

La expresión $\frac{X}{N} = C$ ó $X = CN$ es la ecuación que liga las dos variables consideradas.

5. Cálculo de la constante de proporcionalidad.

Hemos dicho que al hallar el cociente entre X y N, se calcula el valor de C.

$$\frac{X}{N} = \frac{2\text{ cm}}{1\text{ cuerpo}} = \frac{4\text{ cm}}{2\text{ cuerpos}} = \frac{6\text{ cm}}{3\text{ cuerpos}}$$

$$= \frac{8\text{ cm}}{4\text{ cuerpos}} = 2\text{ cm/cuerpo}$$

C = 2 cm/cuerpo, es el valor de la constante de proporcionalidad. De esta forma la ecuación será: $\mathbf{X = \frac{2\ cm}{cuerpo}\ N}$.

6. Predicción de nuevas situaciones.

Cuando ya hemos encontrado la ecuación que liga las dos variables y además hemos calculado la constante de proporcionalidad se puede hallar el alargamiento que sufre el resorte cuando de él se suspende cualquier número de cuerpos. Por ejemplo siete de ellos:

X = C.N

X = (2 cm/cuerpo) (7 cuerpos) = 14 cm

El alargamiento del resorte es de 14 cm.

• Calcula el alargamiento del resorte cuando de él se suspenden 11 cuerpos.

B. Resuelve los siguientes ejercicios:

1. En una experiencia de laboratorio, a una masa determinada se le aplicó varias fuerzas horizontales y se midió los cambios de velocidad que experimentaba la masa. Los resultados del experimento se muestran en la siguiente tabla.

Fuerza (N)	Cambios de velocidad (m/s^2)
5	4.9
10	9.8
15	15.2
20	20.1
25	25.0
30	29.9

a. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?

b. Realiza un gráfico de cambios de velocidad contra fuerza.

c. De acuerdo con la gráfica obtenida, ¿qué tipo de proporcionalidad existe entre estas variables?

d. Escribe la ecuación que liga las dos variables.

NOTA: Representa por F: fuerza y por C: cambios de velocidad.

e. Encuentra la constante de proporcionalidad.

f. Utilizando la ecuación obtenida, encuentra las variaciones de velocidad para fuerzas de 8 N y 42 N.

2. Para cada una de las siguientes tablas de datos:

x(m)	t(s)
20	4
40	8
60	12
80	16

V(m/s)	t(s)
5	2
10	4
15	6
20	8
25	10

a. Realiza una gráfica de las variables teniendo en cuenta que la variable que aparece en la primera columna de cada tabla es la dependiente.
b. ¿Qué tipo de proporcionalidad existe entre las variables?
c. Escribe la ecuación que liga las variables.
d. Encuentra la constante de proporcionalidad.
e. Con la ecuación que liga las variables x y t, encuentra los valores de x para $t = 5$ s y para $t = 36$ s; y con la ecuación que liga a V y a t encuentra los valores de V para $t = 2.5$ s y $t = 32$ s.

C. Proporcionalidad lineal.

En el taller anterior el **alargamiento** del resorte representaba la variable dependiente. Ahora se considera la **longitud** del resorte como la variable dependiente y el número de cuerpos seguirá siendo la variable independiente. De acuerdo con los dibujos mostrados en la figura 2.16, se obtiene la siguiente tabla de datos:

Número de cuerpos	Longitud
0	4 cm
1	6 cm
2	8 cm
3	10 cm
4	12 cm

1. Realiza la gráfica de las variables L (longitud) y N (número de cuerpos). Ten en cuenta que la variable independiente se representa en el eje horizontal.

2. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene?

3. ¿Son las magnitudes directamente proporcionales? ¿Por qué? Al realizar la gráfica de L contra N se obtiene una línea recta que no pasa por el origen, lo cual indica que las magnitudes no son directamente proporcionales sino de tipo **lineal**. Se dice que L varía directamente con N al trasladar el eje horizontal (N) una distancia L_0, de tal forma que la recta pase por el origen de este nuevo sistema de coordenadas. Se tiene: $L - L_0 \propto N$.

Como $L - L_0$ y N al ser directamente proporcionales están ligados por un cociente constante. $\frac{L - L_0}{N} = C$ ó $L - L_0 = CN$

Donde C es la constante de proporcionalidad. Para este caso el valor de C será:

$$C = \frac{L - L_0}{N} = \frac{12 \text{ cm} - 4 \text{ cm}}{3 \text{ cuerpos}} = 2 \text{ cm/cuerpo}$$

Como se observa, el valor de la constante de proporcionalidad C se puede obtener escogiendo dos puntos de la recta de la forma (N, L) por ejemplo (4 cuerpos, 12 cm) y (2 cuerpos, 8 cm) de tal forma que:

$$C = \frac{\Delta L}{\Delta N} = \frac{L_2 - L_1}{N_2 - N_1} = \frac{8 \text{ cm} - 12 \text{ cm}}{2 \text{ cuerpo} - 4 \text{ cuerpo}}$$
$$= \frac{2 \text{ cm}}{\text{cuerpo}}$$

De esta manera la ecuación que liga las variables L y N será: $L - L_0 = \frac{2 \text{ cm}}{\text{cuerpo}} \cdot N$

Como $L_0 = 4$ cm y representa el punto de corte de la recta con el eje vertical, entonces:

$$L = \frac{2 \text{ cm}}{\text{cuerpo}} \cdot N + 4 \text{ cm}$$

En general, se puede concluir que:

Una variable y varía **linealmente** con una variable x si al realizar la gráfica de y contra x resulta una línea recta que intersecta al eje y en el punto b y tiene una constante de proporcionalidad:

$C = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son dos puntos de la recta. La relación entre y y x es de la forma $y = c + b$.

D. Resuelve el siguiente ejercicio:

Para cada una de las siguientes tablas:

TABLA 1

ym/s	x(5)
3	0
5/2	1
2	2
3/2	3

TABLA 2

y(m)	x(s)
2	0
5	1
8	2
11	3
14	4

a. Realiza una gráfica de y contra x.
b. ¿Qué tipo de relación hay entre las variables?
c. ¿Cuál es el valor del punto de corte de la recta con el eje y?
d. Determina la constante de proporcionalidad.
e. Encuentra la ecuación que liga las variables y y x.

TALLER 9

Magnitudes inversamente proporcionales

A. Analizaremos en el siguiente taller la relación "inversamente proporcional a" entre dos magnitudes físicas.

Consideremos el movimiento de un automóvil que tiene que recorrer una distancia de 120 kilómetros que separa a dos ciudades a lo largo de un camino recto. En la figura 2.18 se ilustran los valores de la velocidad promedio que debe llevar el automóvil, para que sus respectivos tiempos de salida y llegada sean los que se indican en los relojes.

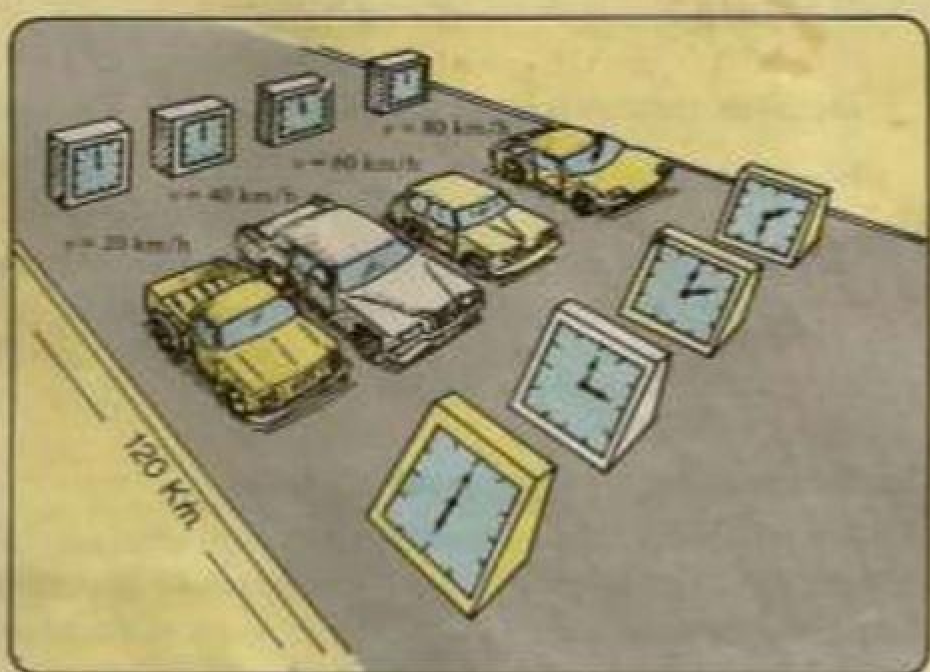


Fig. 2.18

1. Realiza una tabla de datos: coloca en ella la rapidez con que se mueve el auto y los correspondientes tiempos gastados en hacer el recorrido.

v Rapidez en (km/h)	20				
t Tiempo (h)	6				

2. Teniendo en cuenta que el tiempo gastado por el automóvil en hacer el recorrido depende de la rapidez con que se mueva, identifica las variables dependiente e independiente y realiza la gráfica correspondiente.

3. La gráfica que obtuviste, ¿es una línea recta que pasa por el origen?

4. ¿Puedes afirmar que las dos magnitudes v y t son directamente proporcionales?

La gráfica que se obtiene es una curva, que recibe el nombre de hipérbola. En ella puedes observar que para valores pequeños de rapidez el tiempo es grande, y a medida que la rapidez crece, el tiempo disminuye.
Como puedes verificar en la tabla de datos o en la gráfica, si se duplica la rapidez, el tiempo gastado se reduce a la mitad; si se triplica la rapidez, el tiempo de viaje se hace tres veces menor.

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción.

La anterior definición nos permite garantizar que t es inversamente proporcional a v, lo cual simbolizamos: $t \,\alpha\, \frac{1}{v}$, es decir t es directamente proporcional al inverso de v.

5. Calcula y escribe en una tabla de datos los valores de $\frac{1}{v}$, y realiza una gráfica de t contra $\frac{1}{v}$

6. La gráfica que obtuviste, ¿es una línea recta que pasa por el origen?

7. ¿Puedes afirmar que t es directamente proporcional a $\frac{1}{v}$?

Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al graficar la variable dependiente contra el inverso de la variable independiente, se obtiene una línea recta que pasa por el origen.
Si tenemos en cuenta que dos magnitudes directamente proporcionales están ligadas por un cociente constante, podemos ahora encontrar la ecuación que liga dos magnitudes inversamente proporcionales.

$t \,\alpha\, \frac{1}{v}$, luego $\frac{t}{\frac{1}{v}} = C$ (constante), por lo tanto

$t.v = C.$

Luego:

Dos magnitudes inversamente proporcionales están ligadas por un producto constante.

8. Calcula el valor de la constante de proporcionalidad (C), realizando el producto de t por v, en cada pareja de valores que hay en la tabla de datos.

B. Resuelve los siguientes ejercicios:

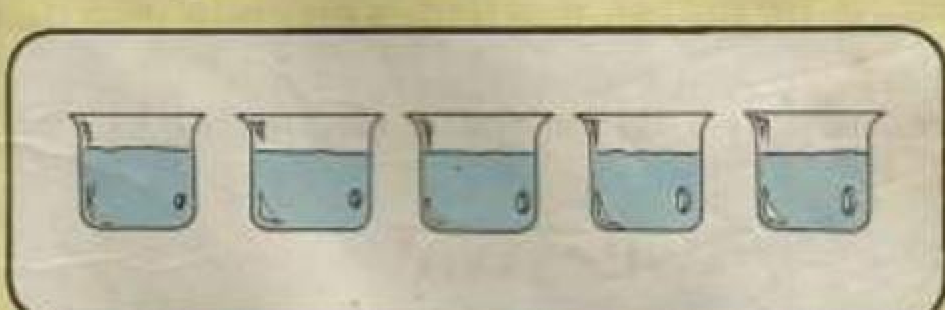
1. En una actividad experimental se aplicó una fuerza constante a diferentes masas midiendo los cambios de rapidez que experimentaban dichas masas.

Los resultados experimentales aparecen en la siguiente tabla:

(m) masa (g)	(a) cambios de rapidez (m/s^2)
1	12
2	6
3	4
4	3
5	2.4
6	2

a. De acuerdo con lo realizado en el experimento, ¿cuál es la variable independiente?, ¿cuál la dependiente?
b. Realiza una gráfica entre las variables.
c. ¿Qué tipo de relación existe entre los cambios de rapidez y la masa? ¿Por qué?
d. Verifica tu hipótesis realizando una nueva gráfica de la variable dependiente en función del inverso de la variable independiente.
e. Halla la constante de proporcionalidad.
f. Encuentra la ecuación que liga las variables y determina los valores de los cambios de velocidades para $m = 0.5$ g y $m = 18$ g.

2. Se tienen cinco recipientes que contienen la misma cantidad de agua. Cada uno de éstos tiene un orificio de área determinada y diferente a los demás. Se registra el tiempo de salida del agua para cada recipiente obteniendo los siguientes datos:



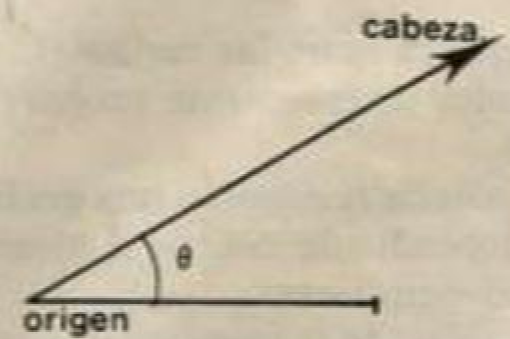
t(s)	A(cm^2)
1	24
2	12
3	8
4	6
5	4.8

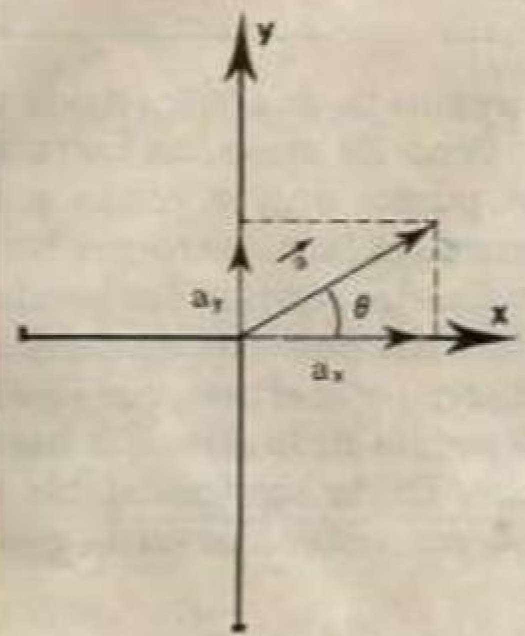
a. Determina las variables dependientes e independientes.
b. Realiza una gráfica entre las variables.
c. ¿Son magnitudes inversamente proporcionales? ¿Por qué?
d. Verifica tu hipótesis realizando una gráfica de la variable dependiente contra el inverso de la variable independiente.
e. Encuentra el valor de la constante de proporcionalidad.
f. Encuentra la ecuación que liga las variables.
g. Halla los valores de t para $A = 5\ cm^2$ y $A = 2.5\ cm^2$.

3. En uno de los extremos de una barra rígida se coloca un talego lleno de arena. La barra se suspende de un punto muy cercano a la talega. Para mantener la barra en forma horizontal se tienen pesas de hierro que se pueden colocar de otro lado del punto de suspensión de la barra. Se observó que el **peso que equilibraba la barra dependía de la distancia hasta el punto de apoyo**. En la siguiente tabla se consignan los valores obtenidos en la experiencia:

d. (cm)	m (kg)
10	48.0
20	24.0
30	16.0
40	12.0
50	9.6
60	8.0
70	6.8571
80	6.0

a. De acuerdo con la forma como se desarrolló la experiencia, identifica variable independiente y variable dependiente.
b. Realiza un gráfico y lanza una hipótesis sobre la relación que liga las variables.
c. Verifica tu hipótesis.
d. Encuentra la ecuación que liga las variables.
e. Con la ecuación encuentra el peso que se debe colocar a 42 cm para equilibrar la barra.





Ideas fundamentales

Vectores: cantidades físicas que se determinan dando su magnitud, dirección y sentido.

Escalares: cantidades físicas que se determinan dando su magnitud con su correspondiente unidad.

Representación de los vectores: se representa mediante una flecha cuya parte inicial se denomina origen del vector, y la parte final extremo o cabeza del vector (ver figura).

La magnitud del vector está determinada por la longitud de la flecha; su **dirección** por el ángulo que forman el vector y el semieje positivo de las equis. El **sentido** se determina por el extremo de la flecha.

Producto de un vector por un escalar: al multiplicar un vector $\vec{a}$ por un escalar **n** positivo, se obtiene un vector $\vec{b} = n\,\vec{a}$ de igual dirección y sentido a $\vec{a}$.
Si n es un escalar negativo se obtiene un vector $\vec{b} = n\,\vec{a}$ de igual dirección y sentido contrario a $\vec{a}$.

Suma de vectores: para sumar dos o más vectores gráficamente, se colocan uno a continuación del otro, de tal forma, que la cabeza de uno coincida con la cola del otro; el vector suma será aquel que tiene por origen, el origen del primer vector y por cabeza, la cabeza del último vector.

Diferencia de vectores: dados los vectores a y b se define: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$, o sea, es la suma del minuendo con el opuesto del sustraendo.

Componentes rectangulares de un vector: todo vector se puede expresar como la suma de los vectores mutuamente perpendiculares llamados componentes rectangulares del vector dado.

$$\left.\begin{aligned} a_x &= a\cos\theta \\ a_y &= a\,\mathrm{sen}\,\theta \end{aligned}\right\} \text{ componentes rectangulares}$$

Suma de dos o más vectores por componentes rectangulares: se siguen los siguientes pasos:

1. Se hallan las componentes de cada vector.
2. Se halla la sumatoria de las componentes en cada uno de los ejes (ΣV_x; ΣV_y).
3. Se aplica el teorema de pitágoras para encontrar el vector suma:

$$Vs = \sqrt{(\Sigma V_x)^2 + (\Sigma V_y)^2}$$

Magnitudes directamente proporcionales: dos cantidades son directamente proporcionales si al aumentar una, la otra también aumenta en la misma proporción. Estas cantidades están ligadas por un cociente constante.

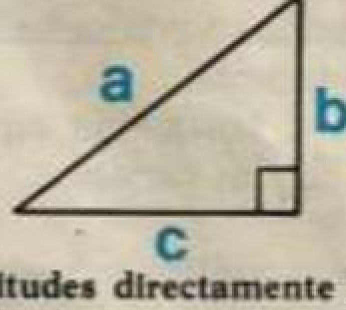
Magnitudes inversamente proporcionales: dos cantidades son inversamente proporcionales, si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción. Están ligadas por un producto constante.

GLOSARIO

Dirección de un vector: es la dirección de la recta que lo contiene.

Vectores equivalentes: dos vectores son equivalentes si tienen la misma magnitud, dirección y sentido.

Teorema de Pitágoras: para todo triángulo rectángulo: $a^2 = b^2 + c^2$.



Magnitudes directamente proporcionales:

Si $y \propto x$ entonces, $\dfrac{y}{x} = \text{constante}$.

Magnitudes inversamente proporcionales:

Si $y \propto \dfrac{1}{x}$ entonces, $y \cdot x = \text{constante}$.

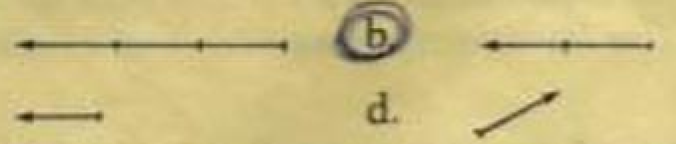
Evaluación

A. Marca con una equis (X) la mejor respuesta:

1. La cantidad escalar es:
a. la velocidad. b. el tiempo. c. la fuerza. d. el peso.

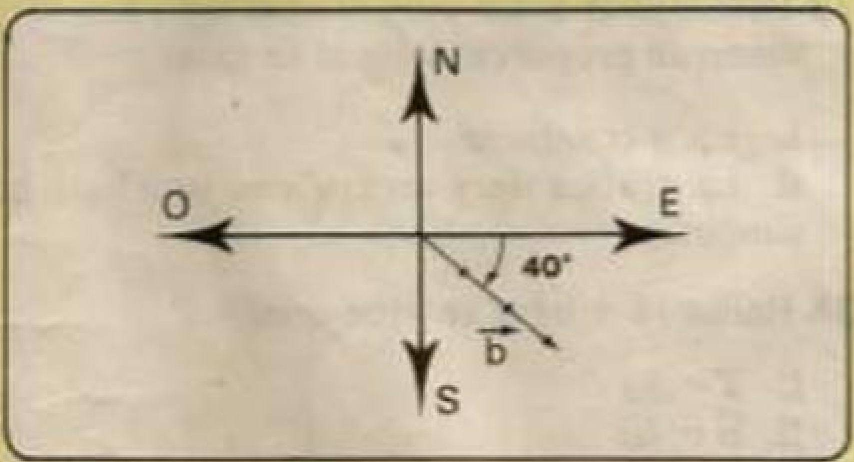
2. Dado el vector $\vec{a}$ el vector $-\vec{a}$ es:

a. b. c. d.



3. La gráfica muestra un vector:

a. b = 3 u, en la dirección 40° al este del sur.
b. b = 3 u, en la dirección 60° al sur del este.
c. b = 3 u, en la dirección 40° al sur del este.
d. b = 3 u, en la dirección 40° al sur del oeste.

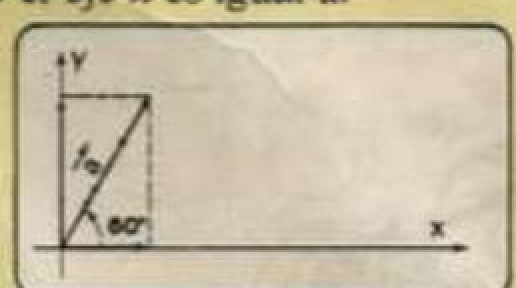


4. Al multiplicar un vector por un número real negativo se altera:
a. La magnitud del vector.
b. La magnitud y el sentido del vector.
c. La magnitud y la dirección del vector.
d. La magnitud, la dirección y el sentido del vector.

5. El vector $\vec{a} - \vec{b}$ es equivalente a:
a. $\vec{b} - \vec{a}$ b. $\vec{a} - (-\vec{b})$ c. $\vec{a} + (-\vec{b})$ d. $\vec{b} - (-\vec{a})$

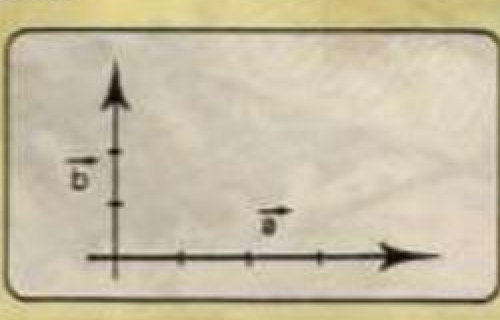
6. De acuerdo con la gráfica, la componente del vector a sobre el eje x es igual a:

a. 3 u
b. 1.5 u
c. 2.58 u
d. 2 u



7. La suma de los vectores a y b que aparecen en la figura es igual a:

a. 3 u
b. 4 u
c. 5 u
d. 7 u

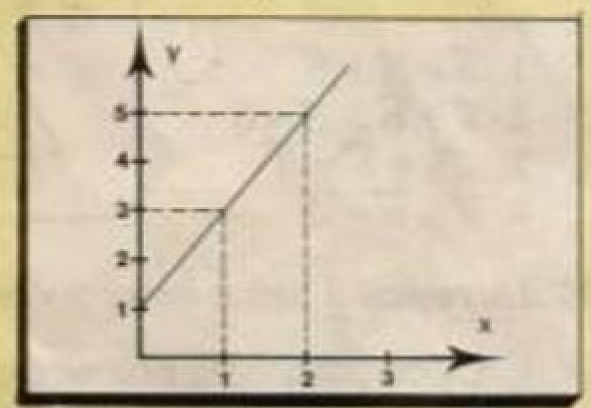


8. Dos magnitudes son directamente proporcionales si al representarlas gráficamente resulta una:
a. hipérbola b. parábola c. elipse
d. recta que pasa por el origen.

9. Se puede afirmar que dos magnitudes son inversamente proporcionales si:
a. Están ligadas por un cociente constante.
b. Están ligadas por un producto constante.
c. Al aumentar una, la otra disminuye.
d. Al aumentar una la otra también aumenta en la misma proporción.

10. La gráfica mostrada está representada por la ecuación:

a. $y = 3x + 1$
b. $y = 2x + 1$
c. $y = x + 2$
d. $y = x + 3$



B. En las preguntas del 11 al 15, el enunciado es una *"afirmación"* seguida de la palabra *"porque"* y una *"razón"* o *"justificación"*.

Elabora una tabla de respuestas, en la que marcarás así:

A, si la afirmación y razón son verdaderas y la razón es una explicación de la afirmación.
B, si afirmación y razón son verdaderas, pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si la afirmación y la razón son falsas.

C **11.** Dos magnitudes están relacionadas linealmente cuando al graficarlas se obtiene una línea recta **porque** al aumentar una de las variables la otra también aumenta proporcionalmente.

D **12.** La magnitud de la componente de un vector puede ser mayor a la magnitud del vector **porque** la magnitud de un vector $\vec{a}$ está dada por $\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

A **13.** La magnitud de la componente de un vector puede ser igual a la magnitud del vector **porque** el vector puede coincidir con uno de los ejes x o y.

C **14.** La ecuación 5 = v.t indica que $t \, \alpha \, \frac{1}{V}$ **porque** al aumentar v aumenta t.

EVALUACION

15. La ecuación $y = 3x$ indica que $y \propto x$ **porque** al graficar y contra x se obtiene una recta que pasa por el origen.

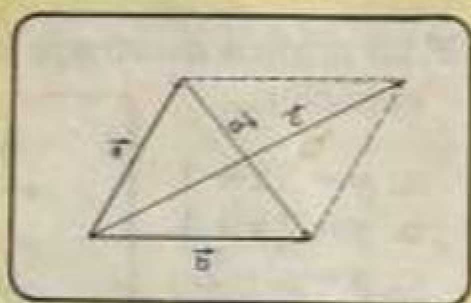
C. Cada enunciado de las preguntas 16 a 20 se completa correctamente con dos de las opciones que le siguen.

Marca en una tabla de respuestas así:

A, si 1 y 2 son opciones correctas.
B, si 2 y 3 son opciones correctas.
C, si 3 y 4 son opciones correctas.
D, si 1 y 3 son opciones correctas.

16. De acuerdo con la figura

1. $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$
2. $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = 0$
3. $-\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$
4. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}$



17. La relación lineal entre y y x es $y = 3x - 1$.

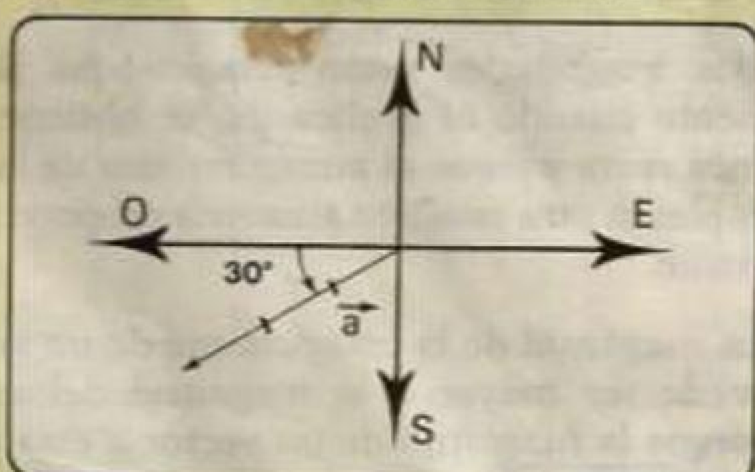
1. La constante de proporcionalidad es -1.
2. El punto de corte de la recta con el *eje y* es 3.
3. La constante de proporcionalidad es 3.
4. El punto de corte de la recta con el *eje y* es -1.

18. v y t son inversamente proporcionales.

1. $v.t$ es constante.
2. v/t es constante.
3. Al graficar v contra t resulta una hipérbole simétrica.
4. Al graficar v contra t resulta una línea recta.

19. Sea $\vec{a} = 3u$, $0°$ y $\vec{b} = 4u$, $90°$.

1. $a_x = 0$
2. $b_x = 0$
3. $(\vec{a} + \vec{b}) = 7u$
4. $(\vec{a} + \vec{b}) = 5u$



20. La gráfica muestra un vector:

1. $\vec{a} = 4u$, en la dirección 30° al sur del oeste.
2. $\vec{a} = 4u$, en la dirección 210° respecto al semieje positivo de las x.
3. $\vec{a} = 4u$ 30° al oeste del sur.
4. $\vec{a} = 4u$, en la dirección 210° respecto al semieje negativo de las x.

D. En las preguntas 21 a 25 decida si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

Marca en una tabla de respuestas, así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si las informaciones I y II son necesarias.
D, si con las informaciones I y II no es suficiente.

21. Hallar la ecuación que liga las variables x y y si se sabe:

I. Algunos valores que toma la variable x.
II. Algunos valores de y correspondientes a los tomados por x.

22. Determinar si las magnitudes x y y son inversamente proporcionales si se sabe:

I. $y.x =$ constante.
II. La gráfica de y contra x es una hipérbole simétrica.

23. Hallar $|\vec{a} + \vec{b}|$ si se sabe que:

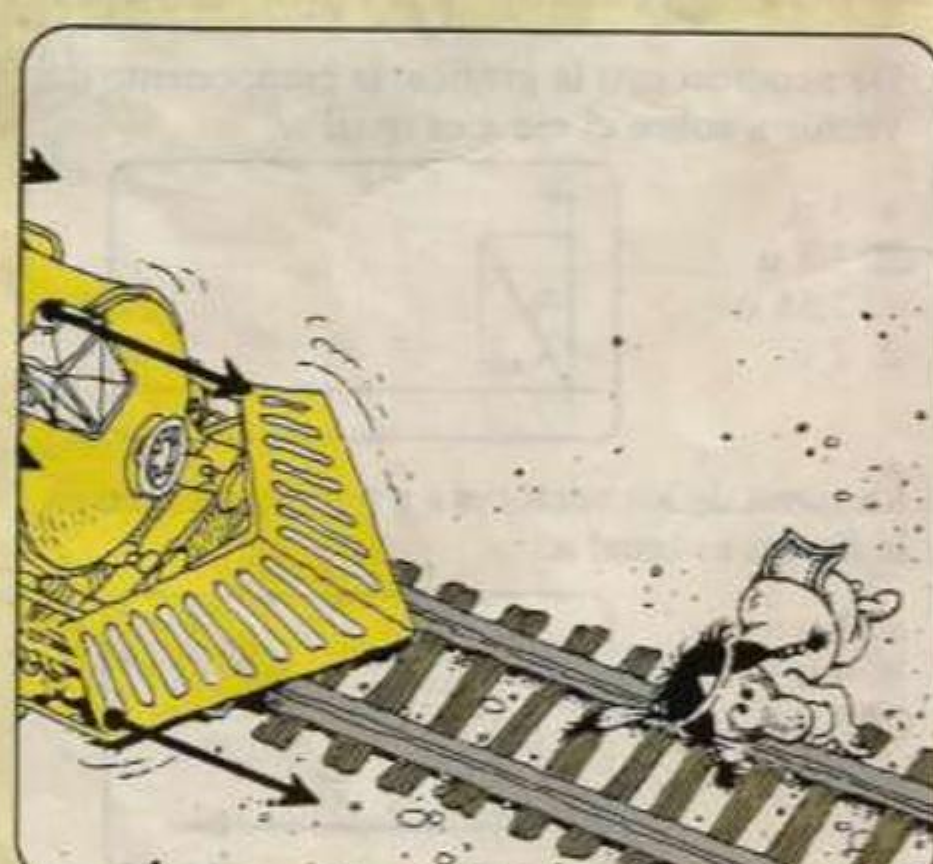
I. $\vec{a} = 3u$
II. $\vec{b} = 4u$

24. Hallar $|\vec{a} - \vec{b}|$ si se sabe que:

I. $\vec{a} = 2u$ en la dirección norte.
II. $\vec{b} = 3u$ en la dirección oeste.

25. Hallar la ecuación que relaciona a las variables y y x si se sabe que:

I. La recta pasa por los puntos (2,4) y (3,5).
II. El punto de corte de la recta con el *eje y* es 2.



UNIDAD 3
Cinemática del movimiento rectilíneo

Objetivos

1. Identificar los conceptos de posición, desplazamiento, velocidad y aceleración.
2. Describir el movimiento de una partícula que posee M.U y/o M.U.A.
3. Resolver problemas de aplicación al M.U y/o M.U.A.

La mecánica

La mecánica es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, fenómeno que puede ser tratado desde dos enfoques diferentes. El primero es la simple descripción del movimiento y el segundo es el análisis de la causa que lo produce.

Cuando nos limitamos a describir el movimiento, nos ocupamos de la parte de la mecánica llamada **cinemática**. Cuando analizamos la causa que produce el movimiento de un cuerpo y estudiamos sus propiedades, nos ocupamos de la **dinámica**.

En esta unidad estudiaremos el movimiento de los cuerpos cinemáticamente, limitando la descripción de éste al movimiento a lo largo de una trayectoria rectilínea.

Así por ejemplo, si un automóvil que viaja a la velocidad de 40 km/h desea detenerse en determinado sitio, desde el punto de vista de la cinemática no interesa conocer la efectividad de los frenos, ni la masa del vehículo, sino la distancia en que puede detenerse y el tiempo que requiere para ello.

El movimiento

Un cuerpo se encuentra en movimiento con relación a un punto fijo, llamado sistema de referencia, si a medida que transcurre el tiempo, la posición relativa respecto a este punto varía.

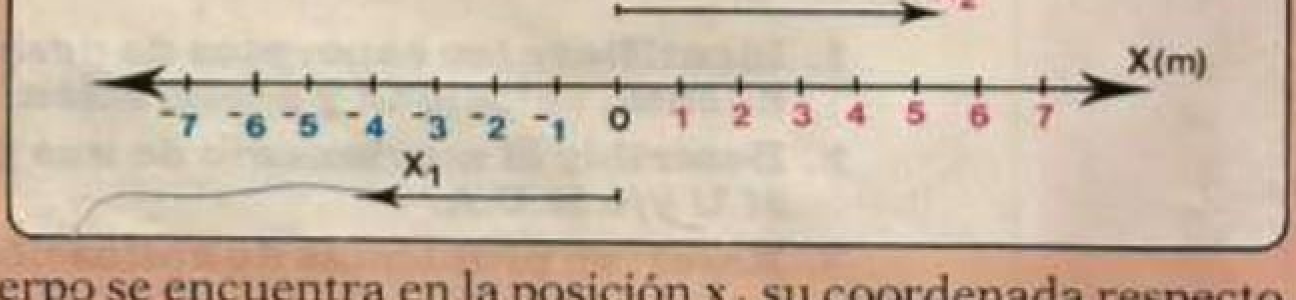
Por ejemplo, un pasajero que viaja en un bus se encuentra en movimiento respecto al suelo pero está en reposo respecto a un sistema de referencia que está dentro del bus. Los estados de reposo o movimiento tienen carácter relativo, es decir, son estados que dependen del sistema de referencia escogido.

Posición de un cuerpo

La posición de un cuerpo sobre una línea recta, en la cual se ha escogido "el cero" como punto de referencia, está determinada por la coordenada X del punto donde se encuentra.

La posición puede ser positiva o negativa, dependiendo si está a la derecha o izquierda del cero, respectivamente. Se llama vector posición ($\vec{x}$) al vector que se traza desde el origen hasta la coordenada posición del cuerpo.

Ejemplo:



Si el cuerpo se encuentra en la posición x_1 su coordenada respecto al origen es -4 m. Si el cuerpo se encuentra en la posición x_2, su coordenada será 5 m. Los vectores posición son $\vec{x}_1$ y $\vec{x}_2$.

La trayectoria de un cuerpo es el conjunto de puntos del espacio que ocupa a través del tiempo.

Desplazamiento es el cambio de posición que sufre un cuerpo.

Espacio recorrido es la medida de la trayectoria.

Desplazamiento

Cuando un cuerpo cambia de posición se produce un desplazamiento. El vector desplazamiento describe el cambio de posición del cuerpo que se mueve de $\vec{x_i}$ (posición inicial) a $\vec{x_f}$ (posición final).

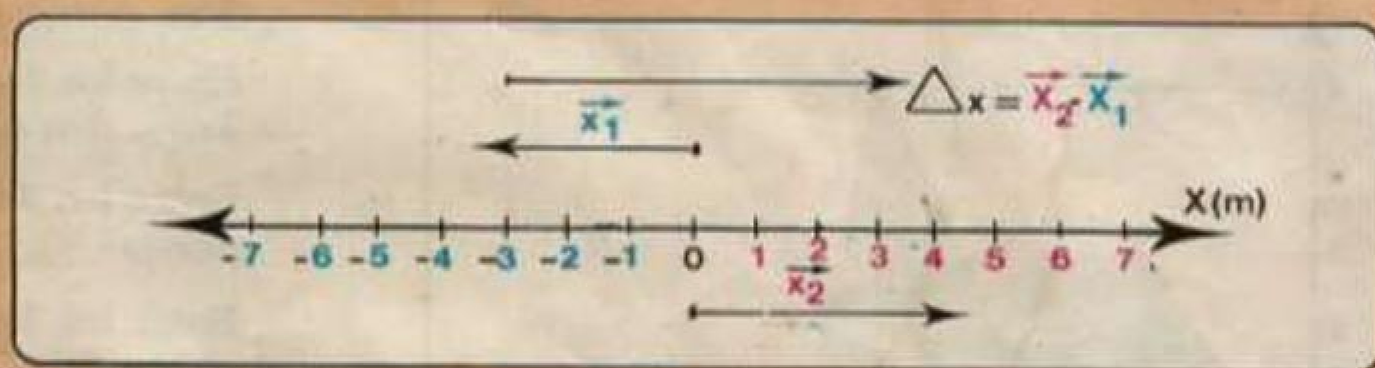
Desplazamiento = posición final − posición inicial

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$$

El símbolo Δ es la letra griega "delta" y se utiliza para expresar la variación.

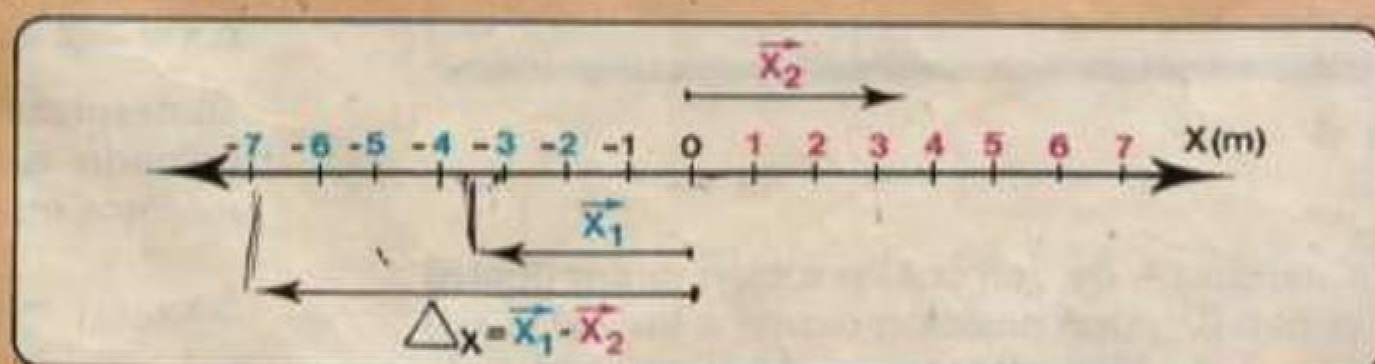
Ejemplos:

1. ¿Cuál es el desplazamiento de un cuerpo que cambia de la posición $x_1 = -3m$ a $x_2 = 4m$?



$\blacktriangle\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$
$\blacktriangle x = 4\,m - (-3m) = 7m.$

2. Si el móvil cambia de la posición x_2 a la posición x_1, ¿cuál es su desplazamiento?



$\blacktriangle\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$
$\blacktriangle x = -3m - 4m = -7m.$
El desplazamiento es negativo porque el cuerpo se mueve de derecha a izquierda.

TALLER 10

Gráficos posición contra tiempo

Como los desplazamientos no son instantáneos, sino que se realizan mientras transcurre el tiempo, se facilita la descripción del movimiento al hacer un gráfico de posición contra tiempo. En el eje vertical se representan las posiciones que ocupa el cuerpo y en el eje horizontal el tiempo.

A. El siguiente gráfico de posición contra tiempo, representa el movimiento de una partícula durante 9 segundos. Basándote en la información que éste te suministra, analiza el movimiento de la partícula, describe en cada uno de los intervalos de tiempo el desplazamiento que ha sufrido el móvil, luego analiza el desplazamiento total y el espacio recorrido.

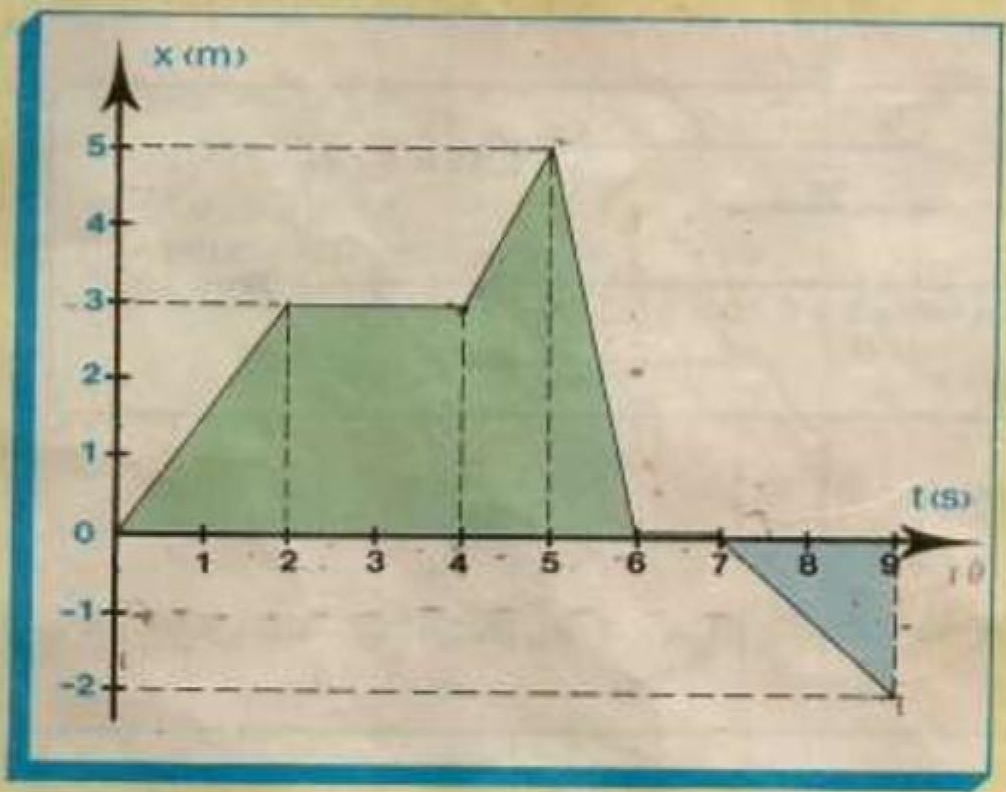


Fig. 3.1

1. Cuando $t = 0\,s$, ¿en cuál posición se encuentra el móvil? ¿Qué posición ocupa a los $2\,s$? ¿Cuál fue el desplazamiento en el primer intervalo de tiempo?

2. En el segundo intervalo, ¿cuál fue el desplazamiento del móvil? ¿Cambió su posición?; en $t = 4\,s$, ¿cuál es la posición del móvil?

3. En el tercer intervalo entre $t = 4\,s$ y $t = 5\,s$, ¿qué desplazamiento sufre el móvil? ¿Qué espacio ha recorrido el móvil hasta este instante?

4. Entre los cinco y los seis segundos, el cuerpo regresa a su posición original, ¿cuál fue su desplazamiento? ¿Es positivo o negativo este desplazamiento?

5. ¿Cuánto tiempo permanece el cuerpo en esta última posición? ¿Qué sucede entre los seis y los siete segundos?

6. Finalmente, el cuerpo se mueve durante dos segundos. ¿Cuál es la última posición que ocupa? ¿Cuál fue su desplazamiento entre $t = 7\,s$ y $t = 9\,s$? ¿Cuál fue el desplazamiento total? ¿Cuál fue el espacio total recorrido por el móvil?

7. Hemos visto en esta gráfica, cómo en forma sencilla y clara se puede describir el movimiento de un cuerpo, con solo tener en cuenta los intervalos transcurridos y el desplazamiento que se da en cada uno de ellos.

En el primer intervalo el cuerpo se desplaza 3 m, porque $3\,m - 0\,m = 3m$.

Entre los $2\,s$ y los $4\,s$ el desplazamiento es nulo: $3m - 3m = 0\,m$.

Entre los $4\,s$ y los $5\,s$ el desplazamiento es $2\,m$, porque $5m - 3m = 2\,m$.

Entre los $5\,s$ y los $6\,s$ el cuerpo regresa a su posición original y su desplazamiento es $-5\,m$ porque $\Delta\vec{x} = 0\,m - 5\,m = -5\,m$.

Entre los 6 y los 7 segundos el desplazamiento es nulo porque el cuerpo permanece en reposo: $\Delta\vec{x} = 0\,m - 0\,m = 0\,m$.

Finalmente, el cuerpo se desplaza $-2\,m$ porque $\Delta\vec{x} = -2\,m - 0\,m = -2\,m$.

El desplazamiento total del móvil se halla calculando la suma vectorial de los desplazamientos en cada intervalo.

$$\Delta x_{total} = 3m + 0m + 2m + (-5m) + (-2m) = -2m.$$

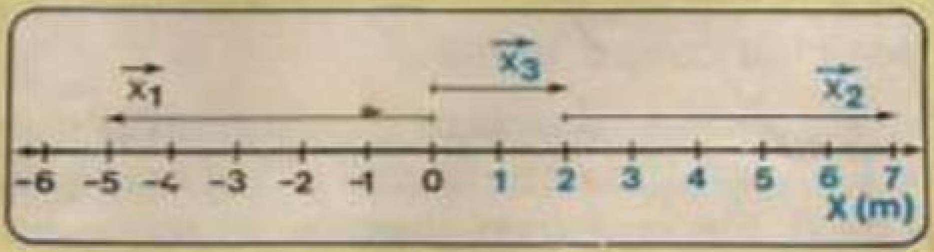
El desplazamiento anterior también se puede obtener simplemente hallando la diferencia entre la posición final y la inicial:
$\Delta x_{total} = -2m - 0m = -2m$.

El espacio total recorrido se calcula sumando los valores absolutos de los desplazamientos en cada intervalo:
$x_{total} = 3m + 0m + 2m + 5m + 2m = 12\,m$.

Observa que siempre el espacio recorrido es una magnitud escalar, mientras el desplazamiento es vectorial.

B. Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Una persona se mueve de la posición $\vec{x}_1$ a la posición $\vec{x}_2$ y de ésta a la posición $\vec{x}_3$, tal como lo muestra el gráfico:



- ¿Cuál es el desplazamiento de la persona entre $\vec{x}_1$ y $\vec{x}_2$?
- ¿Cuál es el desplazamiento de la persona entre $\vec{x}_2$ y $\vec{x}_3$?
- ¿Cuál es el desplazamiento total de la persona?

2. Un cuerpo se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea y ocupa las siguientes posiciones en los tiempos dados:

tiempo s	0	1	2	3	4	5
posición (cm)	6	4	5	5	6	10

a. Realiza un gráfico de posición contra tiempo.
b. ¿En cuáles intervalos el cuerpo permaneció en reposo?
c. ¿Qué desplazamiento sufre el móvil entre 1 s y 3 s?
d. ¿Cuál es el desplazamiento total del cuerpo?
e. ¿Cuál es el espacio total recorrido?

3. Un auto se desplaza por una carretera de acuerdo con el siguiente gráfico:

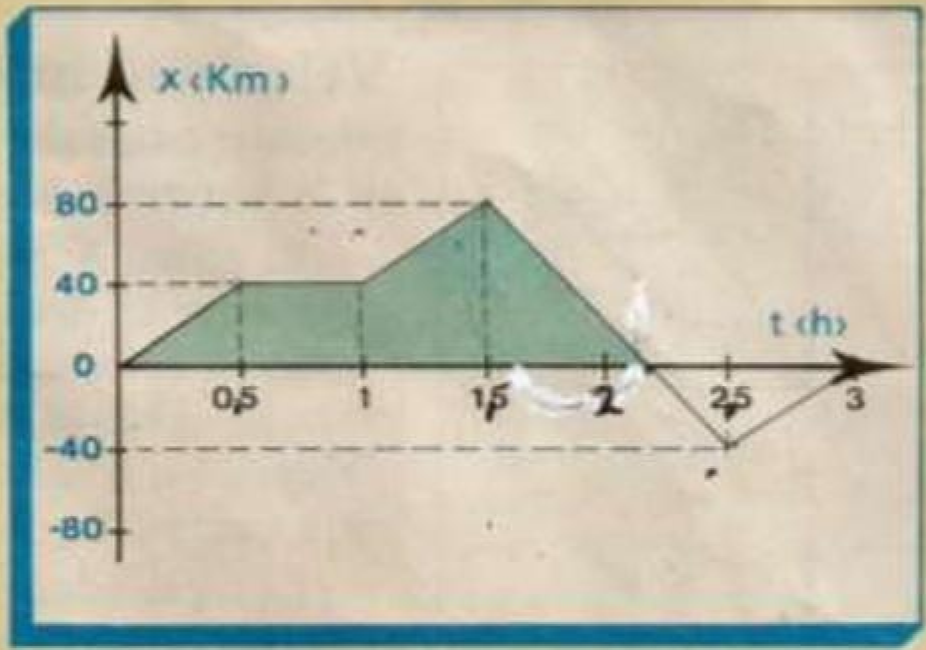


Fig. 3.2

- Describe el movimiento del auto.
- ¿Cuál fue el desplazamiento total?
- ¿Cuál fue el espacio total recorrido?

C. Representa en un gráfico de x contra t las siguientes situaciones:

1. Dos móviles A y B están separados 50 m, simultáneamente se comienzan a mover en sentidos contrarios y se encuentran a mitad de camino en un tiempo de 4 s.

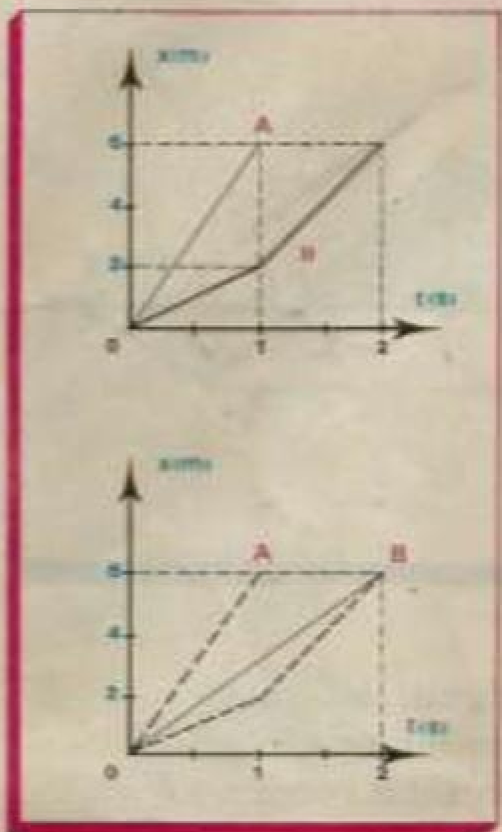
2. Dos móviles A y B, están separados 100 km. El móvil A parte hacia B y llega a su destino a las 4 horas. Una hora después de partir A parte B hacia A y llega a su destino a las 6 horas.

3. En una competencia de atletismo, A da a B ventaja de 60 m. El atleta A alcanza a B después de haber recorrido 180 m y correr durante 60 s.

ARQUIMEDES (287 - 212 A.C.)

Matemático y físico, nacido en Siracusa, antigua colonia griega. Fue el último de los científicos griegos verdaderamente original. Era pariente de Hierón II, el último tirano de Siracusa y tomó parte activa en la defensa de esta ciudad contra los romanos. Fue asesinado mientras trabajaba en la resolución de un problema, por alguien que no sabía o no le importaba lo que Arquímedes hacía. Formuló la Ley de la Palanca e inventó diferentes aparatos como el tornillo. También formuló el famoso principio de Arquímedes.

Velocidad



Velocidad media

Consideremos dos móviles, A y B, que siguen las trayectorias ilustradas en la siguiente gráfica de posición contra tiempo:

El móvil A en el primer segundo se desplaza 6 m, mientras que B solamente se desplaza 2 m. Esto significa que la velocidad con que se movió A, fue superior a la de B. Sin embargo, durante el segundo siguiente, el móvil A estuvo en reposo, mientras B aumentó su velocidad y alcanzó a A. Al cabo de los dos segundos, el desplazamiento total de cada cuerpo fue igual a 6 m.

La velocidad media de los móviles en el primer segundo se calcula por medio de la pendiente de la gráfica:

en el primer segundo $\vec{v}_A = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad \vec{v}_A = \dfrac{6\ \text{m} - 0\ \text{m}}{1\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 6\ \text{m/s}$

$$\vec{v}_B = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad \vec{v}_B = \frac{2\ \text{m} - 0\ \text{m}}{1\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}$$

Vemos cómo en el primer segundo, la velocidad de A fue de 6 m/s, mientras la de B fue sólo de 2 m/s.

En el siguiente segundo tenemos: $\vec{v}_A = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \dfrac{6\ \text{m} - 6\ \text{m}}{2\ \text{s} - 1\ \text{s}} = 0\ \text{m/s}.$

$$\vec{v}_B = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{6\ \text{m} - 2\ \text{m}}{2\ \text{s} - 1\ \text{s}} = \frac{4\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 4\ \text{m/s}$$

El móvil A, estuvo en reposo mientras B viajó 4 m/s.

Si considerando el desplazamiento total, obtenemos la velocidad media de los móviles en el intervalo de tiempo de los dos segundos:

$$\vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{6\ \text{m} - 0\ \text{m}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 3\ \text{m/s}. \qquad \vec{v}_B = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{6\ \text{m} - 0\ \text{m}}{2\ \text{s} - 0\ \text{s}} = 3\ \text{m/s}.$$

La velocidad media de un móvil en un intervalo de tiempo dado, se calcula hallando el desplazamiento en la unidad de tiempo.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Rapidez media

Cuando consideramos el espacio total recorrido por el móvil, en lugar del desplazamiento que sufre, nos referimos a la rapidez media en lugar de la velocidad media. La diferencia consiste en que la velocidad media es una magnitud vectorial, mientras la rapidez media es escalar.

La rapidez media se define como el espacio recorrido en la unidad de tiempo:

$$v = \frac{x}{t}$$

Ejemplo:

El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un móvil:

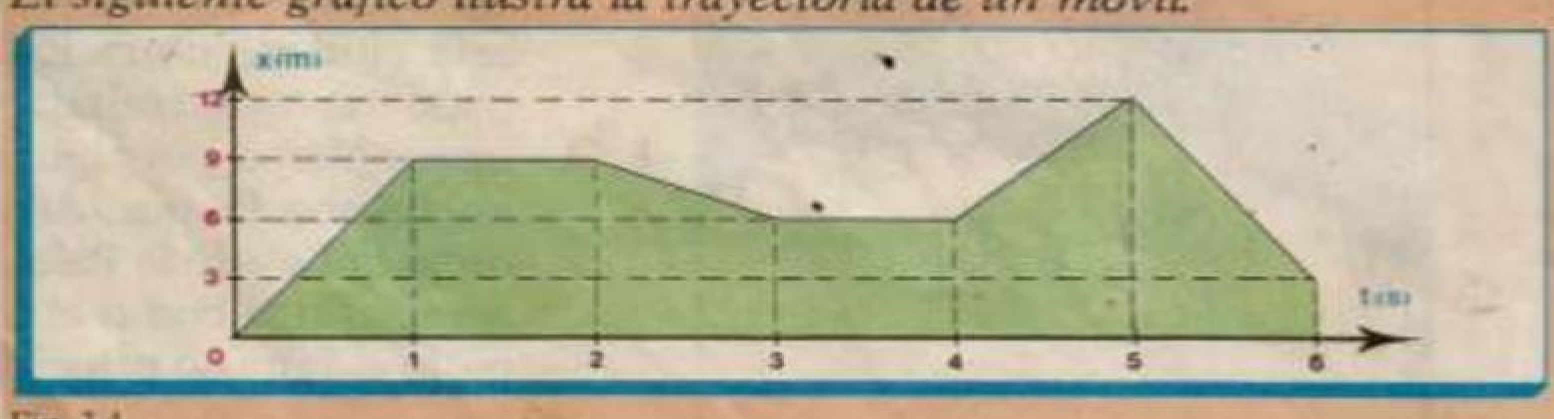


Fig. 3.4

- *Calcular la velocidad media en cada intervalo.*

Solución:
Se separan los intervalos de acuerdo con la característica del movimiento:

$\Delta t_1 = 1\,s - 0\,s$; $\Delta t_2 = 2s - 1s$; $\Delta t_3 = 3s - 2s$; $\Delta t_4 = 4s - 3s$; $\Delta t_5 = 5s - 4s$; $\Delta t_6 = 6s - 5s$.

La magnitud de la velocidad media es:

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{9\ m - 0\ m}{1\ s - 0\ s} = 9\ m/s.$$

$$v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{9\ m - 9\ m}{2\ s - 1\ s} = 0\ m/s$$

$$v_3 = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{6\ m - 9\ m}{3\ s - 2\ s} = -3\ m/s$$

$$v_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{6\ m - 6\ m}{4\ s - 3\ s} = 0\ m/s$$

$$v_5 = \frac{\Delta x_5}{\Delta t_5} = \frac{12\ m - 6\ m}{5\ s - 4\ s} = 6\ m/s$$

$$v_6 = \frac{\Delta x_6}{\Delta t_6} = \frac{3\ m - 12\ m}{6\ s - 5\ s} = -9\ m/s$$

- *Calcular velocidad media y rapidez media de todo el movimiento.*

Solución:

Velocidad media: $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i \quad \Delta x = 3\ m - 0\ m = 3\ m$

$\Delta\vec{t} = \vec{t}_f - \vec{t}_i \quad \Delta t = 6\ s - 0\ s = 6\ s$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3\ m - 0\ m}{6\ s - 0\ s} = 0.5\ m/s$$

Rapidez media:
Se debe calcular el espacio total recorrido:
$x = 9\ m + 0\ m + 3\ m + 0\ m + 6\ m + 9\ m = 27\ m.$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{27\ m}{6\ s} = 4.5\ m/s$$

Velocidad instantánea

Si consideramos el intervalo de tiempo cada vez más pequeño de tal forma que $\Delta t \longrightarrow 0$ (el intervalo de tiempo tiende a cero), estamos hablando de la velocidad que posee un cuerpo en un instante de tiempo dado:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}}$$

La velocidad instantánea, es el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero.

TALLER 11

A. Unidades de velocidad.

1. Las unidades de velocidad se obtienen del cociente entre las unidades de desplazamiento y las unidades de tiempo. ¿Cuáles son las unidades de desplazamiento y tiempo en el SI? ¿En el sistema CGS, cuáles son las unidades de desplazamiento y tiempo? ¿Cuál es la unidad de velocidad en el SI? ¿En qué unidad se mide la velocidad en el sistema CGS?

2. Vemos cómo las unidades más usadas para velocidad son m/s y cm/s para los sistemas SI y CGS, respectivamente. Sin embargo, frecuentemente oímos hablar de velocidades en km/h.

3. Sigue con mucha atención el desarrollo de los siguientes ejemplos: Un automóvil sobre una carretera recta inicia su movimiento en la posición x_1 en $t_1 = 0$; alcanza la posición x_2 y luego regresa a la posición x_3; emplea para todo el recorrido un tiempo de tres horas. (Ver figura 3.5).

• **¿Cuál es su velocidad media?**
La velocidad media está definida como el desplazamiento sufrido en la unidad de tiempo.

$\vec{v}_m = \dfrac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ donde $\Delta \vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$; o sea,

$\Delta x = 90\ \text{km} - 0\ \text{km} = 90\ \text{km}$

y $\Delta t = t_f - t_i$; $\Delta t = 3\ \text{h} - 0\ \text{h} = 3\ \text{h}$

Por lo tanto $v_m = \dfrac{90\ \text{km}}{3\ \text{h}} = 30\ \text{km/h}$ en la dirección del desplazamiento.

• **¿Cuál es la rapidez media?**
La rapidez media está definida como el espacio recorrido en la unidad de tiempo $v_m = \dfrac{x}{t}$, donde $x = 120\ \text{km} + 30\ \text{km} = 150\ \text{km}$ y $t = 3\ \text{h}$.

$$v_m = \frac{150}{3\ \text{h}} = 50\ \text{km/h}$$

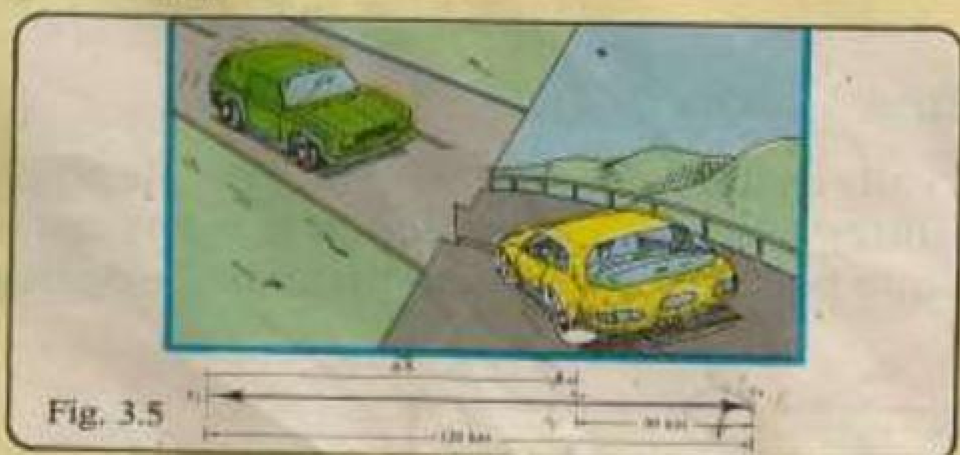


Fig. 3.5

• **Expresar en el SI la velocidad y la rapidez media:**

$$v_m = 30\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{30\ (1000\ \text{m})}{(3600\ \text{s})}\ \text{se remplaza}$$

$1\ \text{km} = 1000\ \text{m}$ y $1\ \text{h} = 3\,600\ \text{s}$

$$v_m = \frac{30000\ \text{km}}{3600\ \text{s}} = 8.33\ \text{m/s}$$

$$v_m = 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50\ (1000\ \text{m})}{3600\ \text{s}} =$$

$$v_m = \frac{50000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 13.88\ \text{m/s}$$

4. Resuelve los siguientes ejercicios:

a. Un móvil sobre una carretera recta inicia su movimiento en la posición $x_1 = 0$ km, en un tiempo $t_1 = 0$ h, alcanza la posición $x_2 = 200$ km y luego regresa a la posición $x_3 = 150$ km, empleando para todo el recorrido, un tiempo de 4 horas.
• ¿Cuál es la velocidad media del móvil?
• ¿Cuál es su rapidez media?
• Expresa los resultados 1 y 2 en m/s.

b. Un atleta recorre la mitad de su trayectoria en 20 minutos y la segunda mitad en 30 minutos. Si el recorrido total es de 38 km, ¿cuál es la rapidez media del atleta?

c. Un auto viaja de la ciudad A la ciudad B separadas 120 km, en 3 horas y regresa en 4 horas. ¿Cuál es su velocidad media en todo el trayecto? ¿Cuál es su rapidez media?

d. El siguiente gráfico de x contra t ilustra el movimiento de un cuerpo.

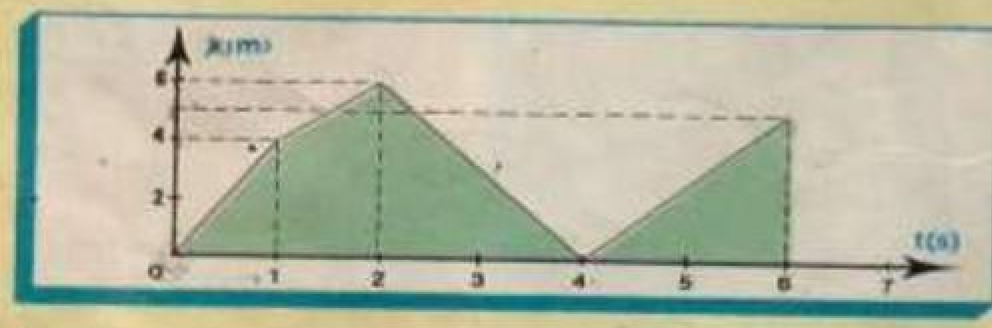


Fig. 3.6

• Describe el movimiento.
• Calcula:
a. El desplazamiento en cada intervalo.
b. El desplazamiento total.
c. La velocidad media en cada intervalo.
d. La velocidad media en todo el intervalo.
e. El espacio total recorrido.
f. La rapidez media en todo el intervalo.

B. Movimiento uniforme.

A continuación analizaremos el movimiento más sencillo que existe en la naturaleza: aquel que se realiza durante todo el intervalo con la misma velocidad.

La siguiente tabla de datos se obtuvo al medir las diferentes posiciones que ocupa una partícula en intervalos de tiempo dados.

x(m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t(s)	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0

1. Elabora un gráfico de x contra t.
2. ¿Qué tipo de gráfico obtuviste?
3. Plantea la relación que existe entre x y t.
4. Como dos magnitudes al ser directamente proporcionales están ligadas por un cociente constante, encuentra la ecuación que liga las dos magnitudes.
5. Encuentra el valor de la constante de proporcionalidad, calculando la pendiente de la recta. ¿Cuáles son las unidades de esta constante? Físicamente, ¿qué nombre recibe esta constante?

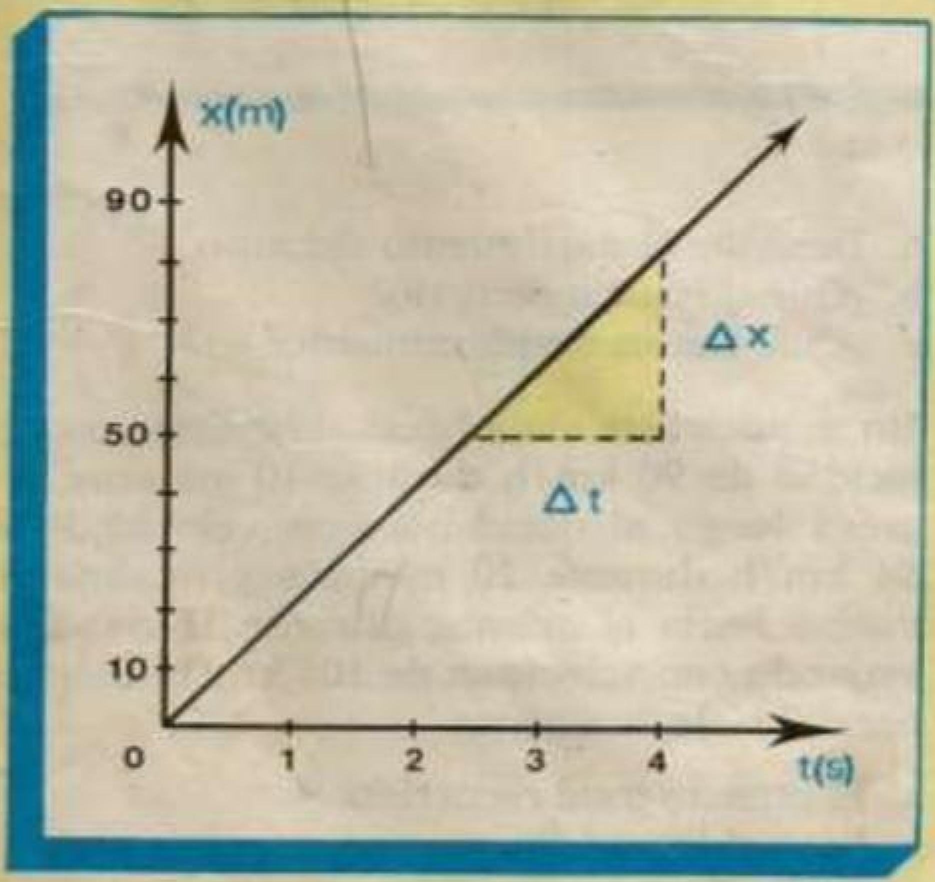


Fig. 3.7

Como te diste cuenta, el móvil recorrió espacios iguales en tiempos iguales y al representar x contra t se obtuvo una recta que pasa por el origen, de la cual pudiste concluir que $x \alpha$ t (el espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo transcurrido).

Por tanto, la ecuación que liga las dos magnitudes es $x =$ k.t donde k es la constante de proporcionalidad y se obtuvo calculando la pendiente de la recta. La unidad de esta constante es m/s; por tanto representa la velocidad y su valor es 20 m/s.

Al realizar el gráfico de v contra t se obtiene una recta paralela al eje horizontal.

El área del rectángulo limitado por los ejes, la recta representativa y una paralela al eje vertical, representa el espacio recorrido por el móvil ya que:

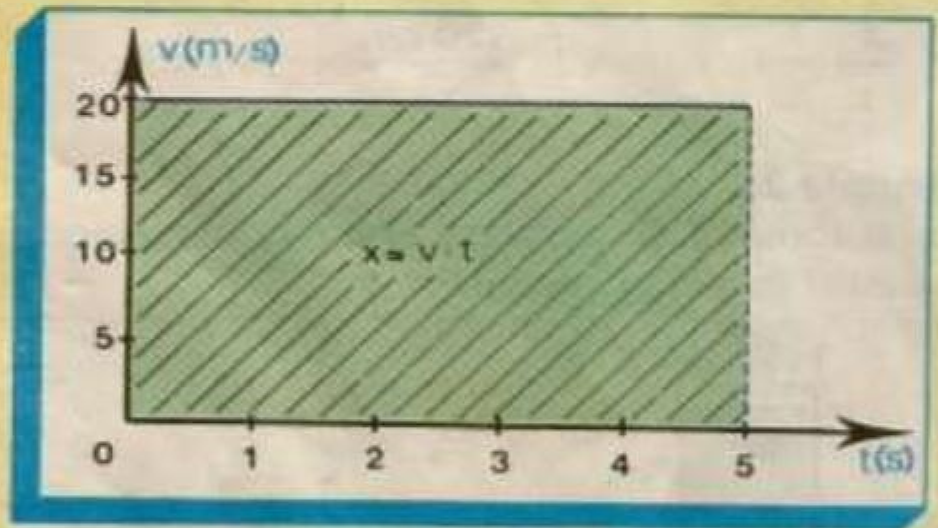


Fig. 3.8

área = altura por base

$$x = v.t$$

Un cuerpo de desplaza con movimiento uniforme cuando recorre espacios iguales en tiempos iguales. La ecuación del espacio recorrido en función del tiempo es:

$$\boxed{x = v.t}$$

donde v es constante.

TALLER 12

Problemas de movimiento uniforme

Ahora analizaremos la solución de problemas de un móvil que posee movimiento uniforme. Sigue el desarrollo de la solución de algunos y luego resuelve los problemas propuestos.

Ejemplo 1:
¿Cuál es la velocidad de un móvil que con movimiento uniforme, ha demorado 5 s para recorrer una distancia de 120 cm?

Datos	**Incógnita**
$x = 120$ cm (distancia)	v = ? (velocidad)
t = 5 s (tiempo)	

Como el movimiento es uniforme, la magnitud de la velocidad se calcula con la expresión

$$v = \frac{x}{t}, \qquad v = \frac{120\text{ cm}}{5\text{ s}} = 24\text{ cm/s}$$

Ejemplo 2:
Un automóvil se desplaza por una carretera de acuerdo con el gráfico 3.9.

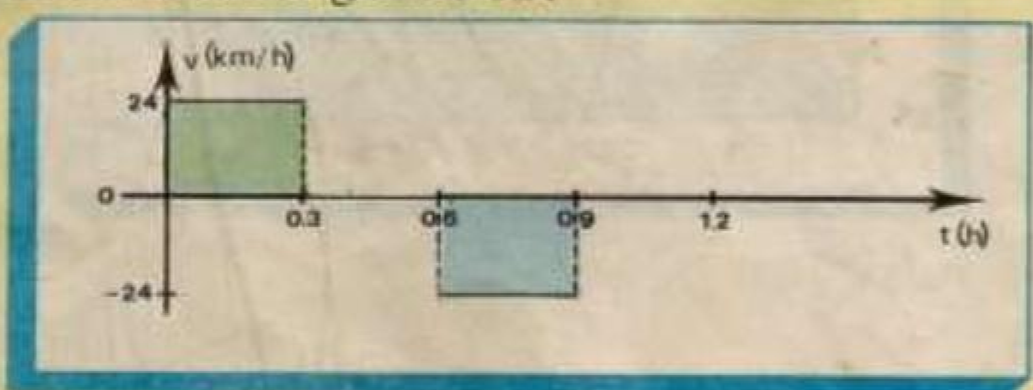


Fig. 3.9

a. Describe el movimiento del auto.
b. Calcula la distancia total recorrida.
c. ¿Cuál fue el desplazamiento del auto?

Solución:

a. El gráfico muestra que en t = 0, el auto poseía una velocidad de 24 km/h, la cual se mantiene hasta t = 0.3 h. El automóvil permanece en reposo desde t = 0.3 h y t = 0.6 h; finalmente, el auto regresa con velocidad constante de −24 km/h desde t = 0.6 h, hasta t = 0.9 h.

b. Para calcular la distancia total recorrida se halla el espacio recorrido en cada intervalo:

$x_1 = v_1 t_1 \qquad x_1 = 24\text{ km/h} \times 0.3\text{ h} = 7.2\text{ km}$
$x_2 = v_2 t_2 \qquad x_2 = 0\text{ km/h} \times 0.3\text{ h} = 0\text{ km}$
$x_3 = v_3 t_3 \qquad x_3 = 24\text{ km/h} \times 0.3\text{ h} = 7.2\text{ km}$
$x_{total} = x_1 + x_2 + x_3 \qquad x_{total} = 7.2\text{ km} + 0\text{ km} + 7.2\text{ km} = 14.4\text{ km}$

Observa que no consideramos el signo de la velocidad ya que se está hablando del espacio recorrido que es una magnitud escalar.

c. Para calcular el desplazamiento del móvil debemos tener en cuenta el carácter vectorial de la velocidad:

$\vec{x}_1 = \vec{v}_1 t \qquad \vec{x}_1 = 7.2\text{ km}$
$\vec{x}_3 = \vec{v}_3 t \qquad \vec{x}_3 = -7.2\text{ km}$
$\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_3 = 7.2\text{ km} + (-7.2\text{ km}) = 0\text{ km}$

A. Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Un auto se mueve con velocidad constante de 216 km/h. Expresa esta velocidad en m/s y calcula en m el espacio recorrido en 15 segundos.
2. Un móvil viaja con velocidad de 0.6 km/h; calcula el espacio recorrido en 3 segundos.
3. La velocidad de un avión es 980 km/h y la de otro 300 m/s. ¿Cuál de los dos es más veloz?
4. ¿Cuánto tarda un vehículo en recorrer 600 km con velocidad constante de 12 m/s?
5. El sonido se propaga en el aire con una velocidad de 340 m/s. ¿Qué tiempo tarda en escucharse el estampido de un cañón situado a 15 km?
6. Un auto se mueve por una carretera de acuerdo con el siguiente gráfico:

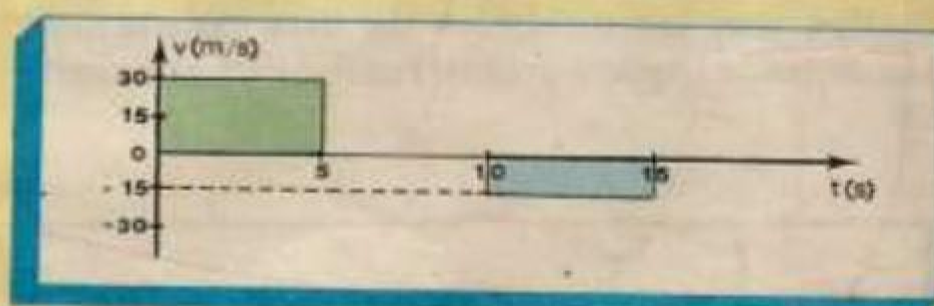


Fig. 3.10

   a. Describe el movimiento del auto.
   b. ¿Qué distancia recorrió?
   c. ¿Cuál fue su desplazamiento?

7. Un motociclista viaja hacia el oriente con velocidad de 90 km/h durante 10 minutos; regresa luego al occidente con velocidad de 54 km/h durante 20 minutos y finalmente vuelve hacia el oriente, durante 15 minutos viajando con velocidad de 108 km/h. Calcula para el viaje completo:
   a. El espacio total recorrido.
   b. La rapidez media.
   c. El desplazamiento.
   d. La velocidad media.

8. Un automóvil hace un recorrido entre dos ciudades que distan entre sí 60 km. En los primeros 40 km viaja a 80 km/h y en los kilómetros restantes desarrolla solamente 20 km/h.
   a. ¿Qué tiempo tarda el viaje?
   b. ¿Cuál es la velocidad media y la rapidez media en el recorrido?

9. Si se produjera una explosión en el Sol, cuya distancia a la Tierra es 150 millones de kilómetros, ¿qué tiempo después de haberse producido el suceso, sería observado en la Tierra?

B. Problemas sobre dos cuerpos con m.u

Algunos de los problemas más interesantes que se presentan en el movimiento uniforme son referentes a dos cuerpos que viajan en sentido contrario o en la misma dirección:

Problemas especiales

Ejemplo

Dos trenes parten de dos ciudades A y B, distantes entre sí 600 km, con velocidades de 80 km/h y 100 km/h respectivamente, pero el de A sale dos horas antes. ¿Qué tiempo después de haber salido B y a qué distancia de A se encontrarán?

Solución

Un diagrama ayuda a ilustrar la situación presentada en el problema:

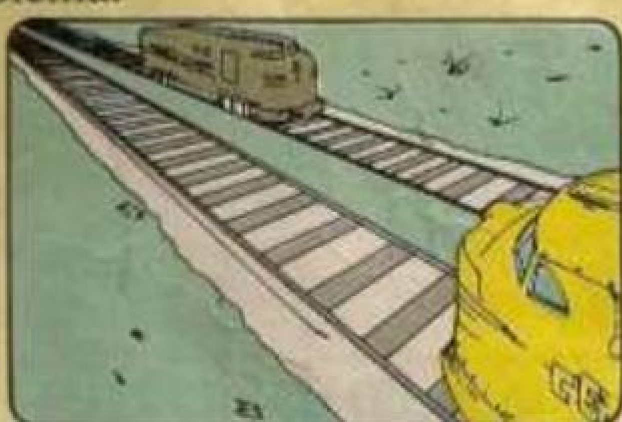


Fig. 3.11

Consideremos que los dos trenes se encuentran en el punto P de la trayectoria, por lo tanto el tren que parte de A recorre un espacio x, mientras el que parte de B recorre el espacio 600 km − x.

Llamamos t al tiempo que tarda el tren B en llegar al punto P; por lo tanto el tiempo que tarda el tran A será t + 2h ya que éste sale dos horas antes.

Por cada tren planteamos una ecuación:

1. $x = v_A\,(t + 2h)$ (espacio recorrido por A) donde $v_A = 80$ km/h.
2. $600\ km - x = v_B\,t$ (espacio recorrido por B) donde $v_B = 100$ km/h.

Aquí tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas x y t, su solución se puede obtener por cualquiera de los métodos estudiados en matemática. Sumemos término a término las ecuaciones (1) y (2):

$$x + 600\ km - x = 80\,\frac{km}{h}\,(t + 2h) + 100\,\frac{km}{h}\,t$$

$$600\ km = 80\,\frac{km}{h} + 160\ km + 100\,\frac{km}{h}\,t$$

Al reducir términos semejantes y transponer términos:

$$180\,\frac{km}{h}\ t = 400\ km \text{ donde } t = 2.44\ h.$$

Al remplazar este valor en cualquiera de las ecuaciones tenemos:

$$x = 80\,\frac{km}{h}\,(2.44\ h + 2\ h) \qquad x = 355.2\ km$$

C. Resuelve los siguientes problemas:

1. Dos trenes parten de una misma estación, uno a 50 km/h y el otro a 72 km/h. ¿A qué distancia se encontrará uno de otro al cabo de 120 minutos:
   a. Si marchan en el mismo sentido?
   b. Si marchan en sentidos opuestos?

2. Dos automóviles A y B se desplazan en una misma carretera tal como lo ilustra el gráfico.

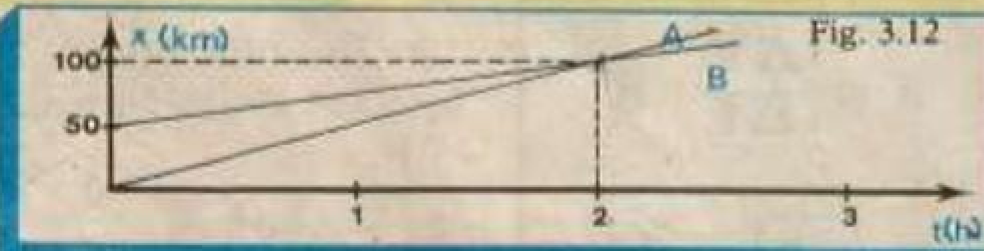


Fig. 3.12

   a. Describe el movimiento de cada cuerpo.
   b. Calcula la velocidad de cada uno.
   c. Encuentra el espacio recorrido por cada móvil en 2 horas.

3. Dos estaciones A y B están separadas 480 km. De A sale un tren hacia B con velocidad de 50 km/h y simultáneamente sale un tren de B hacia A con velocidad de 30 km/h. Calcular a qué distancia de A se cruzan y a qué tiempo después de haber partido.

4. Dos estaciones A y B están separadas 430 km. De A sale un tren hacia B con velocidad de 40 km/h y dos horas más tarde sale un tren de B hacia A con velocidad de 30 km/h. Calcular a qué distancia de A se cruzan y a qué tiempo después de haber partido el segundo tren.

5. Dos trenes parten de dos ciudades A y B distantes entre sí 500 km, con velocidades de 90 km/h y 60 km/h respectivamente. Pero el de B sale una hora antes. ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia?
   a. Si viajan el uno hacia el otro.
   b. Si viajan en el sentido de A hacia B.

Movimiento con velocidad variable

Siempre que ocurre una variación en la velocidad se dice que el móvil presenta *aceleración*.

Concepto de aceleración

En la práctica es raro que un cuerpo posea movimiento uniforme. Cuando un automóvil arranca, su velocidad va aumentando y al final disminuye progresivamente.

La aceleración está relacionada con los cambios de velocidad; en el movimiento uniforme la velocidad es constante, por lo tanto la aceleración es nula.

Consideremos un cuerpo que en el instante t_1, viaja con velocidad v_1; luego se acelera y en un intervalo de tiempo Δt alcanza la velocidad v_2.

El cuerpo sufre un cambio en la velocidad igual a la diferencia de sus velocidades $\Delta v = v_2 - v_1$ en un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$.

La aceleración tiene carácter vectorial porque se obtiene de dividir el vector Δv entre el escalar Δt. Su dirección es la del cambio en la velocidad.

Su aceleración media se define como la variación de la velocidad en la unidad de tiempo

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{ó}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Unidades de aceleración

Las unidades de aceleración se obtienen al dividir las unidades de velocidad entre la unidad de tiempo:

$$\text{En SI} \quad [a] = \frac{[\Delta v]}{[t]} = \frac{m/s}{s} = \frac{m}{s^2}$$

$$\text{En CGS} \ [a] = \frac{[\Delta v]}{[t]} = \frac{cm/s}{s} = \frac{cm}{s^2}$$

GALILEO GALILEI (1564 - 1642)

Físico, matemático, astrónomo, filósofo, literato nacido en Pisa. Es el padre del *método experimental* y de la *dinámica*. Hizo importantísimos estudios sobre el *movimiento de los cuerpos* y descubrió la ley del *isocronismo del péndulo*. Enseñó matemática en Pisa y en Padua y frecuentó la corte de Cósme II de Médicis como «filósofo». Construyó el primer telescopio y con él realizó extraordinarios descubrimientos astronómicos, entre éstos los satélites de Júpiter (Planetas Mediceos), las caras de Venus, los mares de la Luna, las manchas del Sol. Sostuvo la teoría de Copérnico y por esto incurrió en la persecución del Santo Oficio.

TALLER 13

Aceleración

A. Observa en los siguientes ejemplos el empleo de la definición de aceleración:

1. Un automóvil viaja a la velocidad de 10 m/s, se acelera durante 12 s y aumenta su velocidad hasta 70 m/s. ¿Qué aceleración experimenta el automóvil?

Datos
$v_1 = 10$ m/s (velocidad inicial)
$v_2 = 70$ m/s (velocidad final)
$\Delta t = 12$ s (tiempo)

Incógnita
$a = ?$
(aceleración)

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t};\ a = \frac{70\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}}{12\ \text{s}} = 5\ \text{m/s}^2$$

2. Un cuerpo que viajaba con velocidad de 15 m/s la disminuyó hasta 11 m/s en 8 segundos. Calcular su aceleración.

Datos
$v_1 = 15$ m/s
$v_2 = 11$ m/s
$\Delta t = 8$ s

Incógnita
$a = ?$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \vec{a} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t};$$

$$a = \frac{11\ \text{m/s} - 15\ \text{m/s}}{8\ \text{s}} = -0.5\ \text{m/s}^2$$

El signo negativo en la aceleración indica que la velocidad disminuyó.

3. ¿Cuál es la aceleración de un móvil que aumenta su velocidad en 20 m/s cada 5 segundos?

Datos
$\Delta v = 20$ m/s
$\Delta t = 5$ s

Incógnita
$a = ?$

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad a = \frac{20\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} \qquad a = 4\ \text{m/s}^2$$

B. Resuelve los siguientes problemas:

1. ¿Cuál es la aceleración de un móvil que en 4 segundos alcanza una velocidad de 5 m/s habiendo partido del reposo?
2. ¿Cuál es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta en 10 m/s cada 2 segundos?
3. Un móvil disminuye su velocidad en 12 m/s, durante 4 segundos. ¿Cuál es su aceleración?
4. Un móvil viaja con velocidad de 22 m/s y 5 segundos después su velocidad ha disminuido hasta 11 m/s. Calcula su aceleración.
5. Un automóvil que viaja a 20 m/s aplica los frenos y detiene el vehículo después de 4 segundos. ¿Cuál fue su aceleración?
6. ¿Qué velocidad adquiere un móvil que parte del reposo y se acelera a razón de 3 m/s² en 5 s?
7. ¿Qué tiempo tarda un móvil en incrementar su velocidad de 2 m/s a 18 m/s con una aceleración de 2 m/s²?
8. ¿Qué velocidad tenía un cuerpo que en 8 s adquiere una velocidad de 144 m/s con aceleración de 4 m/s²?

C. Movimiento uniformemente acelerado (M.U.A).

Ahora analicemos el movimiento uniformemente acelerado a partir de un gráfico de v contra t.

Consideremos una esfera que se deja rodar desde la parte superior de un plano inclinado. En las ilustraciones se puede observar, el tiempo que marca el segundero y la velocidad que indica el velocímetro ya que la velocidad varía a medida que transcurre el tiempo, como lo muestra la figura:

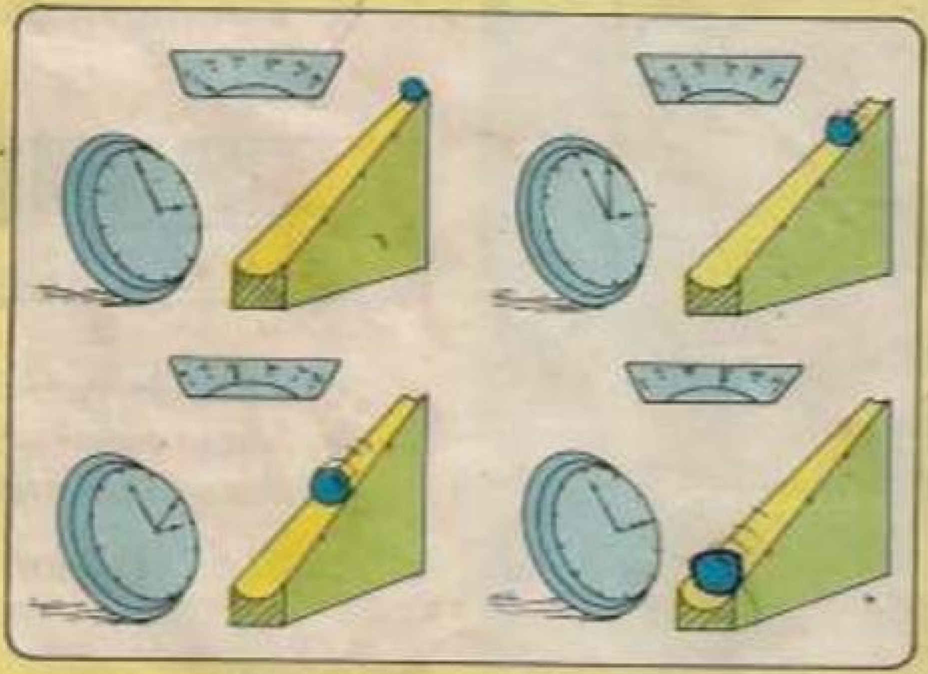


Fig. 3.13

1. Realiza una tabla de datos, donde se consigne la velocidad y el tiempo.
2. ¿Qué puedes decir con relación a las velocidades que adquiere la esfera y los tiempos correspondientes?
3. Elabora una gráfica de velocidad en función del tiempo.
4. ¿Qué gráfica obtuviste?
5. ¿Qué relación hay entre la velocidad del cuerpo y el tiempo?
6. Escribe la ecuación que liga las magnitudes.
7. Para hallar el valor de la constante de proporcionalidad, calcula la pendiente de la gráfica.
8. ¿Qué significa físicamente la pendiente?
9. ¿Qué unidades tiene dicho valor?

Movimiento uniformemente variado, es aquel en el cual la aceleración es constante.

La pendiente de una gráfica de velocidad en función del tiempo, representa físicamente la magnitud de la aceleración.

Descripción del movimiento

Siempre que ocurre una variación en la velocidad, decimos que el movimiento presenta aceleración. Si la velocidad varía en cantidades iguales a intervalos iguales de tiempo como sucede en nuestro taller anterior, la aceleración del movimiento es constante y el movimiento se denomina uniformemente variado. O sea:

Al calcular la aceleración en el ejercicio que se nos presentó en el taller nos queda:

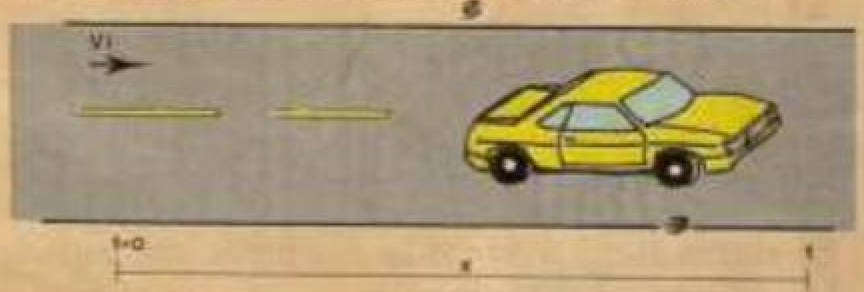
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20\ m/s - 10\ m/s}{10\ s - 5\ s} = 2\ m/s^2$$

El valor $a = 2\ m/s^2$ significa que la velocidad de la esfera aumenta a razón de 2 m/s en cada segundo.

Como puedes notar, la pendiente de la curva en la gráfica de velocidad en función del tiempo coincide con el valor de la aceleración.

Ejemplo:
La tabla siguiente indica en varios instantes, los valores de la velocidad de un automóvil que se desplaza en una carretera plana y recta:

t(s)	1	2	3	4	5
v(m/s)	4	8	12	16	20



a. *¿Cuál es la variación de la velocidad en cada uno de los intervalos de 1 segundo? ¿Son iguales entre sí estas variaciones? En tal caso, ¿cómo se clasificaría el movimiento?*

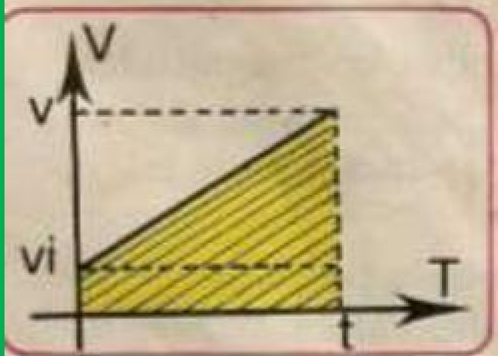
b. *¿Cuál es el valor de la aceleración del automóvil?*

Solución:

a. La tabla muestra que en cada intervalo de 1 segundo, la velocidad del automóvil aumenta 4 m/s, esto es, la velocidad aumenta uniformemente (aumenta cantidades iguales en intervalos de tiempo iguales). Esta característica corresponde a un movimiento uniformemente variado.

b. Durante un intervalo $\Delta t = 1$ s, se tiene una variación de la velocidad $\Delta v = 4$ m/s. Entonces, el valor de la aceleración del automóvil es:

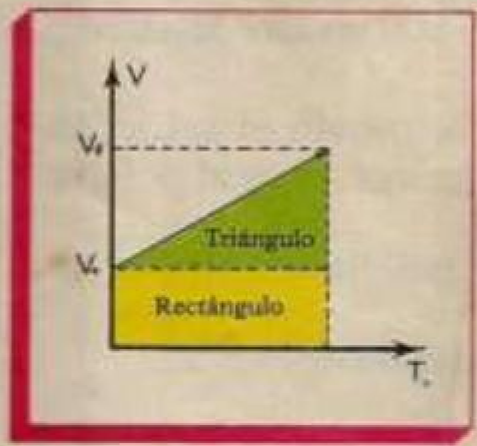
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4\ m/s}{1\ s} = 4\ m/s^2$$



Ecuaciones del M.U.A

El movimiento de un cuerpo que inicialmente posee una velocidad v_i y se mueve durante cierto tiempo (t) con aceleración constante (a) hasta adquirir la velocidad v, se representa en el gráfico de v contra t (columna izquierda).

Las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado (m.u.a.) se obtienen al analizar este gráfico teniendo en cuenta que la pendiente corresponde a la aceleración y el área bajo la curva al espacio recorrido.

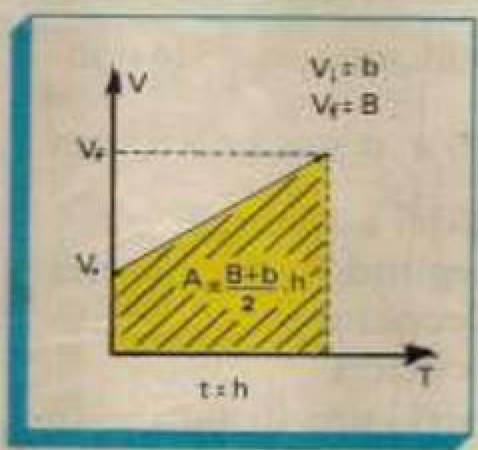


De acuerdo con la definición de aceleración

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, $a = \frac{v - v_i}{t}$ ó

$$\boxed{\mathbf{v = v_i + at}} \qquad (1)$$

De acuerdo con la figura que se obtiene se puede hallar el espacio recorrido, calculando el área bajo la curva, la figura corresponde a un trapecio.



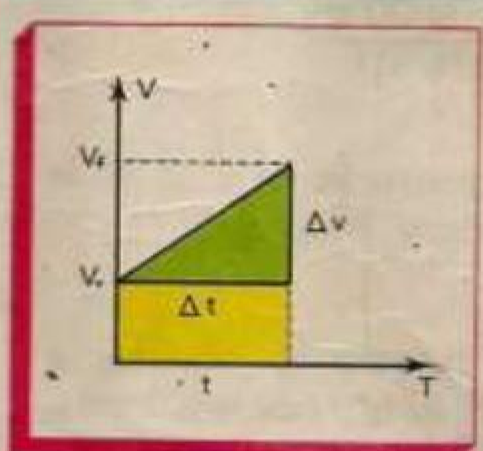
$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$, en el gráfico

$$\boxed{\mathbf{x = \frac{v + v_i}{2} \cdot t}} \qquad (2)$$

Si se descompone la figura en un rectángulo y un triángulo, el área del trapecio es igual al área del rectángulo más el área del triángulo.

$x = v_i t + \frac{v_f - v_i}{2} \cdot t$; pero $v_f - v_i = at$, de donde

$$\boxed{\mathbf{x = v_i t + \frac{at^2}{2}}} \qquad (3)$$



Una cierta ecuación se obtiene por procedimientos algebraicos, al despejar en la ecuación (1) el tiempo y sustituirlo en la ecuación (2).

$x = \left(\frac{v + v_i}{2}\right)\left(\frac{v - v_i}{a}\right)$; el producto de los numeradores es la diferencia de los cuadrados. $x = \frac{v^2 - v_i^2}{2a}$ o

$$\boxed{\mathbf{2ax = v^2 - v_i^2}} \qquad (4)$$

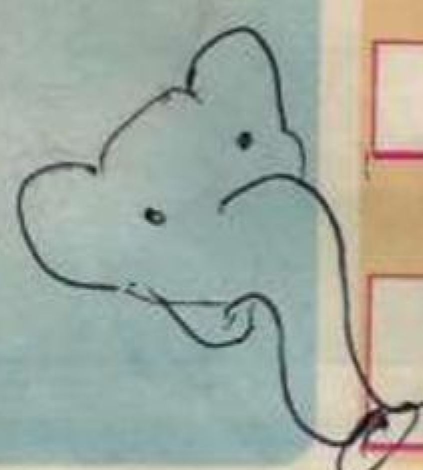
Las cuatro ecuaciones utilizadas en m.u.a. son:

$$\boxed{\mathbf{v = v_i + at}}$$

$$\boxed{\mathbf{x = v_i t + \frac{at^2}{2}}}$$

$$\boxed{\mathbf{x = \frac{v \pm v_i}{2} \cdot t}}$$

$$\boxed{\mathbf{2ax = v^2 - v_i^2}}$$



TALLER 14

A. Observa el desarrollo de los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1:

¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/s^2, si debe alcanzar una velocidad de 108 km/h a los 5 segundos de su partida?

Datos	**Incógnita**
$a = 2 \text{ m/s}^2$	$v_i = ?$
$v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$	
$t = 5 \text{ s}.$	

Solución

Aplicamos la fórmula

$v = v_i + at$ de donde

$v_i = v - at$

$= 30 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s}$ o sea, $v_i = 20 \text{ m/s}$

Ejemplo 2:

Un automóvil que se desplaza a 54 km/h, debe parar en 1 segundo después de que el conductor frena.

a. ¿Cuál es el valor de la aceleración que suponemos constante, que los frenos deben imprimir al vehículo?

b. ¿Cuál es la distancia que recorre el vehículo en esta frenada?

Datos	**Incógnitas**
Velocidad inicial	$a = ?$
$v_i = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$	
Tiempo $t = 1 \text{ s}$	$x = ?$
Velocidad final $v = 0$	

Solución

a. Aplicamos la fórmula $v = v_i + a.t$ de donde

$$a = \frac{v - v_i}{t} = \frac{0 - 15 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$$

o sea, $a = -15 \text{ m/s}^2.$

El signo negativo indica que la velocidad disminuye.

$$x = v_i \cdot t + \frac{1}{2} at^2.$$

b. La distancia recorrida durante el tiempo de frenada $t = 1$ s, está dada por:

$1 \text{ s} + 1/2 \, (-15 \text{ m/s}^2) \, (1 \text{ s})^2$

entonces, $x = 15 \text{ m/s}$.

de donde $x = 15 \text{ m} - 7.5 \text{ m}$ o sea $x = 7.5 \text{ m}.$

Ejemplo 3:

Un automóvil que va a una velocidad constante de 20 m/s, pasa frente a un agente de tránsito que empieza a seguirlo en su motocicleta, pues en ese lugar la velocidad máxima es de 18 m/s. El agente inicia su persecución 4 segundos después de que pasa el automóvil partiendo de reposo y continuando con aceleración constante, alcanza el automovilista a 3600 m del lugar de donde partió.

a. ¿Durante cuánto tiempo se movió el vehículo desde el instante en que pasó frente al policía hasta que fue alcanzado?

b. ¿Cuánto tiempo gastó el policía en su persecución?

c. ¿Cuál fue la aceleración del motociclista?

Solución

a. Velocidad del automóvil $v = 20 \text{ m/s}.$

Distancia recorrida por el automóvil

$x = 3600 \text{ m}.$

Como el automóvil se mueve con velocidad constante, utilizamos la relación $v = \frac{x}{t}$ de donde $t = \frac{x}{v} = \frac{3600 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 180 \text{ s}$ o sea, $t = 180$ s es el tiempo de movimiento del automóvil.

b. Como el agente parte 4 segundos después del paso del automóvil, se concluye que gastó 176 segundos en la persecución.

c. Como la motocicleta recorrió una distancia de 3600 m en un tiempo $t' = 176$ segundos, calculamos la aceleración de ésta mediante la relación $x = \frac{1}{2} a(t')^2$

de donde $a = \frac{2x}{(t')^2} = \frac{2 \times 3600 \text{ m}}{(176 \text{ s})^2}$

o sea, $a = 0.23 \text{ m/s}^2.$

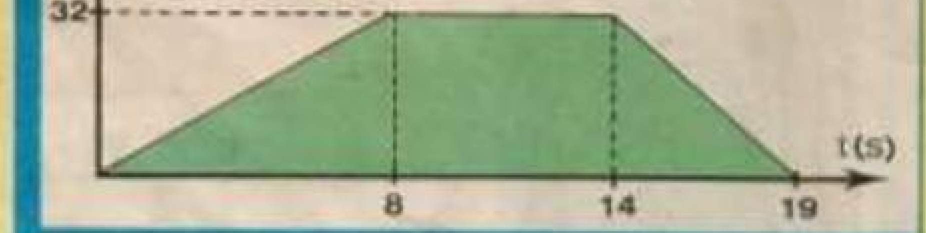
d. La velocidad final del agente será: $v' = at' = 0.23 \text{ m/s}^2 \cdot 176 \text{ s}$ de donde $v' = 40 \text{ m/s}.$

Ejemplo 4:

Un cuerpo que parte del reposo se acelera a razón de 4 m/s^2 durante 8 s, luego continúa moviéndose con velocidad constante durante 6 s y finalmente vuelve al reposo en 5 s. Calcular gráfica y analíticamente el espacio recorrido por el cuerpo.

Solución:

a. Se realiza la gráfica de v contra t.



La figura que se obtiene es un trapecio de base mayor 19 s, de base menor 6 s y de altura 32 m/s; porque ésta es la velocidad que gana en 8 s incrementando su velocidad en 4 m/s cada segundo.

El espacio recorrido se obtiene al calcular el área del trapecio.

$$x = \frac{(19\ s + 6\ s)}{2} \cdot 32\ m/s = 400\ m.$$

b. Analíticamente se descompone el movimiento en los tres intervalos:

Primer intervalo

$$x = v_i t + \frac{at^2}{2} \qquad x = \frac{(4\ m/s^2)(8\ s)^2}{2} = 128\ m.$$

Segundo intervalo

El movimiento es uniforme y la velocidad del cuerpo corresponde a la velocidad final del primer intervalo.

$v = v_i + at$

$v = (4\ m/s^2)(8\ s) = 32\ m/s$

El espacio recorrido es $x = vt$

$x = (32\ m/s)(6\ s) = 192\ m.$

Tercer intervalo

$$x = \frac{v + v_i}{2} \cdot t.$$

$$x = \frac{0\ m/s + 32\ m/s}{2} \cdot 5\ s = 80\ m.$$

El espacio total recorrido es la suma de los espacios recorridos en cada intervalo.

$x_t = 128\ m + 192\ m + 80\ m = 400\ m.$

B. Resuelve los siguientes ejercicios:

1. La tabla siguiente indica en varios instantes, los valores de la velocidad de un automóvil que se mueve en una carretera plana y recta.

t(s)	1	2	3	4	5
v(m/s)	6	10	14	18	22

a. ¿Cuál es la variación de la velocidad en cada uno de los intervalos considerados de 1 segundo? ¿Son iguales entre sí estas variaciones? ¿Cómo clasificarías el movimiento?
b. ¿Cuál es el valor de la aceleración del automóvil?
c. ¿Cuál era el valor de la velocidad inicial del automóvil en t = 0?

2. ¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de 2 m/s^2, para alcanzar una velocidad de 90 km/h a los 4 segundos de su partida?

3. Un tren va a una velocidad de 16 m/s; frena y se detiene en 12 segundos. Calcular su aceleración y la distancia recorrida al frenar.

4. Un móvil parte del reposo con M.U.V y cuando ha recorrido 30 m tiene una velocidad de 6 m/s. Calcular su aceleración y el tiempo transcurrido.

5. Un automóvil con velocidad de 72 km/h frena con una desaceleración constante y se para en 9 segundos. ¿Qué distancia recorrió?

6. Un automóvil parte del reposo y con aceleración constante de 3 m/s^2, recorre 150 m. ¿En cuánto tiempo hizo el recorrido y con qué velocidad llegó al final?

7. Un cuerpo parte del reposo, tiene durante 4 segundos una aceleración constante de 10 m/s^2, sigue después durante 8 segundos con el movimiento adquirido y finalmente vuelve al reposo por la acción de una aceleración negativa de 10 m/s^2. Determinar:

a. El tiempo total del movimiento.
b. Distancia total recorrida.

(**Nota:** ilustra la solución con una gráfica).

8. Dos ciclistas, A y B, inician su movimiento simultáneamente. A con una velocidad constante de 12 m/s y B con aceleración constante de 5 m/s^2.

a. ¿Qué distancia han recorrido cuando B alcanza a A?
b. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido hasta ese momento?
c. ¿Cuál es la velocidad de B cuando alcanza a A?

9. Un camión viaja con velocidad constante de 20 m/s. En el momento que pasa al lado de un automóvil detenido, éste avanza con aceleración constante de 2 m/s^2.

a. Realiza un gráfico de v contra t.
b. ¿Qué tiempo tarda el automóvil en adquirir la velocidad del camión?
c. ¿Qué distancia debe recorrer el automóvil para alcanzar al camión?
d. ¿Qué tiempo tarda en alcanzarlo?

Caída libre

Descripción del movimiento

Hemos observado que todos los cuerpos caen sobre la superficie terrestre. A continuación describiremos cómo dicho movimiento es llamado caída libre.

Características del movimiento de caída libre

Para identificar el tipo de movimiento que posee un cuerpo en caída libre el científico italiano Galileo Galilei, realizó esta experiencia:

Desde la parte superior de un plano, dejó caer diferentes esferas y observó que en todas ellas la velocidad se incrementaba uniformemente en intervalos iguales de tiempo. Galileo varió la inclinación del plano y observó que a medida que éste se hacía mayor, el incremento de la velocidad era mayor, pero aún el movimiento era uniformemente acelerado.

La caída libre de un cuerpo es un movimiento uniformemente acelerado.

Cuando el plano inclinado se hace completamente vertical el movimiento de la esfera es en caída libre, por lo tanto éste último movimiento es uniformemente acelerado.

Como hemos visto, todos los cuerpos en caída libre lo hacen de igual manera y por lo tanto con la misma aceleración. A esta aceleración de caída se le denomina "**aceleración de la gravedad**" y se denota por **g**. Su valor es aproximadamente 9.8 m/s^2 ó 980 cm/s^2 al nivel del mar, lo cual significa que un cuerpo que se deja caer libremente aumenta su velocidad en 9.8 m/s ó 980 cm/s cada segundo de caída.

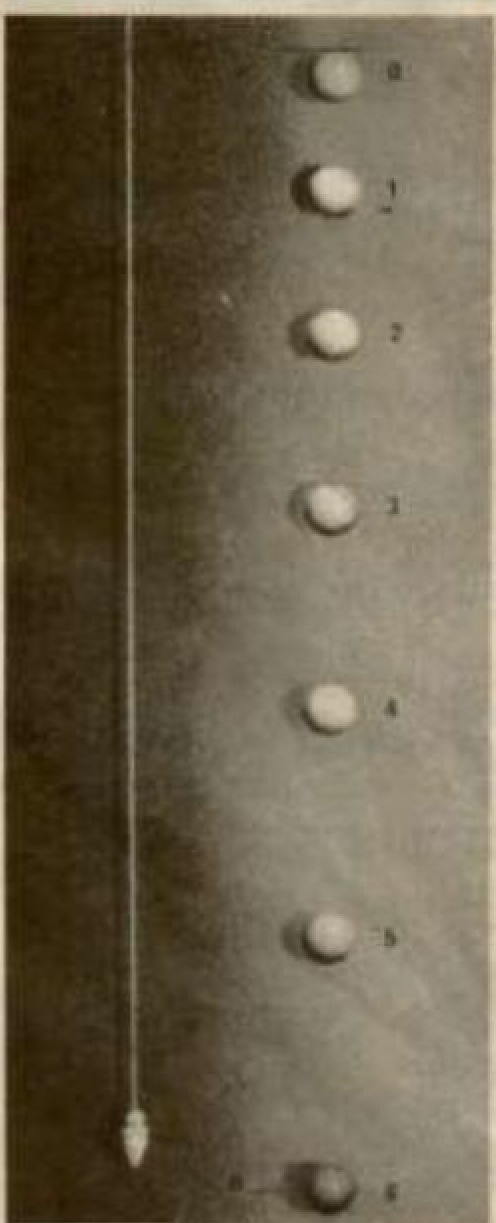
Ecuaciones de caída libre

Como el movimiento de caída libre es un caso particular del movimiento uniformemente acelerado, las ecuaciones de este último son también las ecuaciones de la caída libre. Lo único que se debe cambiar es que el valor de la aceleración siempre va a ser **g** y en lugar de considerar el desplazamiento en *x* lo haremos en *y*.

Movimiento uniformemente acelerado	Caída libre
$v = v_i + at$	$v = v_i + gt$
$x = v_i t + \frac{at^2}{2}$	$y = v_i t + \frac{gt^2}{2}$
$2ax = v^2 - v_i^2$	$2gy = v^2 - v_i^2$

Como el desplazamiento *y*, las velocidades $\vec{v}_i$, $\vec{v}$ y la aceleración $\vec{g}$ son magnitudes de carácter vectorial se debe hacer un convenio para el empleo de los signos. El más sencillo es el siguiente: vectores que van dirigidos hacia arriba son positivos y vectores dirigidos hacia abajo, son negativos.

Otro criterio para utilizar las ecuaciones de caída libre consiste en considerar el movimiento hacia abajo con aceleración positiva ($g = 9.8\ m/s^2$) y el movimiento hacia arriba con aceleración negativa, ($-9.8\ m/s^2$) ya que el cuerpo se va deteniendo a medida que asciende.



TALLER 15

A. Caída de los cuerpos,

1. Si dos cuerpos de diferente peso se dejan caer libremente en forma simultánea desde la misma altura, ¿cuál de los dos cuerpos llegará primero al suelo? ¿El de mayor masa o el de menor?

2. Deja caer una hoja de papel y un borrador. ¿Cuál llega primero al suelo? ¿Será correcto que el cuerpo más pesado llegue primero?

3. Arruga la hoja de papel hasta formar un cuerpo compacto. Ahora déjala caer simultáneamente con el borrador desde la misma altura. ¿Qué piensas ahora? ¿Depende el tiempo de caída, del peso del cuerpo?

   Al dejar caer la hoja de papel sin arrugarla, el aire ofrecía mucha resistencia a la caída, por lo tanto retrasaba su tiempo de caída. Pero al arrugarla se aisló algo este problema y se observó que los dos cuerpos caían simultáneamente.

   Si la anterior experiencia se realiza al vacío no es necesario arrugar la hoja y se observaría que los dos cuerpos caerían simultáneamente. De lo anterior se puede concluir que:

Todos los cuerpos, sin importar su naturaleza, tamaño o forma caen de igual manera en el vacío. Ganan la misma cantidad de velocidad en un intervalo de tiempo dado.

B. Analiza el desarrollo de los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1:
Desde una torre se deja caer una piedra que tarda 6 segundos en llegar al suelo. Calcular la velocidad con que llega y la altura de la torre.

Datos	**Incógnitas**
$v_i = 0$ m/s	$v = ?$
$g = -9.8$ m/s^2	$y = ?$
$t = 6$ s	

Solución:
Se calcula la altura de la torre por medio de la ecuación

$$y = \frac{gt^2}{2} \quad y = -9.8 \text{ m/s}^2 \frac{(6 \text{ s})^2}{2} \quad y = -176.4 \text{ m}$$

La anterior respuesta indica que la piedra desciende 176.4 m, por lo tanto la altura de la torre es 176.4 m.

La velocidad con que llega la piedra al suelo la calculamos con la expresión:

$$v = v_i + gt$$
$$v = 0 \text{ m/s}^2 + (-9.8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ s}) = -58.8 \text{ m/s}$$

El signo significa que la velocidad va hacia abajo.

Ejemplo 2:
Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con velocidad de 9 m/s.

Calcular:
a. El tiempo de subida de la piedra.
b. La altura máxima que alcanza.

Datos	**Incógnita**	
$v_i = 9$ m/s	$t = ?$	$V_f = 0$
$g = -9.8$ m/s^2	$y = ?$	

Solución:
Cuando la piedra llega a la altura máxima, su velocidad es cero, por lo tanto el tiempo de subida lo calculamos con la expresión:

$$0 = v_i + gt$$
$$0 = 9 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)\, t, \text{ donde } t = \frac{-9 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 0.91 \text{ s}$$

Para calcular la altura máxima utilizamos la expresión:

$$2gy = \overset{0}{\cancel{v^2}} - v_i^2 \text{ donde } v^2 = 0$$

$$y = \frac{-v_i^2}{2g} \quad y = \frac{-(9 \text{ m/s})^2}{2(-9.8 \text{ m/s}^2)} = 4.13 \text{ m}$$

Cálculo de la gravedad

A continuación vas a determinar el valor de la gravedad del sitio donde te encuentras. Realiza esta actividad con dos compañeros.

Materiales
— Un cuerpo (piedra, bloque de madera).
— Cronómetro. — Decámetro.

Uno de los integrantes del grupo deja caer el cuerpo libremente desde una altura previamente determinada y medida. Cronometrar el tiempo que tarda el cuerpo en llegar al suelo y calcular el valor de la gravedad, utilizando la expresión:

$$y = \frac{gt^2}{2} \text{ de donde } g = \frac{2y}{t^2}$$

. Resolver los siguientes problemas:

En los problemas relativos a la aceleración de la ravedad, para facilitar la parte operacional del studiante, se trabaja con g = 10 m/s². En otros roblemas se puede trabajar con g = 9.8 m/s² iempre y cuando el grado de precisión así lo re- uiera.)

. Una bomba que se deja caer libremente desde un avión, tarda 10 segundos en dar en el blanco. ¿A qué altura volaba el avión? ($g = 10\ m/s^2$).

. ¿Qué velocidad alcanza un cuerpo al cabo de 5 segundos de caída?

. ¿Con qué velocidad llega un cuerpo al suelo que se deja caer desde una altura de 80 m?

. ¿Con qué velocidad se [illegible] lanzar verticalmente un cuerpo para que alcance una altura de 490 m?

. ¿Qué tiempo dura en el aire una piedra que se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 24 m/s?

. Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 100 m. ¿Con qué velocidad se lanzó?

. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo. Un estudiante que se encuentra en una ventana ve que la pelota pasa frente a él con velocidad de 5.4 m/s hacia arriba. La ventana se encuentra a 12 m de altura.

a. ¿Qué altura máxima alcanza la pelota?
b. ¿Cuánto tarda la pelota en llegar a la altura máxima desde que la ve el estudiante frente a él?

. Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba. Cuando alcanza la mitad de la altura máxima su velocidad es de 24 m/s.

a. ¿Cuál es la altura máxima?
b. ¿Qué tiempo tarda en alcanzarla?
c. ¿Con qué velocidad se lanzó?
d. ¿Qué tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 24 m/s hacia abajo?

9. Por una llave de la ducha cae una gota de agua cada segundo. En el instante en que va a caer la cuarta gota,

a. ¿Qué distancia separa la primera de la segunda gota?
b. ¿Qué velocidad posee la tercera gota?

10. Una piedra se deja caer libremente al fondo de un precipicio de 80 m de altura. Un segundo más tarde, una segunda piedra se lanza hacia abajo de tal forma que alcanza a la segunda justamente cuando ésta llega al fondo.

a. ¿Con qué velocidad se lanzó la segunda piedra?
b. ¿Qué velocidad llevaba la primera piedra cuando fue alcanzada?
c. ¿Cuánto tiempo dura en el aire la segunda piedra?

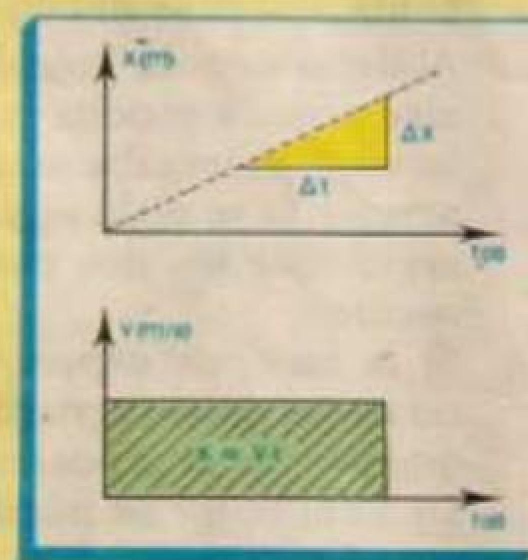
Movimiento rectilíneo

Movimiento uniforme
Gráfico x contra t

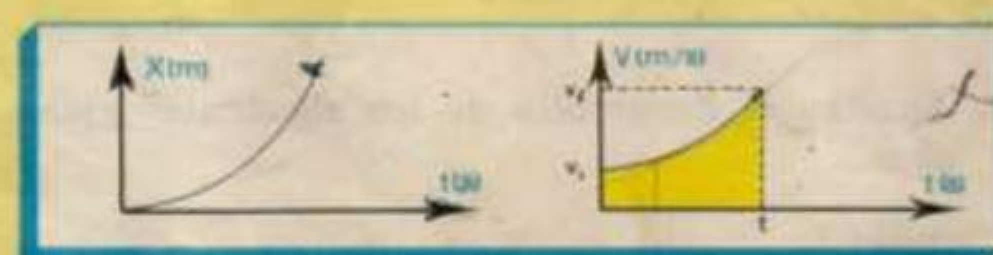
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Gráfico v contra t
Ecuaciones

$$x = v.t$$



Movimiento uniformemente acelerado



$$at = v - v_i$$

$$x = \frac{v + v_i}{2}.t$$

$$x = v_i t + \frac{at^2}{2}$$

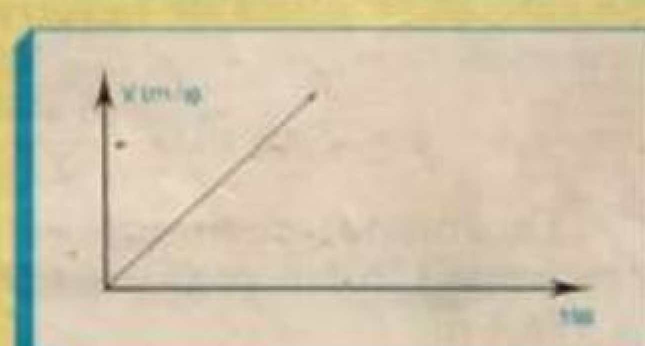
$$2ax = v^2 - v_i^2$$

Caída libre

$$gt = v - v_i$$

$$y = v_i t + \frac{gt^2}{2}$$

$$2gy = v^2 - v_i^2$$



GLOSARIO

Posición: es la coordenada que ocupa un cuerpo respecto a un sistema de referencia.

Desplazamiento: cambio de posición de un cuerpo.

Trayectoria: conjunto de puntos ocupados por un cuerpo en su movimiento.

Espacio recorrido: medida de la trayectoria que describe el móvil.

Velocidad media: desplazamiento que sufre ùn cuerpo en la unidad de tiempo.

Rapidez media: espacio recorrido por un cuerpo en la unidad de tiempo.

Aceleración: variación de la velocidad de un cuerpo en la unidad de tiempo.

Movimiento uniforme: cuando el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales.

Movimiento uniformemente variado: la velocidad del móvil cambia igualmente en tiempos iguales.

Pendiente de una recta: dados dos puntos de la recta se calcula la pendiente hallando el cociente entre el avance vertical y el avance horizontal.

Monica yegretta

IDEAS FUNDAMENTALES

Definición

Cinemática es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, limitándose a su descripción.

Conceptos

En el estudio cinemático de los movimientos intervienen los siguientes conceptos que operacionalmente quedan definidos de la siguiente manera:

Posición: coordenada que ocupa un cuerpo. $\vec{x}$

Desplazamiento: cambio de posición. $\Delta\vec{x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$

Espacio recorrido: suma de los valores absolutos de los desplazamientos.

Velocidad media: desplazamiento en un intervalo de tiempo dado. Es una velocidad equivalente con la que si el cuerpo se moviera con velocidad constante gastaría el mismo tiempo y realizaría el mismo desplazamiento que con velocidad variable.

Se calcula por la fórmula: $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$

Rapidez media: espacio recorrido en un intervalo de tiempo. Es una velocidad equivalente con la que si el cuerpo se moviera con velocidad constante gastaría el mismo tiempo y recorrería el mismo espacio que con velocidad variable. Se calcula por:

$$v = \frac{x}{t}$$

Velocidad instantánea: es la velocidad que posee un cuerpo en un instante de tiempo dado.

$$\vec{V} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Aceleración media: variación de la velocidad en la unidad de tiempo.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Análisis de gráficas:

- En un gráfico x contra t, la pendiente representa la velocidad del móvil.
- En un gráfico v contra t: la pendiente representa la aceleración del móvil.
- El área bajo la curva, representa el espacio recorrido.

Movimiento uniforme: en un movimiento uniforme el cuerpo recorre espacios iguales en tiempos iguales.

El espacio recorrido en función del tiempo se calcula con la expresión **x = v.t**.

Movimiento uniformemente variado: en un m.u.v el móvil sufre iguales variaciones de velocidad en intervalos iguales de tiempo.

Las expresiones matemáticas para el m.u.v son:

$$v = v_i + at \qquad v^2 = v_i^2 + 2ax$$

$$x = v_i t + \frac{at^2}{2} \qquad x = \frac{(v_f + v_i)}{2}\, t$$

donde: v_i = velocidad inicial del cuerpo.
v = velocidad al cabo de un tiempo t.
a = aceleración.
t = tiempo en que se analiza el movimiento.
x = espacio recorrido por el móvil en el tiempo dado.

Caída libre: es un movimiento uniformemente variado donde
$a = g$
$g = -9.8\ m/s^2$
ó $g = -980\ cm/s^2$. Las expresiones matemáticas de un movimiento de caída libre son:

$$v = v_i + gt \qquad v^2 = v_i^2 + 2g$$

$$y = v_i t + \frac{gt^2}{2} \qquad y = \frac{(v + v_i)}{2}\, t$$

FRANCISCO BACON
(1561 - 1626)

Es el pensador más conocido del Renacimiento inglés y uno de los autores más brillantes. Hombre de estado, jurista, historiador, científico y filósofo, creyéndose a sí mismo héroe de una nueva época, diseña el programa de una nueva forma del saber. Es el primero de los grandes filósofos de la técnica.

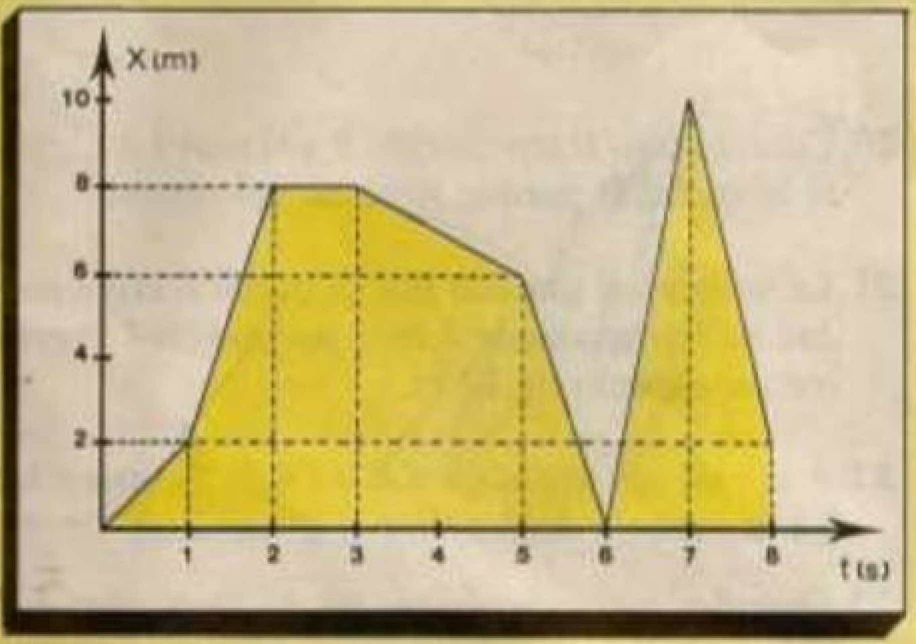
Hombre muy convencido de la decisiva significación de la ciencia para el futuro del hombre. La doctrina de Bacon quiere alcanzar el reino del hombre sobre la tierra y acrecentar el poder de éste mediante la ciencia.

Dos grandes ideas configuran la doctrina de Bacon. La primera toca el problema del método científico, la otra tiene que ver con la significación de la técnica dentro de la vida humana. Sus principales obras son: *Instauratio magua, Novum organum* y *Nueva Atlántida*; la *Novum organum* es su obra central, escrita en 1608 fue editada en 1620.

Toda la obra de Bacon expresa el optimismo, terreno, idea concebida junto al progreso del saber; en su testamento escribió: "Encomiendo mi alma a Dios; mi cuerpo a una tumba olvidada; mi nombre a los siglos venideros y a las naciones extranjeras".

A. Selecciona y escribe en tu cuaderno la respuesta correcta.

Una partícula se mueve siguiendo la trayectoria que se describe en el siguiente gráfico de x contra t.



1. El desplazamiento total de la partícula fue:
a. 8 m b. 2 m c. –7 m d. 32 m

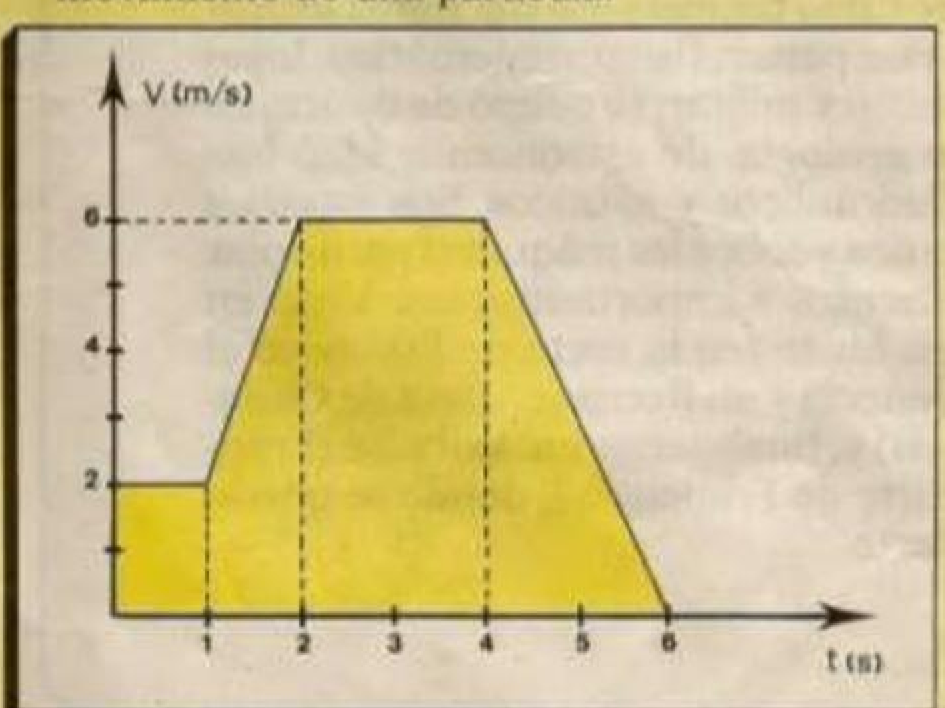
2. El espacio total recorrido por la partícula fue:
a. 9 m b. 34 m c. 2 m d. 16 m

3. La velocidad media de la partícula entre t = 0 s y t = 2 s fue:
a. 4 m/s b. 8 m/s c. 10 m/s d. 5 m/s

4. La rapidez media de la partícula entre t = 0 s y t = 5 s fue:
a. 2 m/s b. 10 m/s c. 12 m/s d. 14 m/s

5. La velocidad de la partícula entre t = 1 s y t = 2 s fue:
a. 6 m/s b. 8 m/s c. 3 m/s d. 4 m/s

El siguiente gráfico de **v** contra **t** describe el movimiento de una partícula:



6. El movimiento de la partícula es uniforme en el (los) intervalo(s):
a. t = 0 s y t = 1 s
b. t = 1 s y t = 2 s
c. t = 2 s y t = 4 s
d. t = 4 s y t = 6 s

7. El movimiento es uniformemente retardado (aceleración negativa en el(los) intervalo (s):)
a. t = 0 s y t = 1 s
b. t = 1 s y t = 2 s
c. t = 2 s y t = 4 s
d. t = 4 s y t = 6 s

8. La aceleración de la partícula en el intervalo t = 1 s y t = 2 s es:
a. 6 m/s^2 b. 2 m/s^2
c. 3 m/s^2 d. 4 m/s^2

9. El espacio recorrido por la partícula entre t = 4 s y t = 6 s fue:
a. 6 m b. 18 m
c. 36 m d. 12 m

10. Un auto que viaja en línea recta 200 km; luego regresa 100 km y gasta un tiempo de 5 horas en todo el recorrido, se movió con una velocidad media de:
a. 60 km/h b. 20 km/h
c. 40 km/h d. 30 km/h

11. La rapidez media del auto del problema anterior fue:
a. 20 km/h b. 60 km/h
c. 30 km/h d. 40 km/h

12. Un ciclista que se mueve a razón de 6 m/s, en un cuarto de hora recorre una distancia de:
a. 5400 km b. 90 m
c. 90 km d. 5400 m

13. Un cuerpo parte del reposo con aceleración constante y recorre 12 m en 4 segundos. La velocidad ganada es de:
a. 0 m/s b. 48 m/s
c. 3 m/s d. 6 m/s

14. Un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 4.9 m/s, dura en el aire:
a. 2s · b. 0.5 s c. 1 s d. 0.25 s

15. Un cuerpo parte del reposo con aceleración constante y cuando ha recorrido 20 m tiene una velocidad de 4 m/s. Su aceleración es:
a. 80 m/s^2 b. 0.4 m/s^2
c. 16 m/s^2 d. 4 m/s^2

EVALUACION

EVALUACION

B. Cada enunciado del 16 al 25 consta de una afirmación y una razón, precedida de la palabra "porque".

Marque la respuesta según el criterio dado a continuación:

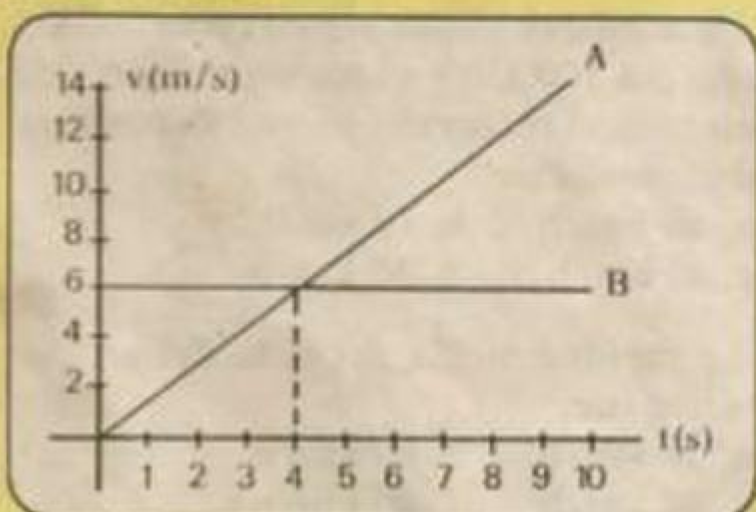
A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa pero la razón es verdadera.
E, si ambas, afirmación y razón son falsas.

16. Si el desplazamiento de un cuerpo es cero, se puede asegurar que el cuerpo estuvo en reposo **porque** la posición final coincide con la inicial.

17. Dos cuerpos se dejan caer simultáneamente desde la misma altura, llega primero al suelo el cuerpo más pesado **porque** la aceleración de la gravedad es mayor para dicho cuerpo.

18. En un gráfico de x contra t, la velocidad se halla al calcular la pendiente **porque** a mayor inclinación, mayor velocidad.

En el siguiente gráfico de v contra t responde las preguntas 19 a 22.



19. El móvil A alcanza al móvil B a los 4 s **porque** en dicho instante sus velocidades son iguales.

20. Cuando han transcurrido 8 s el móvil A alcanza al móvil B **porque** A parte del reposo.

21. La velocidad ganada por el móvil A en la unidad de tiempo es de 3 m/s **porque** en 4 s recorre un espacio de 12 m.

22. A los 10 s A aventaja a B en 4 m **porque** a los 5 s la ventaja de A sobre B es de 2 m.

23. Cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba, la altura máxima la alcanza cuando el tiempo es igual al cociente entre la velocidad de lanzamiento y la aceleración de la gravedad **porque** en dicho instante la velocidad del móvil es nula.

24. Un auto que viaja con velocidad constante de 80 km/h, alcanza a otro que viaja con velocidad constante de 60 km/h y que inicialmente le llevaba una ventaja de 100 km en 5 horas **porque** en cada hora le descuenta 20 km.

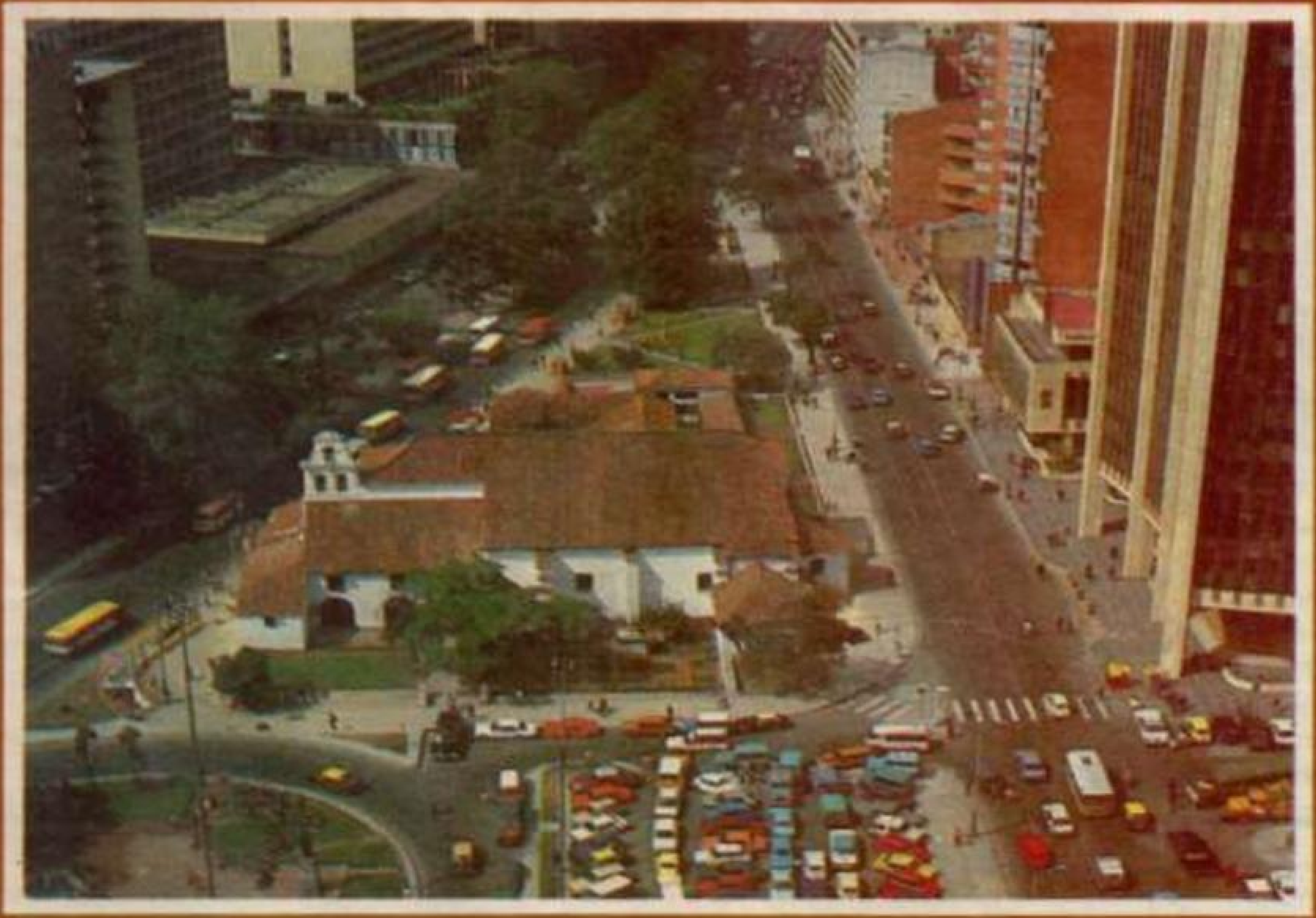
25. El tiempo que tarda un móvil que parte del reposo en alcanzar una velocidad de 8 m/s con aceleración constante de 2 m/s^2 es de 4 s **porque** en dicho tiempo ha recorrido 16 m.

LEONARDO DA VINCI (1452 - 1519)

Artista y científico famosísimo del Renacimiento italiano. Fue pintor, físico, matemático, ingeniero hidráulico y militar; se ocupó de óptica, de química, de geología, de astronomía; ideó instrumentos hidráulicos y náuticos. Sus estudios sobre la palanca y sobre las máquinas para volar fueron numerosos e importantísimos. Vivió en Florencia, en Milán (en la corte de Ludovico el Moro), en Venecia y en Roma (en casa de Giulano de Médicis) y, finalmente, en Amboise (Francia), en la corte de Francisco I, donde se quedó hasta la muerte.

UNIDAD 4

Cinemática del movimiento en el plano



Objetivos

1. Determinar un sistema de referencia.
2. Aplicar el principio de independencia de movimientos.
3. Describir el movimiento de un cuerpo que se lanza horizontalmente.
4. Identificar las características de un M.C.U.
5. Relacionar variables del M.C.U.
6. Resolver problemas de cuerpos que están sometidos simultáneamente a dos movimientos rectilíneos.
7. Resolver problemas de cuerpos que están sometidos simultáneamente a un movimiento uniforme y a otro uniformemente variado.
8. Resolver problemas sobre movimiento parabólico.
9. Resolver problemas sobre M.C.U.

Movimiento en el plano

"*Cuando sobre un cuerpo actúa más de un movimiento, cada uno actúa como si los demás no existieran".*
Galileo Galilei

La velocidad que mide un observador depende de su velocidad.

Introducción

Ya estudiamos el movimiento de los cuerpos a lo largo de una trayectoria rectilínea y analizamos dos tipos de ellos: aquel que se produce con velocidad constante, llamado *movimiento uniforme*, y el movimiento cuya velocidad es variable, pero la aceleración constante, llamado *movimiento uniformemente variado.*

En la presente unidad estudiaremos los movimientos que se presentan cuando un cuerpo está sometido a más de un movimiento, como por ejemplo el barco que se desplaza por la acción del motor y del viento que sopla, o el del nadador que atraviesa un río.

Relatividad del movimiento

La idea que tenemos sobre el movimiento de un cuerpo, depende de la situación en que estemos como observadores. Un pasajero que viaja en un autobús se encuentra en reposo respecto al conductor del vehículo, pero en cambio un observador que se encuentra en la calle dirá que el pasajero se está moviendo ya que éste se desplaza con la velocidad del bus.

El movimiento es relativo, el reposo absoluto no existe: **un cuerpo puede estarse moviendo respecto a un observador, pero estar en reposo respecto a otro.**

Sistema de referencia

La situación que ocupa el observador se llama **sistema de referencia** respecto al cual se describe el movimiento.

Relatividad de la trayectoria

Un niño que juega a lanzar una pelota al aire se encuentra sobre la plataforma de un tren en movimiento; los pasajeros que viajan con él en el tren, describirán la trayectoria de la pelota como un movimiento vertical de subida y bajada en caída libre; pero en cambio, un transeúnte que se encuentra sobre la superficie de la Tierra observará y describirá en forma diferente el movimiento: él dirá que la pelota describe una curva parecida a una parábola.

La trayectoria descrita depende del marco de referencia en que se encuentre el observador.

Velocidad relativa

Cuando viajamos por una autopista, tenemos la sensación que los carros que nos sobrepasan en el mismo sentido llevan menor velocidad que aquellos que pasan en sentido contrario.

Un auto A que viaja en dirección norte-sur con una velocidad $\vec{v}_A = 70$ km/h medirá una velocidad de un auto B que viaja en sentido contrario a una velocidad $\vec{v}_B = 60$ km/h, como la suma de las dos velocidades.

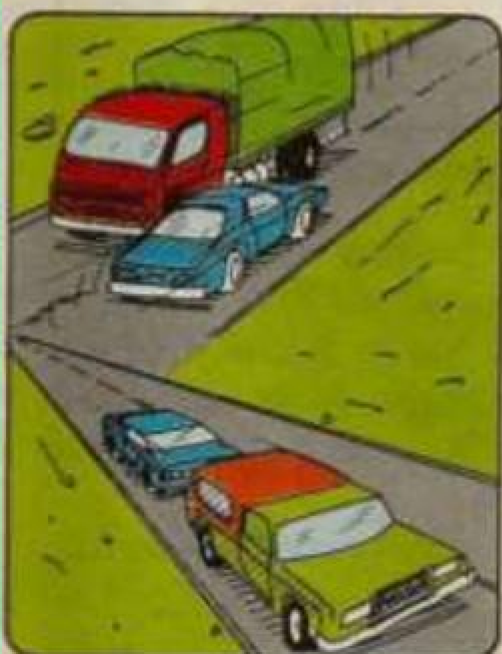
$v = 70 \text{ km/h} + 60 \text{ km/h} = 130 \text{ km/h}.$

En cambio, si el auto B viaja a 80 km/h en el mismo sentido de A, la velocidad medida por éste, será la diferencia de las dos velocidades: $v = 80 \text{ km/h} - 70 \text{ km/h} = 10 \text{ km/h}.$

Si $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ son las velocidades medidas por un observador en tierra, v_{AB} es la velocidad de A medida por B y v_{BA} es la velocidad de B medida por A.

En el ejemplo se cumple que:

$$\boxed{\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B, \text{ ó}, \vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A}$$



a. **Si los autos viajan en sentido contrario.**

$\vec{v}_A = 70$ km/h, y, $\vec{v}_B = -60$ km/h

Los signos de las velocidades son contrarios porque la dirección del movimiento es opuesta.

La velocidad de B medida por A será:

$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \qquad \vec{v}_{BA} = -60 \text{ km/h} - 70 \text{ km/h} = -130 \text{ km/h}.$

La velocidad que A mide de B es 130 km/h, en la dirección de B, ya que el signo de $\vec{v}_{BA}$ es el asignado a $\vec{v}_B$.

b. **Si los autos viajan en el mismo sentido.**

$v_A = 70$ km/h y $v_B = 80$ km/h

$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \qquad \vec{v}_{BA} = 80 \text{ km/h} - 70 \text{ km/h} = 10 \text{ km/h}$

En el mismo sentido del movimiento de los autos.

Movimiento en el plano con velocidad constante

Consideremos un nadador que desea atravesar un río, y un observador situado en tierra que mide la velocidad del nadador y el tiempo que demora en hacer la travesía.

Llamamos $\vec{v}_n$ la velocidad del nadador medida por un observador en tierra. $\vec{v}_r$ es la velocidad del río medida por el mismo observador y $\vec{v}_{nr}$ es la velocidad del nadador medida por un observador en el río, que se deja llevar por la corriente.

Como $\vec{v}_{nr} = \vec{v}_n - \vec{v}_r$, entonces la velocidad del nadador que pretende cruzar el río será: $\boxed{\vec{v}_n = \vec{v}_{nr} + \vec{v}_r.}$

Si $\vec{v}_{nr}$ es perpendicular a $\vec{v}_r$, entonces $\vec{v}_n$ se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $\boxed{\vec{v}_n = \sqrt{\vec{v}_{nr}^{\,2} + \vec{v}_r^{\,2}}}$

Fig. 4.6

TALLER 16

A. Movimiento relativo

1. Describe la trayectoria que percibirá un observador de cada uno de los siguientes movimientos situados en el marco de referencia dado.

a. La caída de una bomba de un avión situado: 1. en el avión. 2. en el suelo.

b. El desplazamiento de un gusano que se arrastra hacia el exterior de un disco fonográfico en dirección radial. 1. en el centro del disco. 2. encima del disco. 3. en el punto de llegada.

c. La caída de una piedra. 1. en el suelo. 2. cayendo.

d. Un nadador que atraviesa un río. 1. en una barca que se deja llevar de la corriente. 2. en tierra.

2. Calcula las velocidades que mediría un observador en tierra de una embarcación que viaja.

a. En sentido opuesto a la corriente.

b. En el mismo sentido de la corriente. Si la velocidad de la barca es 20 km/h y la de la corriente 15 km/h.

B. Velocidades relativas.

1. Observa la solución del siguiente problema:

Un joven que en aguas tranquilas nada con una velocidad de $v_{nr} = 3$ m/s, desea atravesar un río de 16 m de ancho, cuyas aguas llevan una corriente de $v_r = 1$ m/s. Calcular:

a. La velocidad del nadador que mide una persona situada en tierra.

b. El tiempo que gasta el nadador en atravesar el río.

c. La distancia que separa el lugar de llegada al punto exactamente opuesto al sitio de salida del nadador.

Solución:

a. La velocidad del nadador que mide una persona situada en tierra (v_n).

La velocidad que mide el observador es la suma vectorial de las velocidades $\vec{v}_{nr}$ y $\vec{v}_r$.

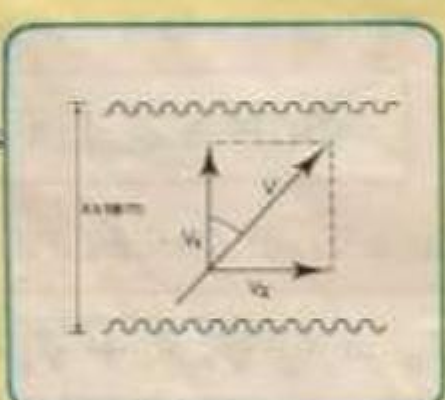
$$\vec{v} = \vec{v}_{nr} + \vec{v}_r$$

$$v = \sqrt{v_{nr}^2 + v_r^2}$$

$$v = \sqrt{(3\ \text{m/s})^2 + (1\ \text{m/s})^2}$$

$$v = \sqrt{9\ \text{m}^2/\text{s}^2 + 1\ \text{m}^2/\text{s}^2}$$

$$v = \sqrt{10\ \text{m}^2/\text{s}^2} = 3.16\ \text{m/s}$$



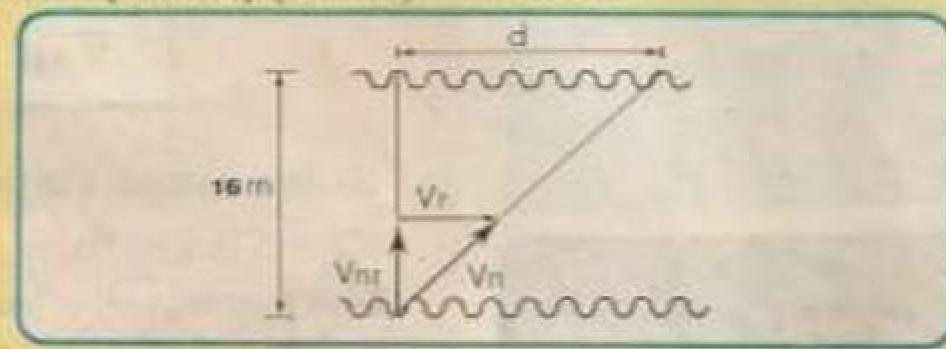
b. El tiempo que gasta el nadador en atravesar el río, depende exclusivamente de la velocidad v_{nr}.

$$t = \frac{x}{v_{nr}}\ ;\ t = \frac{16\ \text{m}}{3.16\ \text{m/s}} \qquad t = 5.33\ \text{s}$$

c. Para conocer el punto de llegada del nadador se observa que la distancia que se desvía depende exclusivamente de la velocidad de la corriente y del tiempo que dura atravesando el río.

$$d = v_r t$$

$$d = (1\ \text{m/s})\,(5.33\ \text{s}) = 5.33\ \text{m}$$



2. Resuelve los siguientes problemas:

a. Dos embarcaderos situados en la misma orilla de un río están separados 12 km. Un bote que viaja con velocidad $v_{br} = 5$ km/h desea ir desde A hasta B y regresar. Si la velocidad de la corriente es 1 km/h, ¿qué tiempo tarda el bote en el recorrido?

b. Un deportista desea atravesar un río de 80 m de ancho. Si $v_{nr} = 4$ m/s, $v_r = 3$ m/s y el deportista se lanza perpendicularmente a la orilla.

Calcular:

- La velocidad del nadador medida en tierra.
- El tiempo que tarda el deportista en atravesar el río.
- La distancia que separa el punto de llegada del punto opuesto al sitio de partida.
- En qué dirección debe nadar el deportista para que a pesar de la corriente el nadador llegue en la otra orilla al punto opuesto del sitio de partida.

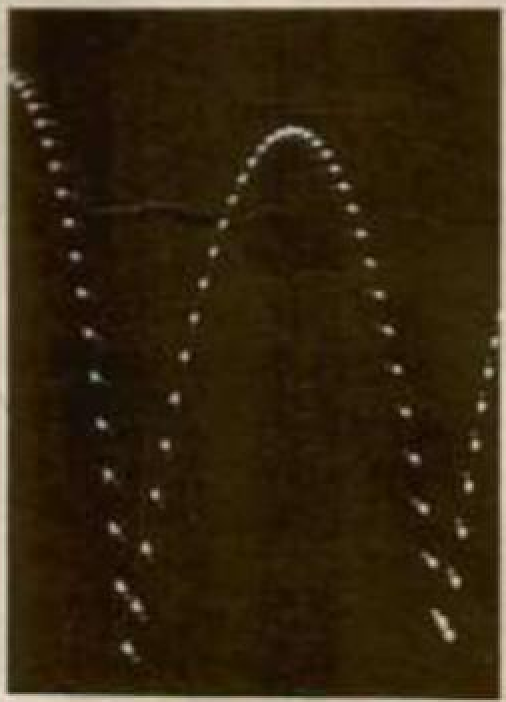
c. Si el velocímetro indica que la velocidad de un avión que viaja en sentido norte-sur es de 320 km/h y un viento que lleva una velocidad de 80 km/h en la dirección este-oeste lo desvía de su ruta. ¿Con qué velocidad y en qué dirección se mueve el avión?

d. Un camión con un parabrisas vertical se mueve durante un aguacero con una velocidad $v_c = 80$ km/h, las gotas de agua caen con una velocidad vertical de $v_g = 10$ km/h. ¿Con qué ángulo y a qué velocidad caen las gotas sobre el parabrisas?

Movimiento en el plano con aceleración constante

En este apartado describiremos el movimiento de un cuerpo cerca de la superficie terrestre, cuando es sometido a la acción de la aceleración de la gravedad (g). Examinaremos por ejemplo la trayectoria seguida por un objeto que es lanzado con cierta velocidad horizontal desde determinada altura o el movimiento de un proyectil al cual se le da una velocidad inicial y se lanza formando un ángulo de inclinación respecto a la superficie de la Tierra.

Un cuerpo adquiere un movimiento semiparabólico, cuando se lanza horizontalmente desde cierta altura cerca a la superficie de la Tierra.



Movimiento semiparabólico

Descripción del movimiento

Si una esfera rueda sobre una superficie horizontal sin rozamiento, decimos que está dotada de movimiento uniforme. Pero si esa misma esfera se deja caer desde cierta altura, vemos que adquiere un movimiento de caída libre, uniformemente acelerado, debido a la acción de la aceleración de la gravedad.

Vemos cómo el principio de Galileo se cumple estrictamente en este movimiento: "**cuando un cuerpo es sometido simultáneamente a dos movimientos, cada uno de éstos se cumple independientemente**".

Supongamos que la esfera rueda sobre la superficie sin rozamiento con cierta velocidad v_o, hasta el punto P donde termina la superficie. ¿Qué tipo de trayectoria seguirá después la esfera? ¿Continúa con movimiento horizontal? ¿Inicia un movimiento de caída libre? ¿Describe una curva? ¿Qué tipo de curva? En el dibujo de la figura 4.6 se muestra en color rojo la trayectoria que seguiría la esfera si no estuviera sometida a la acción de la gravedad; en color azul aparece la trayectoria que tendría la esfera si no llevara la velocidad horizontal v_o, y tuviera un movimiento de caída libre; en negro aparece la trayectoria de la esfera cuando es sometida a la acción de estos dos movimientos.

Ecuaciones del movimiento semiparabólico

Las ecuaciones del movimiento semiparabólico se obtienen utilizando el principio de independencia de los movimientos en los ejes horizontal y vertical.

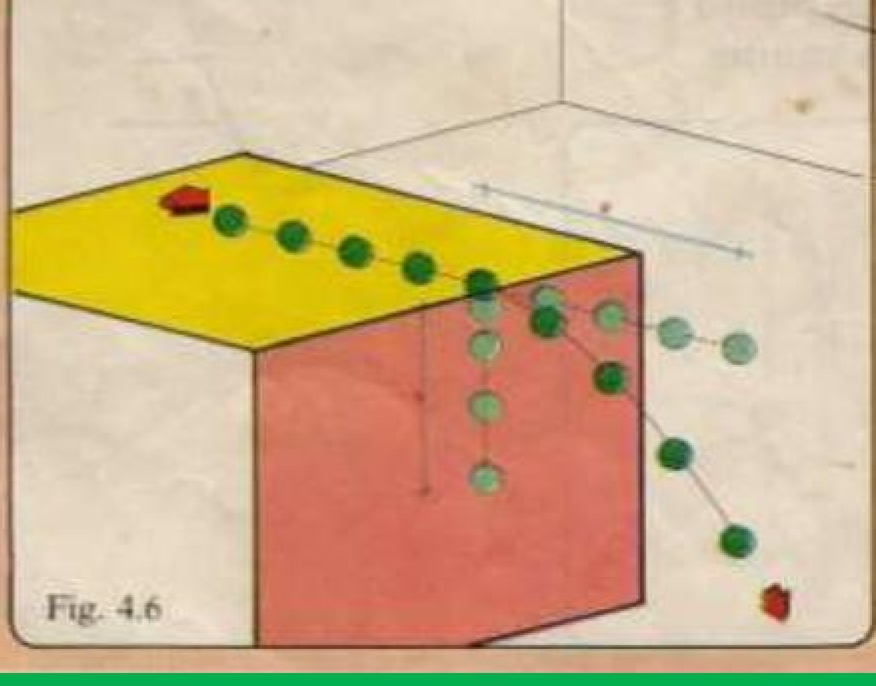


Fig. 4.6

En el eje horizontal:

$$\boxed{x = v_o t}$$

En el eje vertical:

$$\boxed{y = \frac{gt^2}{2}}$$

TALLER 17

Ecuación del movimiento parabólico

En este taller vas a verificar que la trayectoria que sigue un cuerpo lanzado con velocidad horizontal v_o, desde determinada altura es parabólica.

Recordemos previamente que la ecuación de una parábola con vértice en el origen es:

$$y = ax^2$$

Se realizan varios lanzamientos horizontales de una esfera con la misma velocidad v_o y se mide x y y, para luego representar en los ejes de coordenadas cartesianas estas dos variables.

Para lograr que todos los lanzamientos se realicen con la misma velocidad inicial, se utiliza una rampa o canal de tal forma que baste con dejar rodar la esfera de la misma altura (h) (ver figura 4.8).

1. Si se deja rodar la esfera por la rampa:
   a. ¿Qué trayectoria describe la esfera cuando sale de la mesa?
   b. ¿Qué tipo de curva describe?
   c. ¿Continúa con movimiento horizontal?
   d. ¿Cae en forma vertical?

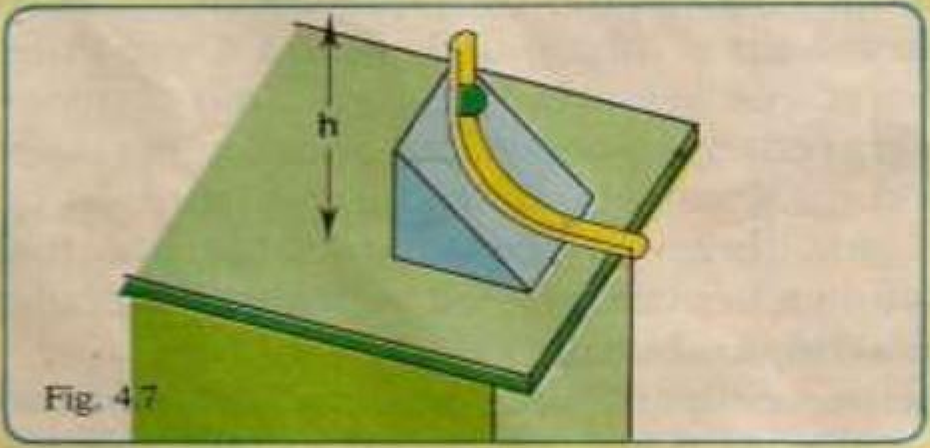


Fig. 4.7

Al colocar una tabla perpendicularmente a la superficie de la mesa, tal como se indica en la figura 4.8 se marca en ella un punto P que señala la altura de la mesa o la rampa.

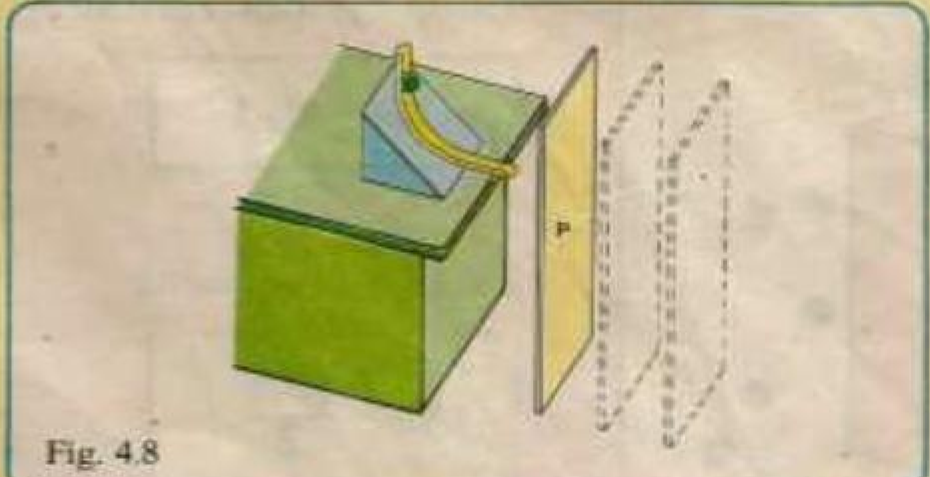


Fig. 4.8

Si la tabla se coloca a diferente distancia (x) del borde de la mesa y se deja rodar la esfera, se marcan puntos donde la esfera toca la tabla, se miden las distancias (y) desde estos puntos hasta P y se obtienen los datos dados en la siguiente tabla:

x(cm)	10	20	30	40	50	60
y(cm)	4.9	19.6	44.1	78.4	122.5	176.4

2. Dibuja un gráfico de y en función de x. Coloca a y en el eje vertical.
3. ¿Qué tipo de gráfico obtuviste?

   Como en la gráfica obtuviste una rama de parábola de la forma $y = kx^2$, has verificado que el movimiento estudiado corresponde a un movimiento semiparabólico.

4. Utilizando las ecuaciones $x = v_o t$ y $y = \frac{gt^2}{2}$, despeja t en la primera ecuación y remplaza su valor en la segunda.

   La ecuación que debiste obtener en el punto anterior es $y = \frac{g}{2\,v_o^2}x^2$, donde $\frac{g}{2\,v_o^2}$ es un valor constante, lo cual demuestra que la ecuación obtenida experimentalmente es correcta.

5. Utiliza una pareja de datos (x, y) y encuentra el valor de la velocidad con la cual salió la esfera de la rampa.

   Observa que:

$$y = \frac{g}{2\,v_o^2}\,x^2$$

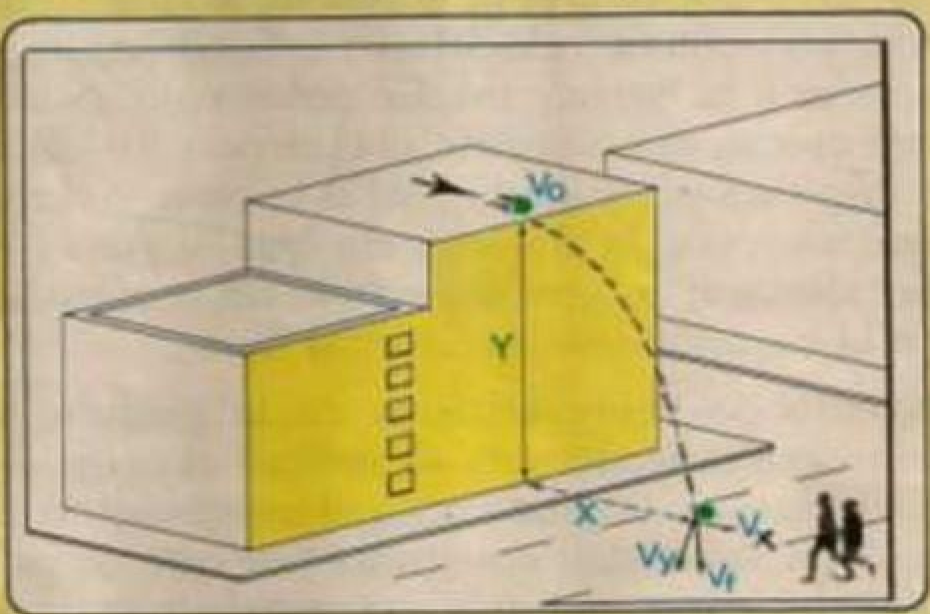
$$v_o = \sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,y}}$$

TALLER 18

A. Observa el desarrollo del siguiente ejercicio:

Una esfera es lanzada horizontalmente desde una altura de 24 m con velocidad inicial de 100 m/s. Calcular:

a. El tiempo que dura la esfera en el aire.
b. El alcance horizontal del proyectil.
c. La velocidad con que la esfera llega al suelo.



Solución:

a. El tiempo que demora la esfera en el aire depende exclusivamente de la altura a la cual está.

De la ecuación

$y = \frac{gt^2}{2}$, se despeja t; $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

$t = \sqrt{\frac{2(24\ m)}{9.8\ m/s^2}}$; $t = \sqrt{\frac{48\ m}{9.8\ m/s^2}}$; $t = \sqrt{4.89\ s^2}$;

$t = 2.21\ s$

b. El alcance horizontal de la esfera, depende del tiempo que ésta permanece en el aire y de la velocidad horizontal con que se lanzó.

$x = v_o t$; $x = (100\ m/s)\ (2.21\ s)$; $x = 221\ m$

c. La velocidad que posee la esfera cuando llega al suelo, es la suma de las velocidades horizontal y vertical en ese instante.

En x, la velocidad es constante, por lo tanto $v_x = v_o = 100\ m/s$.

En y, la velocidad se calcula con la expresión $v_y = gt$.

$v_y = (9.8\ m/s^2)\ (2.21\ s)$;

$v_y = 21{,}7\ m/s$

$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \Rightarrow$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$;

$v = \sqrt{(100\ m/s)^2 + (21.7\ m/s)^2}$

$v = 102.3\ m/s$

B. Resuelve los siguientes problemas.

(Utiliza $g = 10\ m/s^2$):

1. Desde el borde de una mesa, se lanza horizontalmente un cuerpo A, con cierta velocidad inicial, y simultáneamente se deja caer desde el mismo punto un cuerpo B. ¿Cuál de los dos llega primero al suelo?

2. Un proyectil es lanzado horizontalmente desde una altura de 36 metros con velocidad de 45 m/s. Calcula:
   a. El tiempo que dura el proyectil en el aire.
   b. El alcance horizontal del proyectil.
   c. La velocidad que posee el proyectil al llegar al suelo.

3. Desde un bombardero que viaja con una velocidad horizontal de 420 km/h a una altura de 3 500 m se suelta una bomba con el fin de explotar un objetivo que está situado sobre la superficie de la Tierra. ¿Cuántos metros antes de llegar al punto exactamente encima del objetivo debe ser soltada la bomba, para dar en el blanco?

4. Una pelota sale rodando del borde de una mesa de 1.25 m de altura. Si cae al suelo en un punto situado a 1.5 m del pie de la mesa, ¿qué velocidad llevaba la pelota al salir de la mesa?

5. Una pelota sale rodando por el borde de una escalera con una velocidad horizontal de 1.08 m/s. Si los escalones tienen 18 cm de altura y 18 cm de ancho, ¿cuál será el primer escalón que toque la pelota?

6. Un avión que vuela horizontalmente a una altura de 2 km y con una velocidad de 700 km/h sufre una avería al desprendérsele un motor. ¿Qué tiempo tarda el motor en llegar al suelo? ¿Cuál es su alcance horizontal?

7. Dos cuerpos, A y B, se dejan caer simultáneamente desde una altura h, pero el cuerpo B choca durante su recorrido con un plano inclinado 45°, el cual le proporciona una velocidad horizontal v_x. ¿Cuál de los dos cuerpos llega primero al suelo? ¿Por qué?

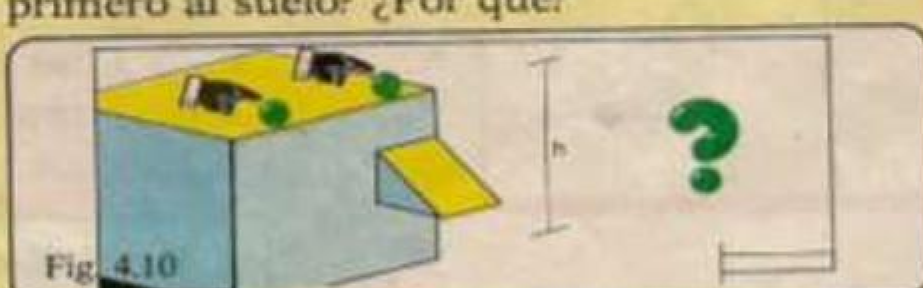


Fig. 4.10

Movimiento de proyectiles

Un cuerpo posee movimiento parabólico cuando se lanza cerca de la superficie terrestre formando cierto ángulo con la horizontal.

Vamos a examinar el movimiento de un objeto que es lanzado cerca de la superficie terrestre con un ángulo de inclinación respecto a la horizontal.

Este tipo de movimiento es llamado lanzamiento de proyectiles.

Descripción del movimiento

En la figura 4-11 se observa, en color negro, la trayectoria que sigue un proyectil cuando se lanza con cierta velocidad $\mathbf{v}_o$, formando un ángulo θ de inclinación respecto a la horizontal. En color rojo aparecen algunos puntos de la trayectoria, que seguiría el cuerpo si se lanza verticalmente hacia arriba, con una velocidad igual a la componente vertical de v_o. En color azul aparece la trayectoria que seguiría el cuerpo, si se impulsa horizontalmente en una superficie sin rozamiento con una velocidad igual a la componente horizontal de v_o.

Cada punto de las trayectorias representadas en la gráfica, se tomó empleando el mismo intervalo de tiempo. Al aplicar el principio de independencia de los movimientos, vemos como el movimiento de la componente horizontal, es con velocidad constante por que en esta dirección no actúa ninguna aceleración, y el movimiento de la componente vertical es uniformemente acelerado porque en esta dirección actúa la aceleración de la gravedad.

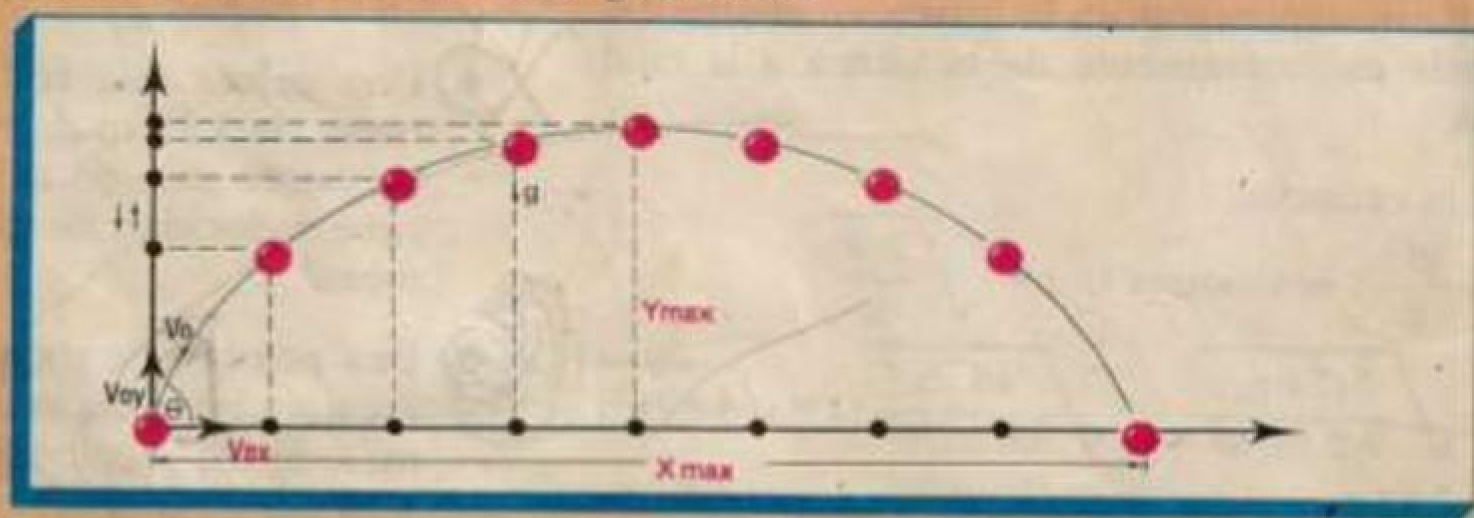


Fig. 4.11

Ecuaciones del movimiento de proyectiles

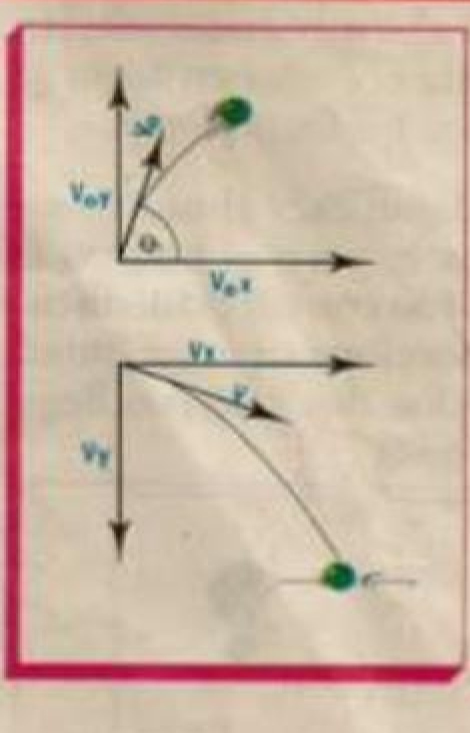


Fig. 4.13

Componentes de la velocidad

Si un proyectil es lanzado con una velocidad v_o, que forma un ángulo θ con la horizontal, se descompone esta velocidad en las direcciones horizontal y vertical.

Así: $\boxed{\mathbf{v}_{ox} = \mathbf{v}_o \cos\theta}$ $\boxed{\mathbf{v}_{oy} = \mathbf{v}_o \operatorname{sen}\theta}$

La velocidad que lleva el proyectil en cualquier instante también se puede descomponer.

La velocidad horizontal siempre es constante, por lo tanto:

$$\boxed{\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_{ox} = \mathbf{v}_o \cos\theta.}$$

La trayectoria de un cuerpo con movimiento parabólico ~~depende~~ de la velocidad de lanzamiento y el ángulo que forma con la horizontal.

La velocidad vertical depende del tiempo transcurrido desde el lanzamiento y de la componente vertical de la velocidad inicial. $v_y = v_{oy} - gt$; ya que se comporta como un movimiento uniformemente acelerado. Entonces:

$$\boxed{v_y = v_o \operatorname{sen} \theta - gt}$$

Altura máxima que alcanza el proyectil

Cuando el proyectil alcanza la altura máxima, la componente vertical de la velocidad es nula. Por lo tanto, de la ecuación $v_y^2 - v_{oy}^2 = -2gy$, hacemos $v_y = 0$ y despejamos y.

$v_y^2 - v_{oy}^2 = -2gy_{max}$; $y = \frac{v_{oy}^2}{2g}$;

$$\boxed{y_{max} = \frac{v_o^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g}}$$

Tiempo de vuelo del proyectil

El tiempo que dura el proyectil en el aire, es el doble del que dura subiendo, por lo tanto calculamos de la ecuación $v_y = v_o \operatorname{sen} \theta - gt$, el tiempo de subida, haciendo a $v_y = 0$ y despejando t. $ts = \frac{v_o \operatorname{sen} \theta}{g}$

El tiempo de vuelo es $t_v = 2t_s$, por lo tanto:

$$\boxed{t_v = \frac{2 v_o \operatorname{sen} \theta}{g}}$$

El alcance horizontal máximo se logra cuando el ángulo de lanzamiento es de 45°.

Alcance horizontal del proyectil

Como el movimiento de la componente horizontal es con velocidad constante, el alcance máximo se obtiene con la expresión:

$$\boxed{x_{max} = v_o \cos \theta \, t_v.}$$

Remplazando el tiempo de vuelo por la expresión que ya obtuvimos, queda:

$$\boxed{x_{max} = \frac{2 v_o^2 \cos \theta \operatorname{sen} \theta}{g}}$$

En tu curso de trigonometria conociste o conocerás la identidad $\operatorname{sen} 2\theta = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$, que te permite simplificar la última expresión y escribirla:

$$\boxed{x_{max} = \frac{v_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}}$$

Observa que la altura máxima, el tiempo de vuelo y el alcance horizontal del proyectil dependen exclusivamente de la velocidad inicial y del ángulo de lanzamiento.

TALLER 19

Problemas sobre lanzamiento de proyectiles

A. Analiza el desarrollo del siguiente problema:

Un cazador acostado en el suelo, lanza una flecha con un ángulo de 60° sobre la superficie de la Tierra y con una velocidad de 20 m/s. Calcular:

Fig. 4.14

a. Altura máxima que alcanza la flecha.
b. Tiempo que dura la flecha en el aire.
c. Alcance horizontal de la flecha.

Solución:

a. *Altura máxima:*

$$y_{max} = \frac{v_o^2 \text{ sen}^2 \theta}{2 g};$$

$$y_{max} = \frac{(20 \text{ m/s})^2 \text{ sen}^2 60^\circ}{2 \, (9.8 \text{ m/s}^2)};$$

$$y_{max} = \frac{400 \text{ m/s}^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{19.6 \text{ m/s}^2}$$

$$y_{max} = 15.3 \text{ m}$$

b. *Tiempo de vuelo:*

$$t_v = \frac{2 \, v_o \text{ sen } \theta}{g}$$

$$t_v = \frac{2(20 \text{ m/s}) \text{ sen } 60^\circ}{9.8 \text{ m/s}^2}; \; t_v = 3.53 \text{ s}$$

c. *Alcance horizontal:*

$$x_{max} = \frac{2 \, v_o^2 \text{ sen } \theta \cos \theta}{g};$$

$$x_{max} = \frac{2(20 \text{ m/s})^2 \text{ sen } 60^\circ \cos 60^\circ}{9.8 \text{ m/s}^2};$$

$$x_{max} = 35.34 \text{ m}$$

B. Resuelve los siguientes problemas:

1. Un cañón dispara un proyectil con una veloci- inicial de 360 m/s y un ángulo de inclinación 30°. Calcula:

   a. La altura máxima que alcanza el proyectil.
   b. El tiempo que dura el proyectil en el aire.
   c. Alcance horizontal del proyectil.

2. Un bateador golpea la pelota con un ángulo de 35° y le proporciona una velocidad de 18 m/s. ¿Cuánto tarda la pelota en llegar al suelo? ¿A qué distancia del bateador cae la pelota?

3. Un jugador de tejo lanza el hierro con un ángulo de 18° y cae en un punto situado a 18 m del lanzador. ¿Qué velocidad inicial le proporcionó al tejo?

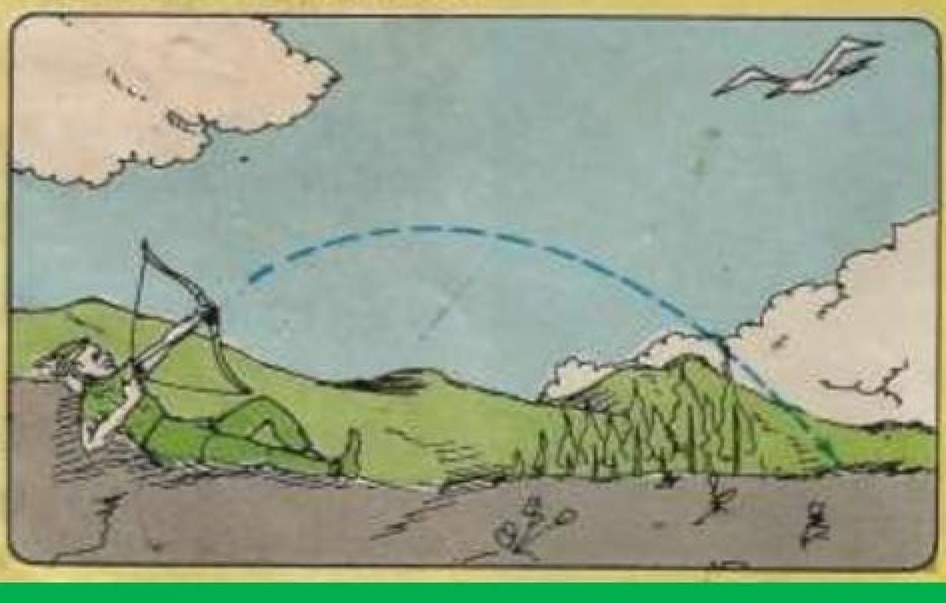
4. ¿Con qué ángulo debe ser lanzado un objeto para que el alcance máximo sea igual a la altura que alcanza el proyectil?

5. Un bateador golpea una pelota con un ángulo de 35° y es recogida 6 s más tarde. ¿Qué velocidad le proporcionó el bateador a la pelota?

6. Calcula el ángulo con el cual debe ser lanzado un proyectil para que el alcance sea máximo.

7. Un motociclista desea atravesar un riachuelo de 12 m de ancho, utilizando la pequeña pendiente que hay en una de las orillas.

   a. ¿Qué velocidad debe llevar la moto en el instante en que salta?
   b. Si la moto se acelera a razón de 1.2 m/s², ¿qué distancia debe impulsarse para saltar con la velocidad justa?



Movimiento circular uniforme: M.C.U

El M.C.U. es el movimiento de un cuerpo cuando describe una circunferencia con rapidez constante.

La trayectoria que sigue el móvil es una circunferencia, la velocidad cambia continuamente de dirección siempre tangente a la trayectoria, pero la rapidez es constante o sea, la magnitud de la velocidad conserva siempre el mismo valor.

Conceptos y ecuaciones del M.C.U

Frecuencia: es el número de vueltas que da el cuerpo en la unidad de tiempo. Se simboliza con la letra f y sus unidades son vueltas/segundo, revoluciones por minuto (r.p.m) o revoluciones por segundo (r.p.s); operacionalmente la unidad de frecuencia es s^{-1}.

$$\boxed{f = \frac{\text{número de vueltas}}{\text{tiempo empleado}}}$$

Período: es el tiempo que emplea el móvil en dar una sola vuelta, se simboliza con la letra T y su unidad es el segundo.

$$\boxed{T = \frac{\text{tiempo empleado}}{\text{número de vueltas}}}$$

Velocidad lineal o tangencial: la velocidad lineal de una partícula que describe un M.C.U es un vector tangente a la trayectoria. Su magnitud se obtiene, calculando el arco recorrido en la unidad de tiempo. Cuando el móvil da una vuelta completa, recorre un arco igual a la longitud de la circunferencia y emplea un tiempo igual a un período. Por lo tanto:

$$\boxed{v_t = \frac{s}{t}} \qquad \boxed{v_t = \frac{2\pi r}{T}}$$

Velocidad angular: el radio que une al centro de la circunferencia con la partícula P barre ángulos iguales en tiempos iguales. Definimos la velocidad angular (ω), como el ángulo barrido en la unidad de tiempo.

$$\boxed{\omega = \frac{\theta}{t}}$$

ω se mide en rad/s.

Cuando el ángulo barrido es un ángulo giro, el tiempo que emplea es un período.

Por lo tanto, $\boxed{\omega = \dfrac{2\pi}{T}}$

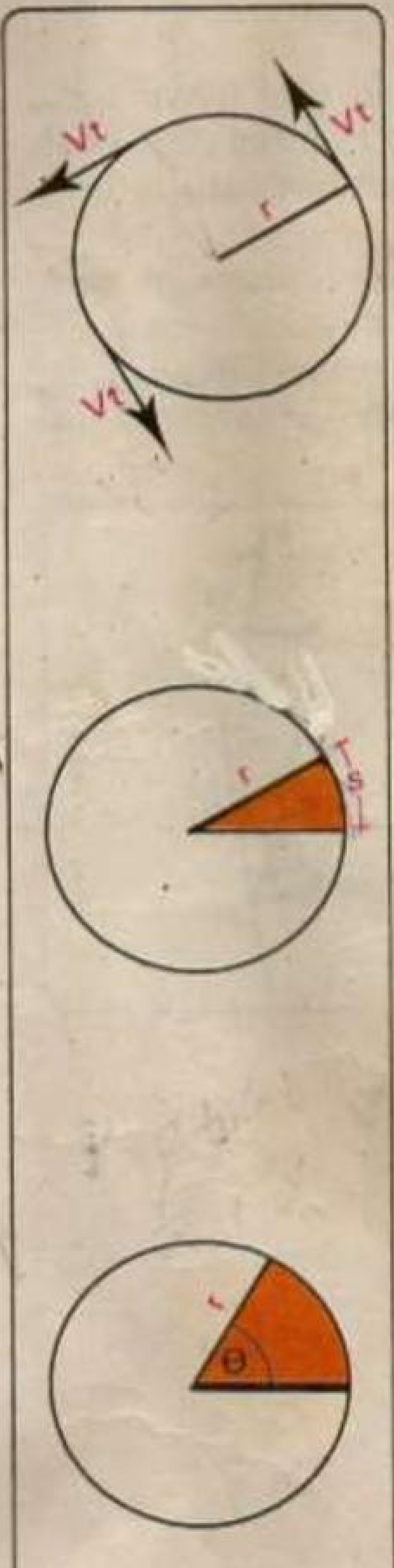
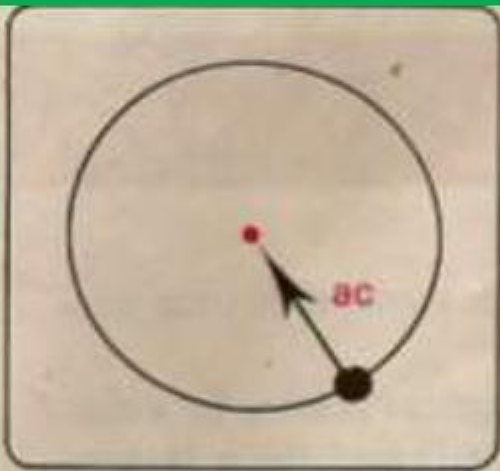


Fig. 4.15



La aceleración centrípeta aparece en el MCU debido a la variación en la dirección de la velocidad.

F=KX

Relación entre velocidad lineal y velocidad tangencial

Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y $v_t = \frac{2\pi r}{T}$,

resulta que $\boxed{v_t = \omega r \quad ó \quad \omega = \frac{v_t}{r}}$

Aceleración centrípeta

Hemos dicho que un cuerpo que se desplace con movimiento circular uniforme, mantiene la magnitud de la velocidad constante, lo cual implica que no existe una aceleración en la dirección tangencial de la velocidad, pero como la velocidad cambia continuamente de dirección debe existir una aceleración que refleje este hecho.

Deducción de la fórmula de aceleración centrípeta

Consideremos un punto P que se mueve siguiendo una trayectoria circular, y que en un intervalo corto de tiempo (Δt), cambia de la posición P_1 hasta P_2, haciendo un recorrido aproximadamente igual a Δs (en azul).

En este mismo intervalo de tiempo, la velocidad tangencial mantiene su magnitud ($v_2 = v_1 = v$), pero cambió su dirección en $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 = \vec{v}_1$ (en rojo). Los dos triángulos en azul y rojo son semejantes porque tienen sus ángulos congruentes. Por lo tanto, podemos establecer una proporción:

Fig. 4.18

$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v_2}{R}$, haciendo $v_2 = v$, tenemos $\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v}{R}$

Al despejar Δv se obtiene: $\Delta v = \frac{v}{R} \Delta s$.

Dividiendo ambos miembros de la igualdad por Δt, queda:

$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t}$, donde $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ y $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$;

Por lo tanto, $a = \frac{v}{R} v$; $\boxed{a = \frac{V^2}{R}}$

Esta última expresión nos permite calcular la magnitud de la aceleración, su dirección es la misma de Δv, dirigida hacia el centro del círculo. Por ello se llama **aceleración centrípeta**.

TALLER 20

Problemas sobre movimiento circular uniforme

A. Analiza el desarrollo de los siguientes ejemplos:

1. ¿Cuál es la frecuencia y el período de un móvil que da 24 vueltas en 4 segundos?

Solución:

$$f = \frac{\text{número de vueltas}}{\text{tiempo empleado}} \quad T = \frac{\text{tiempo empleado}}{\text{número de vueltas}}$$

$$f = \frac{24 \text{ vueltas}}{4 \text{ s}} = 6 \text{ vueltas/s} = 6 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{4 \text{ s}}{24 \text{ vueltas}} = 0.166 \text{ s.}$$

Observa que $T = \frac{1}{f}$ y $f = \frac{1}{T}$

2. Calcular la velocidad tangencial y la velocidad angular de un móvil que describe una circunferencia de 12 cm de radio en 0.5 s.

Solución:

$$v = \frac{2\pi R}{T}; \; v = \frac{2(3.14)\,(12 \text{ cm})}{0.5 \text{ s}}; \; \vec{v} = 150.7 \text{ cm/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \; \omega = \frac{2(3.14) \text{ rad}}{0.5 \text{ s}}; \; \omega = 12.56 \text{ rad/s}$$

3. Un móvil recorre una circunferencia de 2 m de radio dando 60 vueltas cada 20 s. Calcular: La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta.

Solución:

$$T = \frac{\text{tiempo empleado}}{\text{no. de vueltas}} \quad T = \frac{20 \text{ s}}{60 \text{ vueltas}} \quad T = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}; \quad v = \frac{2\,(3.14)\; 2 \text{ m}}{1/3 \text{ s}}; \quad v = 37.7 \text{ m/s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{R}; \; a_c = \frac{(37.7 \text{ m/s})^2}{2 \text{ m}}; \quad a_c = 710.6 \text{ m/s}^2$$

4. Dos poleas de 15 y 20 cm de radio respectivamente, giran conectadas por una banda. Si la frecuencia de la polea de menor radio es $12 \frac{\text{vueltas}}{\text{s}}$, ¿cuál será la frecuencia de la polea de mayor radio?

Fig. 4.19

Los puntos exteriores de las dos poleas tienen la misma velocidad tangencial, que corresponde a la velocidad de la banda.

$$2\pi R_1 f_1 = 2\pi R_2 f_2$$

$R_1 f_1 = R_2 f_2$, despejando

$$f_1 = \frac{R_2 f_2}{R_1}.$$

$$f_1 = \frac{(15 \text{ cm})\,(12 \text{ s}^{-1})}{20 \text{ cm}}. \qquad f_1 = 9 \text{ s}^{-1}$$

B. Resuelve los siguientes problemas:

1. Una rueda de automóvil da 240 vueltas en un minuto. Calcula la frecuencia y el período.
2. Calcula la velocidad con que se mueven los cuerpos que están en la superficie de la Tierra, sabiendo que su período es 24 horas y el radio 6400 km aproximadamente.
3. Una rueda que tiene 4.5 m de diámetro, realiza 56 vueltas en 8 s. Calcula:
   a. Período b. Frecuencia
   c. Velocidad angular d. Velocidad lineal
   e. Aceleración centrípeta
4. La hélice de un avión da 1280 vueltas en 64 segundos. Calcula:
   a. Período b. Frecuencia
   c. Velocidad angular
5. Demuestra que $ac = w^2 r$, partiendo de las expresiones $v = w.r$ y $ac = \frac{v^2}{r}$.
6. Demuestra que $ac = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$.
7. Dos poleas de 12 cm y 18 cm de radio respectivamente, se hallan conectadas por una banda, si la polea de mayor radio da 7 vueltas en 5 segundos, ¿cuál es la frecuencia de la polea de menor radio?
8. Un auto recorre una pista circular de 180 metros de radio y da 24 vueltas cada 6 minutos. Calcula:
   a. Período del movimiento
   b. Frecuencia
   c. Velocidad lineal o tangencial
   d. Velocidad angular
   e. Aceleración centrípeta
9. Calcula el período, la frecuencia y la velocidad angular de cada una de las tres manecillas de un reloj.
10. Una polea en rotación, tiene 12 cm de radio y un punto extremo gira con una velocidad de 64 cm/s. En otra polea de 15 cm de radio un punto extremo gira con una velocidad de 80 cm/s. Calcula la velocidad angular de cada polea.

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Sistema de referencia: región del espacio respecto a la cual se describe un movimiento, una trayectoria o una velocidad.

Principio de independencia del movimiento: fue enunciado por Galileo y dice que si sobre un cuerpo actúa más de un movimiento, cada uno actúa como si los demás no existieran.

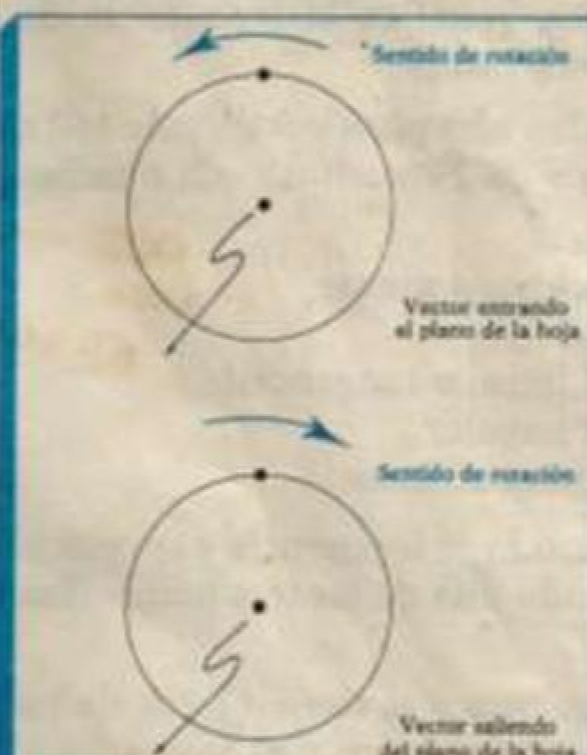
Parábola: trayectoria que describe un cuerpo al ser lanzado cerca de la superficie terrestre con un ángulo de inclinación respecto al suelo.

Frecuencia (f): número de vueltas que da un cuerpo en una unidad de tiempo.

Período (T): tiempo que emplea un cuerpo en dar una vuelta.

Velocidad lineal (V_L): es un vector tangente a la trayectoria y tiene que ver con el arco recorrido en la unidad de tiempo.

Velocidad angular (ω): tiene que ver con el ángulo barrido en la unidad de tiempo. Es un vector perpendicular al plano de la hoja, que sale o entra de acuerdo con el sentido de rotación del cuerpo (ver figura).



Aceleración centrípeta (a_c): aparece al haber variación de la velocidad en dirección.

1. **Relatividad del movimiento:** el movimiento es relativo, pues depende del sistema de referencia que se tome.
2. **Relatividad de la trayectoria:** la trayectoria que describe un cuerpo depende del sistema de referencia en que se encuentre el observador.
3. **Relatividad de la velocidad:** la velocidad percibida por un observador de un objeto, depende de la velocidad con que se mueva el observador.
4. **Movimiento en el plano con velocidad constante:**
   a. **En aguas tranquilas:** el observador que se encuentra en la orilla percibe la velocidad del nadador sin ninguna variación.
   b. **La corriente arrastra al nadador:** el observador que se encuentra en la orilla, percibe que el nadador se mueve a la misma velocidad de la corriente.
   c. **El nadador atraviesa el río con corriente:** la velocidad que percibe el observador en la orilla, es la suma vectorial de la velocidad de la corriente y la del nadador.
5. **Movimiento en el plano con aceleración constante:**
   a. **Movimiento semiparabólico:** en este movimiento los cuerpos están sometidos a dos movimientos: uno horizontal uniforme y el otro vertical acelerado. El cuerpo al lanzarse horizontalmente describe una semiparábola.

   Las ecuaciones utilizadas son:

   Para el eje x: $x = \mathbf{V}o.t$ y

   Para el eje y:

   $$y = \frac{gt^2}{2}.$$

   b. **Movimiento de proyectiles:** es el movimiento que realizan los objetos al ser lanzados cerca de la superficie terrestre con un ángulo de inclinación respecto al suelo. Los cuerpos se hallan sometidos a dos movimientos: uno horizontal y otro vertical.

Ecuaciones del movimiento de proyectiles:

- Componentes de la velocidad:

  $\mathbf{V}_o x = \mathbf{V}_o \cos\theta$

  $\mathbf{V}_o y = \mathbf{V}_o \operatorname{sen}\theta$

- Velocidad vertical:

  $V y = V_o \operatorname{sen}\theta - gt$

- Altura máxima que alcanza el proyectil:

  $$y_{max} = \frac{v_o^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2\,g}$$

- Tiempo de vuelo del proyectil:

$$tv = \frac{2\,\mathbf{V}_o \operatorname{sen} \theta}{g}$$

- Alcance horizontal:

$$\mathbf{X}_{max} = \frac{\mathbf{V}_o^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$$

6. **Movimiento circular uniforme (M.C.U):** es aquel en el cual los cuerpos describen circunferencias con rapidez constante. Para resolver problemas sobre M.C.U se deben tener en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$f = \frac{\text{no. de vueltas}}{\text{tiempo empleado}}\;; \qquad T = \frac{\text{tiempo empleado}}{\text{no. de vueltas}}$$

$$f = \frac{1}{T}\;;\; v_t = \frac{s}{t}\;;\; v_t = \frac{2\pi R}{T};\; \omega = \frac{\theta}{t}\;;\; \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v_t = W.R$$

$$a_c = \frac{v_t^2}{R}$$

3600 s
f

1h = 24h

EINSTEIN ALBERT (1879 - 1955)

Físico y matemático, nacido en Ulm (Alemania). Estudió en Munich, en Italia y en Suiza. Hasta 1933 fue director del Instituto de física *Kaiser Wilhelm* de Berlín; luego, a causa de la política racial de Hitler, se trasladó a Norteamérica, donde fue profesor en la universidad de Princeton y se convirtió en ciudadano norteamericano en 1940. Es famoso por sus estudios de física que dieron un giro decisivo a las modernas investigaciones. En 1921 recibió el premio Nobel de física. Su teoría —llamada de la relatividad— se refiere a la equivalencia entre la masa y la energía y se expresa con la fórmula

$$\boxed{E = mc^2}$$

Donde *E* es la energía en *erg; m* la masa en gramos; *c* la velocidad de la luz en cm/seg.

Evaluación

A. Selecciona y escribe en tu cuaderno la respuesta correcta:

1. En un tiro parabólico el movimiento horizontal es:

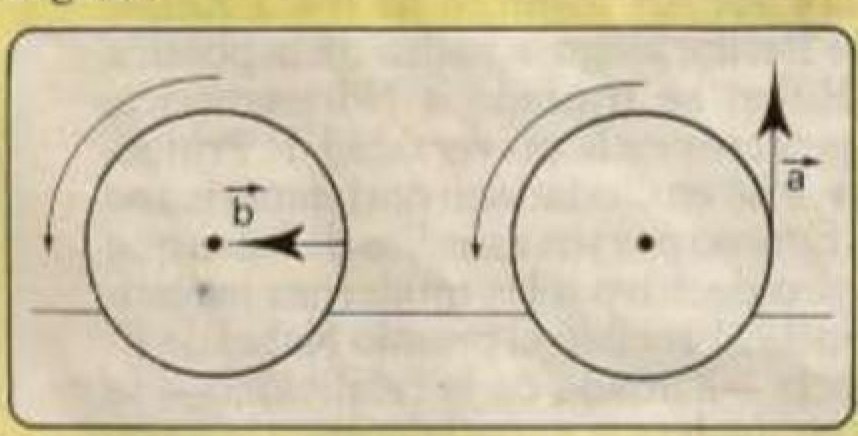
a. Uniforme
b. Uniformemente acelerado
c. Uniformemente retardado
d. Con aceleración constante

2. En un M.C.U periodo es:

a. El número de vueltas que realiza un cuerpo en una unidad de tiempo.
b. El tiempo que gasta el cuerpo en realizar una vuelta.
c. El ángulo barrido en una unidad de tiempo.
d. La distancia recorrida en una unidad de tiempo.
e. El arco recorrido en la unidad de tiempo.

3. En la figura, los vectores a y b representan respectivamente:

a. La velocidad tangencial y la velocidad angular.
b. La velocidad angular y la aceleración centrípeta.
c. La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta.
d. La aceleración centrípeta y la velocidad tangencial.
e. La aceleración centrípeta y la velocidad angular.



4. Si un cuerpo da 180 vueltas en 1 minuto, su frecuencia es:

a. 30 vueltas/segundo
b. 3 vueltas/segundo
c. 6 vueltas/segundo
d. 10800 vueltas/segundo
e. 0.33 vueltas/segundo

5. Un proyectil es disparado horizontalmente desde una altura de 80 m. El tiempo que dura el proyectil en el aire es: ($g = 10$ m/s^2).

a. 80 s b. 8 s c. 16 s d. 4 s e. 2 s

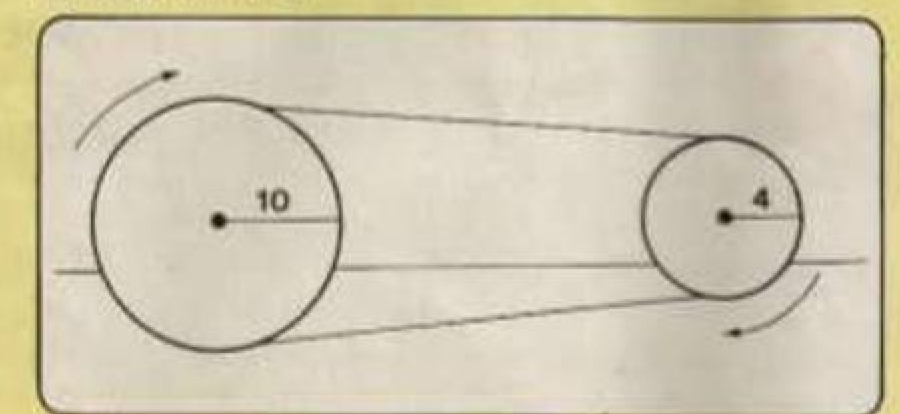
6. Una canoa que en aguas tranquilas viaja con una velocidad de 20 m/s, quiere atravesar un río, cuyas aguas llevan una velocidad de 3 m/s. La velocidad que mide una persona situada en tierra es:

a. 20 m/s b. 20.22 m/s c. 3 m/s d. 23 m/s
e. 60 m/s

7. Un cuerpo realiza 120 vueltas en un minuto describiendo una circunferencia de 1 m de radio. El valor de su velocidad tangencial es: ($\pi = 3.14$).

a. 2 m/s b. 6.28 m/s c. 12.56 m/s
d. 3.14 m/s e. 1 m/s

8. Las poleas de la figura están ligadas por medio de una correa.



Si la polea de mayor radio da 8 vueltas cada 4 s, la frecuencia de la polea de radio menor es:

a. $4s^{-1}$ b. $2s^{-1}$ c. $20s^{-1}$ d. $5s^{-1}$ e. $6s^{-1}$

9. En el lanzamiento de proyectiles el máximo alcance horizontal se logra con un ángulo de:

a. 0° b. 30° c. 90° d. 45° e. 0°

10. En el movimiento semiparabólico el tiempo de caída del proyectil depende de:

a. Velocidad de lanzamiento.
b. Altura de lanzamiento.
c. Las dos anteriores.
d. Ninguna de las anteriores.
e. Cualquiera de las dos.

B. Cada enunciado del 11 al 17 consta de una afirmación y una razón precedida de la palabra "**porque**".

Selecciona la respuesta según el criterio expuesto a continuación:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.

B, si la afirmación y la razón son verdaderas, pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si ambas, afirmación y razón son falsas.

11. Cuando un cuerpo se halla sometido a varios movimientos, cada uno de ellos se cumple independientemente **porque** cada uno actúa a diferentes intervalos de tiempo.

12. Cuando un cuerpo se dispara horizontalmente desde cierta altura, la trayectoria que describe es parabólica **porque** $y \propto x^2$.

13. En un disco que gira con m.c.u. los puntos del extremo tienen mayor velocidad angular **porque** el radio es mayor.

14. El tiempo que tarda un nadador en atravesar un río perpendicularmente a la corriente es independiente de la velocidad de la corriente **porque** si no, lo arrastraría la corriente.

15. Dos cuerpos son lanzados horizontalmente desde el borde de una mesa con diferentes velocidades, llega primero al suelo el objeto lanzado con menor velocidad **porque** debe recorrer menor espacio.

16. En un m.c.u., el cuerpo recorre arcos iguales en tiempos iguales, **porque** la aceleración del cuerpo es en dirección radial.

17. Una bicicleta tiene ruedas de diferente radio, la rueda de mayor radio posee mayor velocidad **porque** su radio es mayor.

C. En las preguntas 18 a 25 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

Elabora tu respuesta así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones, I y II son necesarias.
D, si cualquier información I o II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es necesario.

18. Hallar el tiempo de caída de un cuerpo que se lanza horizontalmente desde cierta altura si:

I. La velocidad de lanzamiento es 10 m/s.
II. La altura es de 20 m.

19. Hallar la velocidad tangencial de un cuerpo si:

I. El radio es 2 m.
II. Realiza 20 vueltas cada 4 s.

20. Calcular la velocidad angular de una partícula si:

I. Su período es 0.5 s.
II. Realiza dos vueltas cada segundo.

21. Hallar el alcance horizontal de un proyectil si:

I. La velocidad de lanzamiento es de 40 m/s.
II. El ángulo de lanzamiento es de 30°.

22. Calcular la aceleración centrípeta a una partícula dotada de M.C.U. si:

I. La frecuencia es 0.8 s^{-1}.
II. La velocidad angular es π rad/s.

23. Hallar la frecuencia de una rueda ligada por una banda a otra rueda que gira con M.C.U. si:

I. Su período es de 8 s.
II. La frecuencia de la otra rueda es 10 s^{-1}.

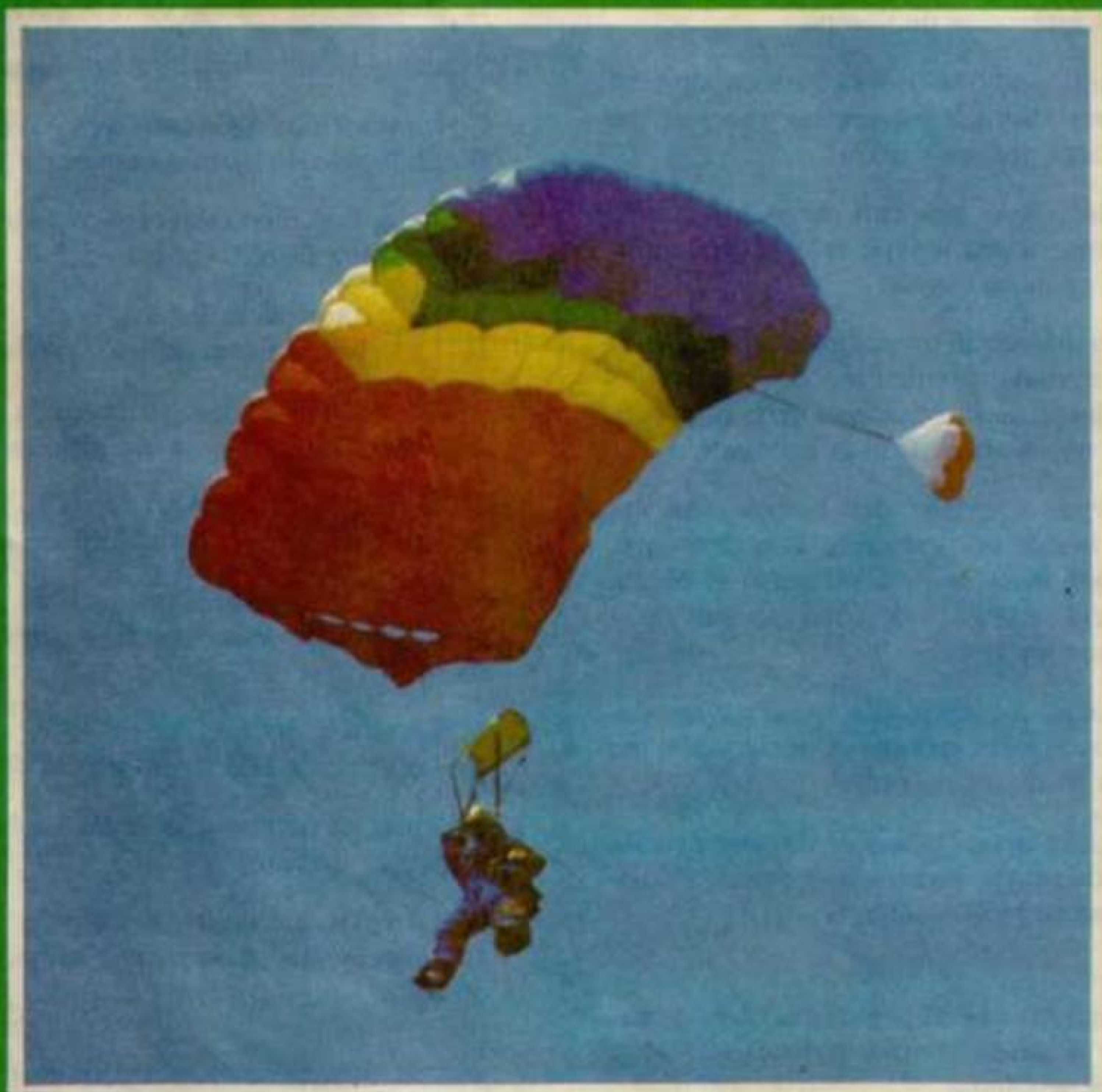
24. Calcular el alcance horizontal de un cuerpo que se lanza horizontalmente desde cierta altura si:

I. La altura es de 10 m.
II. La velocidad de lanzamiento 10 m/s.

25. Calcular el tiempo que tarda una lancha en atravesar un río si:

I. La velocidad del río es 20 m/s.
II. La velocidad de la lancha respecto al río es 30 m/s.

UNIDAD 5
Dinámica



Objetivos

1. Definir fuerza desde un punto de vista físico.
2. Interpretar el movimiento de un cuerpo cuando sobre él no actúa ninguna fuerza.
3. Describir el movimiento de un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza constante.
4. Enunciar las leyes de Newton.

Introducción

Dinámica: **es la rama de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos analizando la causa que lo produce.**

En las dos unidades anteriores se analizó el movimiento de los cuerpos limitándonos a su descripción (**cinemática**). En esta unidad estudiaremos las causas del movimiento y la forma cómo unos cuerpos influyen en el movimiento de otros. Esta rama de la mecánica recibe el nombre de **Dinámica**. Analizaremos en primer lugar la causa del movimiento a lo largo de una trayectoria rectilínea. Se explicará el por qué del movimiento uniforme, el movimiento uniformemente acelerado, el movimiento circular uniforme y el movimiento de planetas y satélites.

Concepto de fuerza

La fuerza es una cantidad de tipo vectorial porque cumple las leyes de los vectores.

Sobre fuerza todos tenemos una idea intuitiva relacionada con la acción muscular: empujamos una carretilla, levantamos un objeto pesado, nos suspendemos de una cuerda, tensamos un arco, deformamos un resorte. . .

Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo, éste puede sufrir una deformación como le sucede a un resorte o a una banda de caucho, o cambia su estado de movimiento como sucede al impulsar una esfera sobre una superficie horizontal.

TALLER 21

Carácter vectorial de la fuerza

1. En los siguientes dibujos se ilustran las fuerzas que actúan sobre el cuerpo C. Encuentra gráficamente la dirección y medida de la fuerza resultante que actúa.

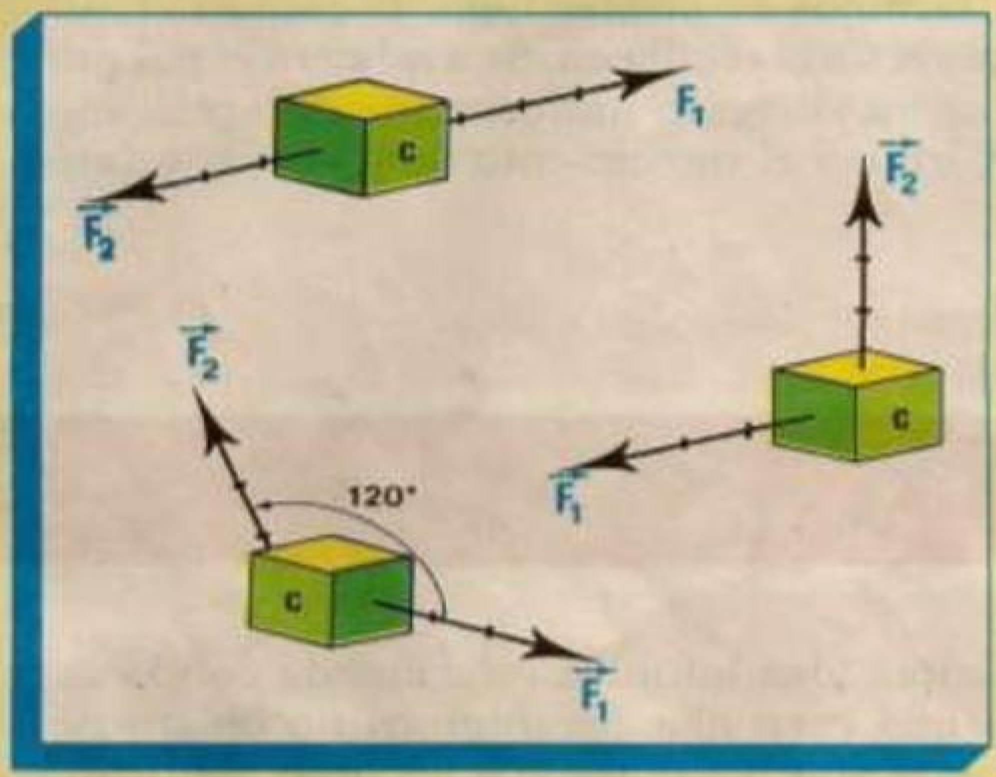


Fig. 5.4

2. Observa el procedimiento para resolver analíticamente el siguiente problema:

Dos fuerzas de 6 y 8 unidades actúan sobre un cuerpo formando entre sí un ángulo de 60°. Calcular el valor de la fuerza resultante sobre el cuerpo.

Solución:
Recordemos que para sumar vectores, se coloca un vector sumando contiguo al otro. La fuerza resultante está representada por el vector que tiene su origen en el origen de la primera fuerza y la cabeza en la cabeza de la segunda fuerza.

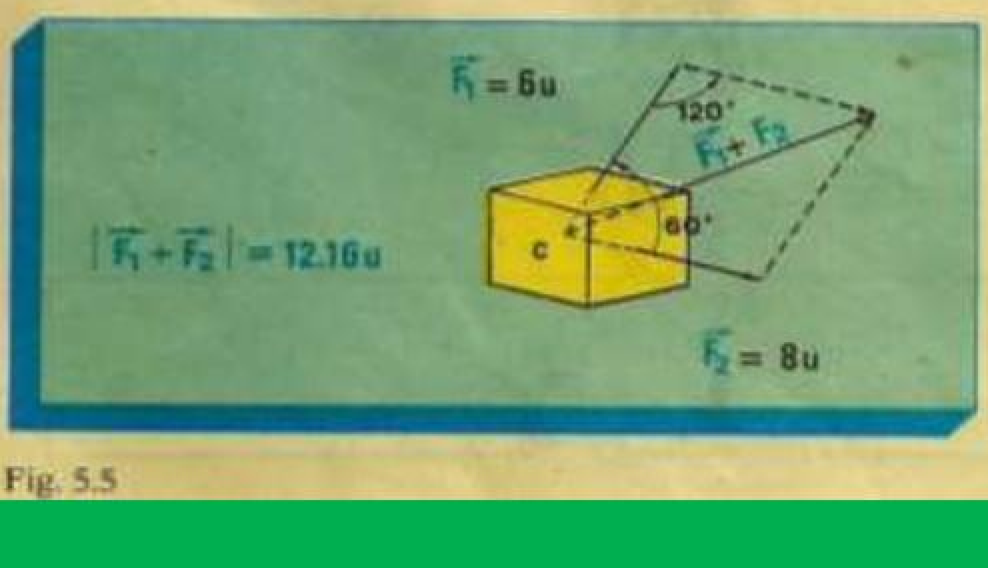


Fig. 5.5

El triángulo queda determinado por los vectores $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Recordemos el teorema del Coseno:

En un triángulo, la medida de uno de sus lados al cuadrado, es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados conocidos, menos el doble producto de los lados conocidos, multiplicados por el coseno del ángulo comprendido entre ellos.

Entonces:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2\,F_1F_2 \cos\theta$$

Por lo tanto tenemos que:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = (6u)^2 + (8u)^2 - 2\cdot(6u)\,(8u) \cos 120^\circ$$
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = 36u^2 + 64u^2 - 96u^2\,(-0.5)$$
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = 36u^2 + 64u^2 + 48u^2$$
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = 148u^2$$
$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{148\ u^2} = 12.16\ u$$

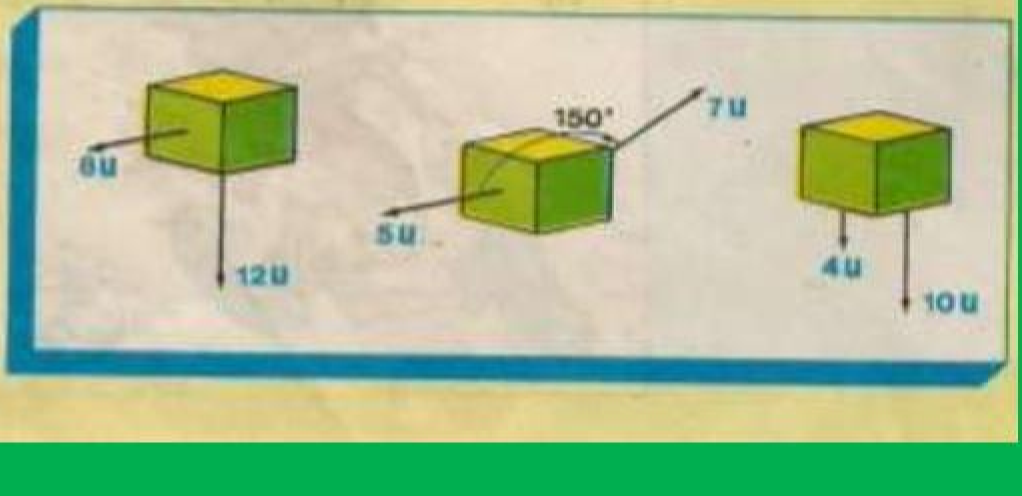
3. Resuelve los siguientes problemas:

a. Dos fuerzas de 4u y 5u actúan sobre un cuerpo formando entre sí un ángulo de 150°. Calcular el valor de la fuerza resultante.

b. Dos fuerzas de 8u y 6u, mutuamente perpendiculares, actúan sobre un cuerpo. Hallar el valor de la fuerza resultante. -

c. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas en sentido contrario. Hacia la derecha se ejerce una fuerza de 12 u y hacia la izquierda una fuerza de 5 u. Calcula la magnitud y dirección de la fuerza resultante.

d. Calcula la fuerza que se debe ejercer sobre cada uno de los cuerpos, para que la fuerza resultante sea nula.



Primera ley de Newton. Ley de la inercia

Todo cuerpo tiende a mantener su estado de movimiento rectilíneo con velocidad constante, o permanecerá en reposo si el cuerpo se encuentra inicialmente en este estado.

A diario, al usar un vehículo de transporte sentimos el efecto de la inercia. Supongamos que viajamos en el bus y éste se encuentra detenido esperando el cambio de señal en el semáforo. Si el bus se acelera bruscamente hacia adelante, sentimos la sensación que somos empujados hacia la parte posterior del bus. Cuando el bus se estabiliza y viaja con velocidad constante, no sentimos ningún tipo de fuerza; pero si el bus se detiene de repente, sentimos como si una fuerza nos empujara hacia adelante. Este fenómeno es debido a **la inercia**.

En la antigüedad se creía que para que un cuerpo se desplazara con velocidad constante, tendría que ejercerse sobre éste una fuerza constante. Tal argumento fue defendido por Aristóteles, gran filósofo de Grecia, quien consideraba el reposo como el estado natural de los cuerpos. Aparentemente está muy de acuerdo con la práctica, ya que si no ejercemos fuerza sobre un cuerpo, éste permanece quieto. Pero si aplicamos una fuerza constante, parece que se mueve con velocidad constante. Al analizar un poco más a fondo este hecho, Galileo repuso en su libro *"Discurso y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias referentes a la mecánica y a los movimientos locales"*, por boca de su protagonista Salviati, quien defiende sus argumentos frente a Simplicio, que encarna el pensamiento aristotélico, que:

Galileo argumentó su tesis de la siguiente forma:

Todo cuerpo tiende a mantener su estado de movimiento rectilíneo con velocidad constante, o permanecerá en reposo si el cuerpo se encuentra inicialmente en este estado.

Al reducir la inclinación de la segunda rampa, la distancia recorrida por la esfera es mayor pero logra de todas formas la misma altura. Al suponer la segunda rampa con inclinación nula, la esfera debe rodar indefinidamente.

Supuso una esfera de bronce situada sobre una rampa lisa y pulimentada, como la que aparece en la ilustración. Si la esfera se suelta desde el punto indicado en la gráfica, rodará hasta el otro extremo. Si se suprime al máximo el rozamiento, la esfera debe alcanzar la altura que poseía inicialmente.

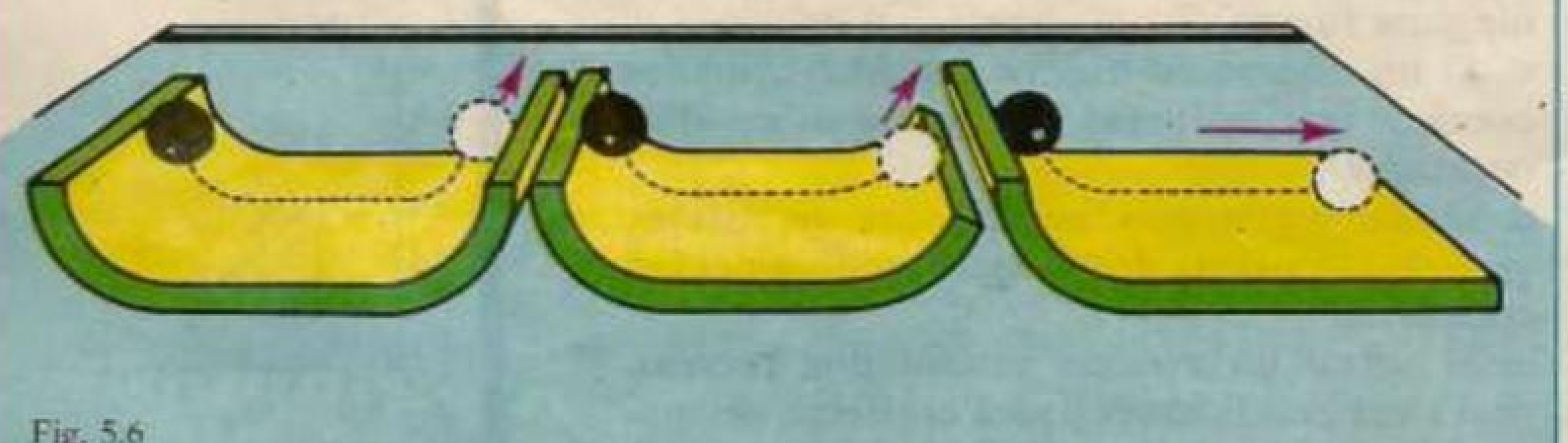


Fig. 5.6

TALLER 22

Inercia

1. **Realiza la siguiente experiencia:**

Ata una piedra de aproximadamente un kilogramo de masa con un cordel fuerte. A ambos lados de la piedra, sujeta a la ligadura dos trozos de hilo de menor resistencia del primero. Este hilo debe tener la resistencia justa para sostener la piedra una vez se ha atado. Suspende la piedra de uno de los hilos tal como se muestra en la figura 5.7.

Toma el hilo inferior y da un tirón seco y fuerte. ¿Cae la piedra? ¿Cómo explicas este hecho? Remplaza nuevamente el hilo inferior y tira nuevamente de él pero esta vez haciendo una atracción progresiva.

¿Cae la piedra? ¿Cuál de los dos hilos se rompe, el inferior o el superior? Explica este hecho físico a partir de la inercia.

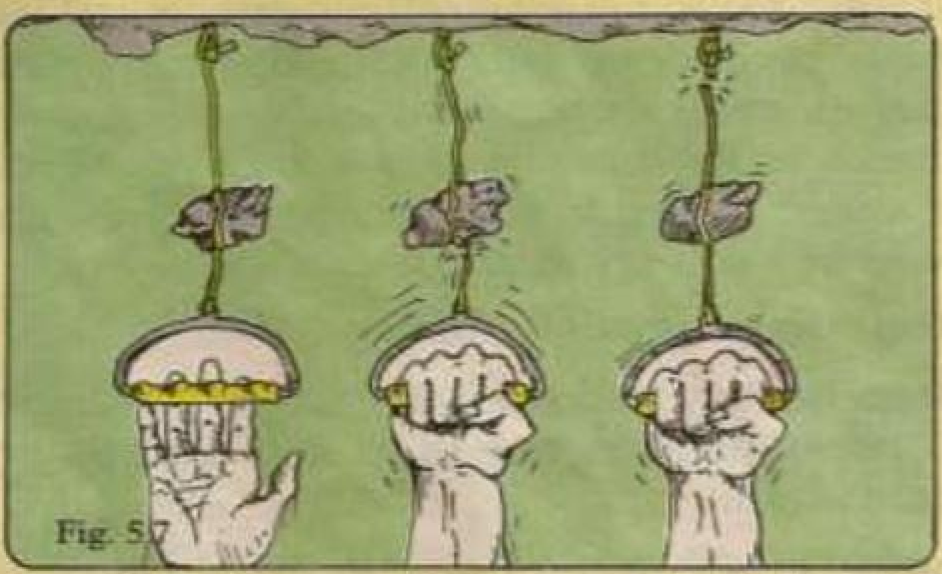


Fig. 5.7

La ley de la inercia tal como la formuló Isaac Newton y recoge el pensamiento de Galileo dice: *"Todo cuerpo conserva su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas aplicadas sobre él".*

2. **Contesta las siguientes preguntas:**

a. ¿Cómo puedes juzgar si sobre un cuerpo está actuando una fuerza neta diferente de cero?

b. Si un cuerpo se encuentra en reposo, ¿puedes llegar a la conclusión que sobre él no actúa ninguna fuerza?

c. Si un cuerpo se mueve con M.U, ¿puedes concluir que la fuerza que actúa sobre él es constante?

d. Si sólo actúa una fuerza sobre un cuerpo, ¿podrá el cuerpo desplazarse con velocidad constante?

e. Si sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, ¿bajo qué condiciones podrá el cuerpo permanecer en reposo? ¿Con movimiento uniforme?

f. Si un cuerpo posee movimiento circular uniforme, ¿existirá una fuerza neta actuando sobre él?

g. Si un cuerpo cae libremente desde cierta altura, ¿existirá una fuerza neta actuando sobre él?

h. Si un cuerpo describe un movimiento parabólico, ¿qué fuerza neta actúa sobre él?

i. ¿Es posible que un cuerpo describa en su movimiento una curva cualquiera sin que actúe sobre él una fuerza neta?

j. Una cuerda puede sostener justamente una masa de 1 kg suspendida en reposo. ¿Se romperá la cuerda si la masa se pone a oscilar en forma de péndulo?

k. Los cuerpos m_1, m_2 y m_3 se encuentran en reposo, cuando sobre ellos actúan las fuerzas F_1, F_2 y F_3.

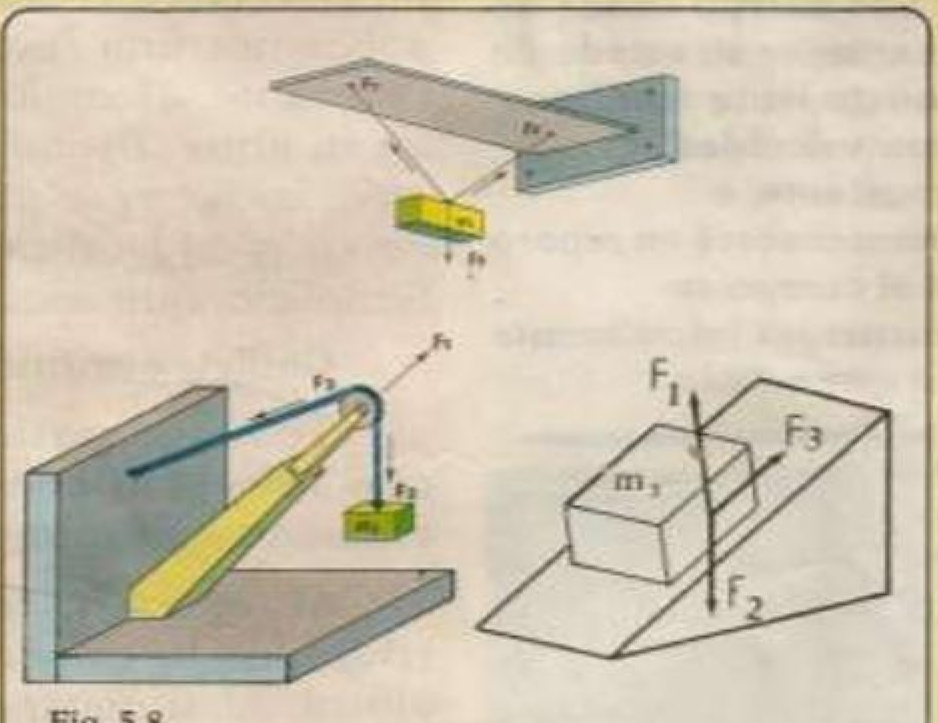


Fig. 5.8

Indica qué le sucede a cada cuerpo cuando se suspende la acción de una de las fuerzas (F_1, F_2 ó F_3).

l. Los siguientes gráficos de x contra t y v contra t, ilustran el movimiento de un cuerpo. Indica en qué instantes o intervalos actúa una fuerza neta diferente de cero.

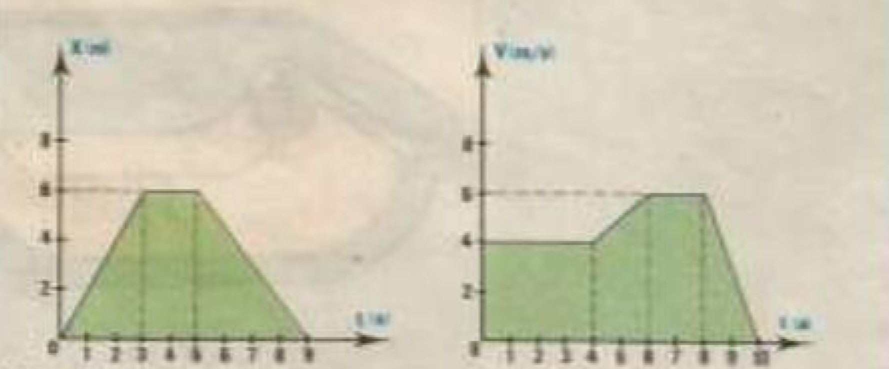


Fig. 5.9

Segunda ley de Newton. Ley del movimiento

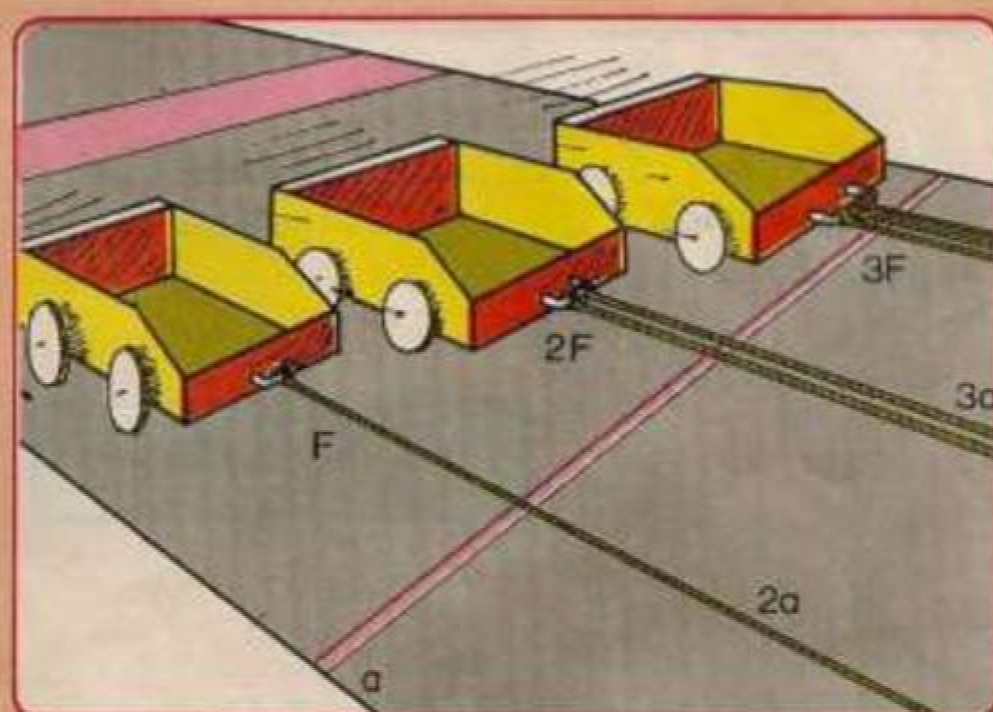
Relación entre la aceleración y la fuerza

En el apartado anterior se explicó el por qué del movimiento rectilíneo uniforme, a partir de la ley de la inercia de Galileo o primera ley de Newton.

Si un cuerpo se mueve con movimiento uniforme, es porque sobre él no está actuando una fuerza resultante. Con la segunda ley de Newton explicaremos la razón del movimiento uniformemente acelerado.

Consideremos un cuerpo de masa **m** inicialmente en reposo, sobre el cual ejercemos una fuerza constante **F**, producida por la acción de una banda de caucho estirada cierta longitud.

El cuerpo adquiere un movimiento uniformemente acelerado, de aceleración "a". Si se duplica la fuerza, colocando otra banda de caucho paralela a la primera y estirada la misma longitud, la aceleración será **2a**. Lo mismo va a suceder, al triplicar la fuerza: se triplica la aceleración.

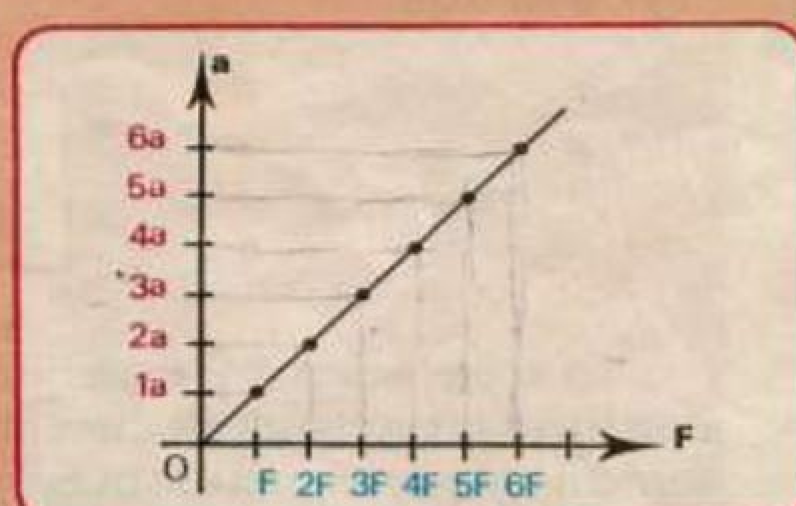


Con una banda la aceleración es **a.**

Con dos bandas la aceleración es 2**a.**

Con tres bandas la aceleración es 3**a.**

El siguiente gráfico de **a** contra **F**, ilustra la relación entre la aceleración y la fuerza. La gráfica permite concluir que la aceleración que experimenta un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante y dirigida en la dirección de aplicación.

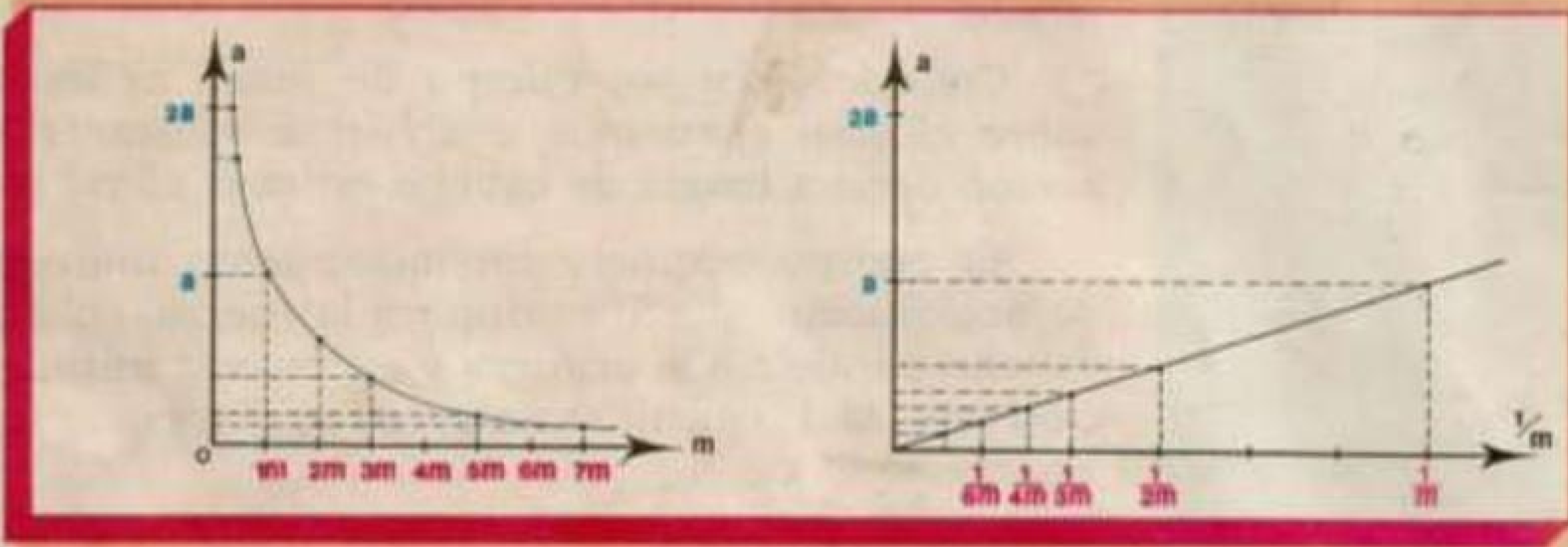


La aceleración es directamente proporcional a la fuerza resultante.

Relación entre la aceleración y la masa

Si se mantiene la fuerza constante, pero se aplica sobre cuerpos de diferente masa, observamos que los cuerpos de mayor masa experimentan una aceleración menor, y los cuerpos de menor masa sufren una aceleración mayor. Esto significa que si un cuerpo de masa "m" sufre una aceleración "a" cuando sobre él actúa la fuerza "F", un cuerpo de masa 2m, tendrá una aceleración a/2 cuando actúa sobre él la misma fuerza.

El siguiente gráfico de **a** contra **m** ilustra la relación que existe entre la aceleración y la masa:



Cuando sobre dos cuerpos de diferente masa actúa la misma fuerza, la aceleración que experimentan es inversamente proporcional a la masa:

$$\boxed{m_1 a_1 = m_2 a_2}$$

Al tener en cuenta la relación entre la aceleración y la masa y la relación entre la aceleración y la fuerza se puede concluir la segunda ley de Newton.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}}$$

La aceleración que experimenta un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza resultante, es directamente proporcional a la fuerza, inversamente proporcional a la masa y dirigida a lo largo de la línea de acción de la fuerza:

La aceleración es inversamente proporcional a la masa.

La aceleración que experimenta un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza resultante, es directamente proporcional a la fuerza, inversamente proporcional a la masa y dirigida a lo largo de la línea de acción de la fuerza:

$$\boxed{\vec{F}_R = m.\vec{a}}$$

Al tener en cuenta la relación entre la aceleración y la masa y la relación entre la aceleración y la fuerza se puede concluir la segunda ley de Newton.

TALLER 23

Segunda ley de Newton

A. En una experiencia de laboratorio se haló un carro dinámico, con una fuerza F ejercida por una banda de caucho estirada cierta longitud. Luego se duplicó la fuerza, después se triplicó y finalmente se cuadruplicó (F, 2F, 3F, 4F respectivamente). Se calculó la velocidad del carro cada segundo y sus valores se consideraron en la tabla No. 1:

F / t(s)	F	2F	3F	4F
1	1.2	2.4	3.6	4.8
2	2.4	4.8	7.2	9.6
3	3.6	7.2	10.8	14.4
4	4.8	9.6	14.4	19.2
5	6.0	12.0	18.0	24.0
6	7.2	14.0	21.6	28.8
7	8.4	16.8	25.2	33.6

Tabla No. 1

1. Realiza un gráfico de *v* contra *t*, cuando sobre el carro actúa una fuerza constante F.

2. Encuentra la aceleración del carro, calculando la pendiente de la curva.

3. Realiza la gráfica de *v* contra *t*, para las fuerzas 2F, 3F y 4F.

4. Calcula en cada caso la aceleración.

5. Con los valores de la aceleración encontradas en los numerales 2 y 4, realiza un gráfico de aceleración contra fuerza.

6. Escribe la relación matemática que liga a la aceleración en función de la fuerza.

7. Expresa esta relación verbalmente.

La experiencia con el carro dinámico continuó de la siguiente forma: se mantuvo la fuerza constante 2F y luego se fue incrementando la masa del carro hasta los valores 2m, 3m y 4m. Se calculó la velocidad del móvil cada segundo y se consideraron los datos en la tabla No. 2.

8. Realiza un gráfico de *v* contra *t* para la masa m.

9. Calcula la pendiente y compara este valor con la primera aceleración encontrada en el numeral 4.

10. Realiza los gráficos de *v* contra *t* para las masas (2m, 3m y 4m).

11. Encuentra las aceleraciones para cada caso.

m / t(s)	m	2m	3m	4m
1	2.4	1.2	0.8	0.6
2	4.8	2.4	1.6	1.2
3	7.2	3.6	2.4	1.8
4	9.6	4.8	3.2	2.4
5	12.0	6.0	4.0	3.0
6	14.4	7.2	4.8	3.6
7	16.8	8.4	5.6	4.2

Tabla No. 2

12. Con los valores de las aceleraciones encontradas en los numerales 9 y 11, realiza un gráfico de *a* contra *m*.

13. ¿Qué tipo de curva obtuviste? ¿Qué puedes inferir sobre la relación entre la aceleración y la masa?

14. Escribe la relación matemática que liga a la aceleración con la masa.

15. Expresa esta última relación verbalmente.

16. Formula la segunda ley de Newton a partir de los enunciados dados en los numerales 7 y 15.

B. Contesta las siguientes preguntas:

1. En algunos casos se define la masa como la cantidad de sustancia que posee un cuerpo. ¿Qué críticas harías a esta forma de definir la masa?

2. ¿Qué variación experimenta la aceleración de un cuerpo, cuando la fuerza neta que actúa sobre él: a. se duplica. b. se reduce a la mitad?

3. ¿Qué diferencia hay entre las aceleraciones de dos cuerpos de masas m_1 y m_2, cuando sobre ellos actúa la misma fuerza?
a. Si $m_2 = 2\ m_1$;
b. Si $m_2 = m_1/2$.

4. ¿En qué porcentaje varía la aceleración de un cuerpo cuando su masa se incrementa en un 50% y la fuerza permanece constante?

5. ¿En qué porcentaje varía la aceleración de un cuerpo, cuando su masa se reduce en un 50% y la fuerza no varía?

6. La segunda ley de Newton plantea que la aceleración de un cuerpo está dirigida a lo largo de la línea de acción de la fuerza resultante. ¿Significa esto que el cuerpo debe moverse necesariamente a lo largo de la línea de acción de la fuerza resultante?

7. Observamos en el numeral anterior que el cuerpo no se mueve necesariamente a lo largo de la línea de acción de la fuerza resultante, por lo tanto para describir la trayectoria de un cuerpo, se deben tener en cuenta dos características:
   a. La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo.
   b. Las condiciones iniciales del movimiento.
   A partir de estas características, explica el por qué de la trayectoria de un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba; del movimiento semiparabólico; del movimiento parabólico; del movimiento circular uniforme; del movimiento de un péndulo.

8. Da tres ejemplos de movimientos, en los cuales las direcciones de los vectores, velocidad, aceleración y fuerza, lleven la misma dirección.

9. Da tres ejemplos de movimientos en los cuales la dirección de la velocidad no coincida con la de la aceleración y la fuerza resultante.

10. Sobre un cuerpo de masa m actúa una fuerza F, produciendo en él una aceleración. Cuál será la aceleración si:
    a. La fuerza se triplica y la masa permanece constante.
    b. La fuerza permanece constante y la masa se triplica.
    c. La fuerza y la masa se duplican.
    d. La fuerza se duplica y la masa se reduce a la mitad.
    e. La fuerza y la masa se reducen a la mitad.

Unidades de fuerza

En el sistema internacional la unidad de fuerza es el Newton que se simboliza N.

$[F] = [m]\,[a]$

$$\boxed{N = kg.\ \frac{m}{s^2}}$$

Un Newton es la fuerza que se debe ejercer sobre una masa de un kilogramo, para producir en ella una aceleración de un metro por segundo cuadrado.

En el sistema CGS, la unidad de fuerza es la dina, que se simboliza d.

$[F] = [m]\,[a]$

$$\boxed{d = g.\ \frac{cm}{s^2}}$$

Una dina es la fuerza que se debe ejercer sobre una masa de un gramo, para producir en ella una aceleración de un centímetro por segundo cuadrado.

Un Newton equivale a 100000 dinas porque:

$1\ N = 1\ kg.m/s^2$ pero $1\ kg = 1000\ g$ y $1\ m/s^2 = 100\ cm/s^2$.

$1\ N = 1000\ g\ .\ 100\ cm/s^2$.
$1\ N = 100000\ g\ cm/s^2$.
$1\ N = 10^5\ d$.

Problemas de aplicación de la segunda ley de Newton

B. Observa el proceso que se sigue para resolver los problemas de aplicación de la segunda ley de Newton.

1. ¿Qué aceleración experimenta un cuerpo de 8 kg de masa, si sobre él actúa una fuerza resultante de 24 N?

   Solución:
   Los datos del problema son:
   m = 8 kg.
   F = 24 N
   La incógnita del problema es: a = ?
   Se aplica directamente la segunda ley de Newton:

   $$a = \frac{F}{m} \quad a = \frac{24\ N}{8\ kg} = \frac{24\ kg\ m/s^2}{8\ kg} = 3\ m/s^2$$

2. Al aplicar una fuerza de 96 N sobre un cuerpo, se acelera a razón de 12 m/s^2, ¿cuál es su masa?

   Solución:
   Los datos del problema son:
   F = 96 N
   a = 12 m/s^2

   La incógnita del problema es: m = ?
   Se aplica directamente la segunda ley de Newton:

   $$m = \frac{F}{a} \Rightarrow m = \frac{96\ N}{12\ m/s} = 8\ kg.$$

   En algunos ejercicios se pueden combinar situaciones dinámicas con cinemáticas; veamos el siguiente ejemplo:

3. Sobre un cuerpo de 6 kg de masa inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 24 N. Calcular la distancia recorrida por el cuerpo en 10 s.

Solución:

Los datos del problema son:

$m = 6$ kg
$F = 24$ N
$v_o = 0$ m/s
$t = 10$ s

La incógnita del problema es: $x = ?$

Se aplica la segunda ley de Newton para calcular la aceleración:

$$a = \frac{F}{m} \qquad a = \frac{24\ \text{N}}{6\ \text{kg}} = 4\ \text{m/s}^2$$

Por métodos cinemáticos se calcula el espacio recorrido:

$$x = v_o t + \frac{at^2}{2}$$

$$x = (0\ \text{m/s})\,(10\ \text{s}) + \frac{(4\ \text{m/s}^2)\,(10\ \text{s})^2}{2} \Rightarrow$$

$$x = 200\ \text{m}$$

C. Resuelve los siguientes problemas:

1. ¿Qué fuerza se debe ejercer sobre un cuerpo de 12 kg de masa para que se acelere a razón de 3.5 m/s²?

2. Sobre un cuerpo de 8 kg de masa se ejercen fuerzas de 12 N y 5 N que forman entre sí un ángulo de 90°. Calcular la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo y la aceleración que experimenta.

3. Sobre un cuerpo de 4 kg de masa, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 32 N. ¿Qué velocidad llevará el cuerpo cuando ha recorrido 14 m?

4. Si sobre un cuerpo actúa una fuerza de 54 N, éste se acelera a razón de 9 m/s², ¿Cuánto se acelerará si la fuerza aplicada fuera de 6 N?

5. Dos personas halan de un cuerpo de 20 kg con fuerzas de 100 N y 200 N. Calcular la aceleración de la masa si:

a. Las fuerzas se ejercen horizontalmente en el mismo sentido.
b. Las fuerzas actúan horizontalmente en sentido contrario.
c. Las fuerzas forman entre sí un ángulo de 60°.

En qué sentido deben actuar las fuerzas para que la aceleración sea:

a. Máxima. b. Mínima.

HOOKE, Robert (isla de Wight, 1635-Londres, 1703). Astrónomo, físico y filósofo inglés. Desplegó una considerable actividad como investigador y publicista de temas científicos. Preconizó la utilización de las temperaturas correspondientes a la congelación y ebullición del agua para establecer los extremos de la escala termométrica, describió los colores iridiscentes obtenidos por difracción e interferencia en las láminas delgadas, expuso los fundamentos de la teoría ondulatoria de la luz, afirmó que la atracción gravitatoria podía ser medida mediante las oscilaciones de un péndulo, describió la ley de la deformación elástica que lleva su nombre y demostró que la dilatación por efecto del aumento de temperatura era un fenómeno de naturaleza universal que tenía lugar en todos los cuerpos.

Estableció asimismo la rotación del planeta Júpiter y realizó diversos ensayos para determinar la paralaje estelar mediante un telescopio. Llevó a cabo la aplicación del péndulo circular a los mecanismos de relojería y describió la naturaleza molecular del aire.

Tercera ley de Newton. Ley de acción y reacción

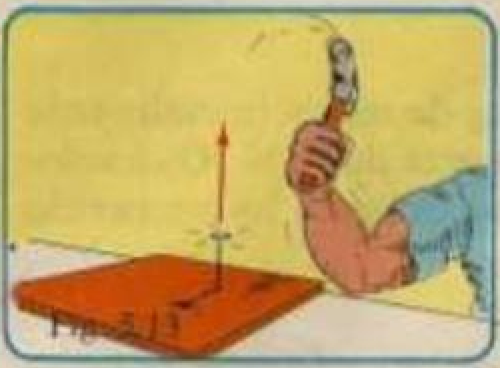


Fig. 5.13

Hasta ahora hemos hablado de las fuerzas que se ejercen sobre un cuerpo. Pero este es solamente un aspecto aislado de la interacción física que se da entre dos cuerpos.

Consideremos, por ejemplo, la fuerza que ejerce el martillo sobre una puntilla cuando la golpea para clavarla en un bloque de madera. Todos hemos observado que el martillo rebota después de golpear la puntilla. ¿Por qué?

Esto se debe a que la puntilla ejerce a su vez una fuerza sobre el martillo, que lo acelera en sentido contrario.

La fuerza que ejerce el martillo sobre la puntilla, y la que ejerce la puntilla sobre el martillo son fuerzas de acción y reacción. Cada una de estas fuerzas actúa sobre diferente cuerpo, una sobre la puntilla y la otra sobre el martillo, y cualquiera de éstas puede ser la acción y la otra la reacción.

"A toda acción se opone siempre una reacción igual y contraria o también las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y dirigidas a partes contrarias".

Esta propiedad de las fuerzas fue formulada por Isaac Newton y se conoce con el nombre de tercera ley de Newton o **ley de acción y reacción**:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$

La tercera ley de Newton significa que **si un cuerpo A ejerce una fuerza (llamada acción) sobre un cuerpo B; entonces, simultáneamente el cuerpo B ejerce una fuerza (llamada reacción) sobre el cuerpo A, con la misma magnitud pero diferente sentido.**

$\vec{F}_{BA}$ se lee: fuerza sobre B ejercida por A y $\vec{F}_{AB}$ se lee: fuerza sobre A ejercida por B.

Fuerzas mecánicas especiales

El peso de un cuerpo es la fuerza que ejerce la Tierra sobre él, debido a la atracción gravitacional.

$$P = mg$$

Peso de un cuerpo

El peso es el producto de la masa gravitacional del cuerpo por la aceleración de la gravedad terrestre.

Sobre todo cuerpo que esté situado cerca a la superficie terrestre actúa el peso y se representa como un vector dirigido verticalmente hacia abajo; el peso actúa independientemente del estado de movimiento del cuerpo.

En los siguientes ejemplos se ilustra la forma como se debe dibujar el peso de un cuerpo.

a. **Cuerpo que cae libremente.**

Fig. 5.14

b. **Proyectil que describe un movimiento parabólico.**

Fig. 5.15

c. **Cuerpo apoyado en una superficie horizontal.**

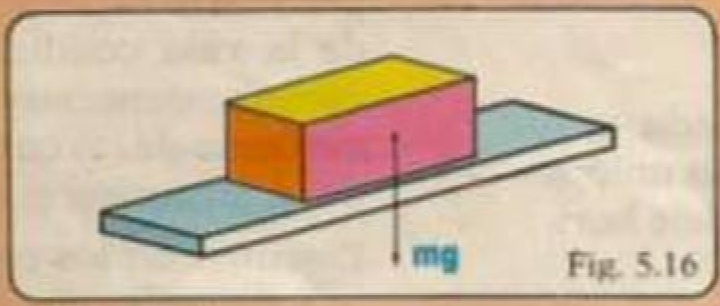


Fig. 5.16

d. **Cuerpo apoyado sobre un plano inclinado.**

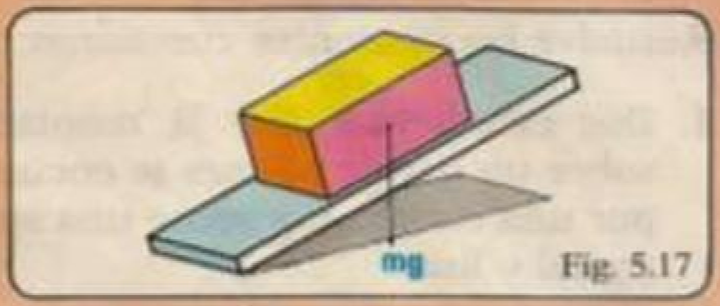


Fig. 5.17

En todos estos ejemplos, observamos que el peso se representa como un vector dirigido verticalmente hacia abajo.

Posteriormente estudiaremos la ley de atracción gravitacional y generalizaremos el concepto de peso que hasta ahora lo hemos limitado a cuerpos situados cerca de la superficie terrestre.

Fuerza normal

Es la fuerza ejercida por una superficie sobre un cuerpo que se encuentra apoyado en ella.

La fuerza normal o simplemente normal se representa por medio de un vector dirigido perpendicularmente a la superficie de contacto y se denota con la letra N.

En los siguientes ejemplos además del peso se ha dibujado la normal:

a. **Cuerpo sobre una superficie horizontal.**

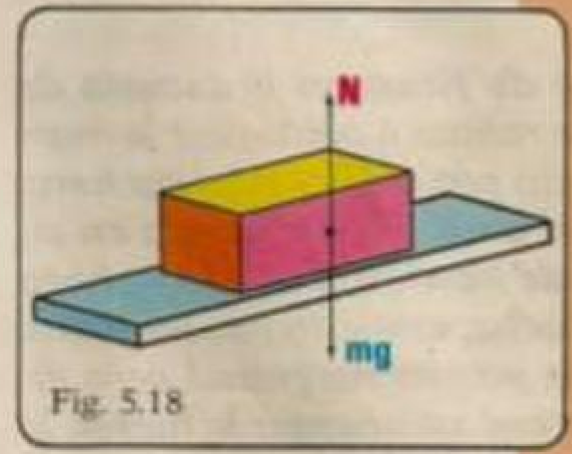


Fig. 5.18

b. **Cuerpo sobre un plano inclinado.**

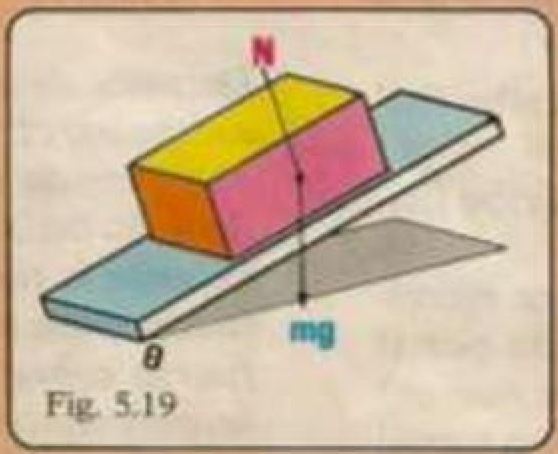


Fig. 5.19

c. **Cuerpo suspendido de un hilo atado en una superficie vertical.**

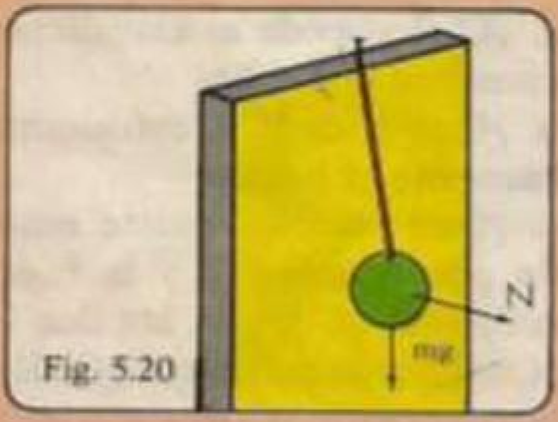


Fig. 5.20

Fuerza de tensión

Es la ejercida por una cuerda, considerada de masa despreciable e inextendible, sobre un cuerpo que está ligado a ella.

La tensión se representa con un vector dirigido a lo largo de la cuerda. En los siguientes ejemplos se ilustra la fuerza de la tensión, además de otras fuerzas ya estudiadas.

a. **Péndulo oscilante.**

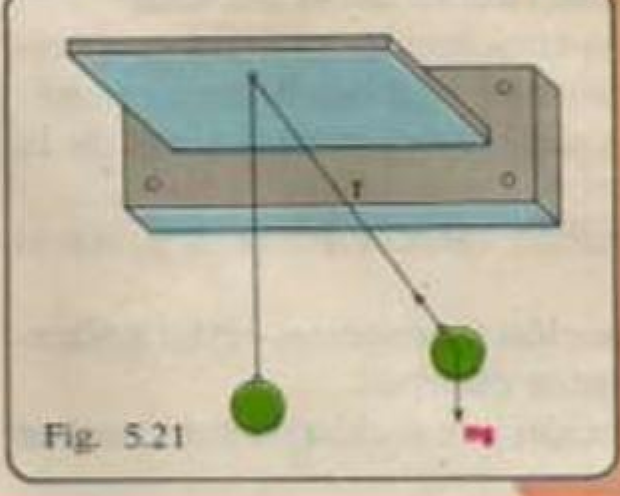


Fig. 5.21

b. **Cuerpo levantado por una cuerda que pasa por una polea.**


Fig. 5.22

c. **Sistema de cuerpos ligados por una cuerda.**

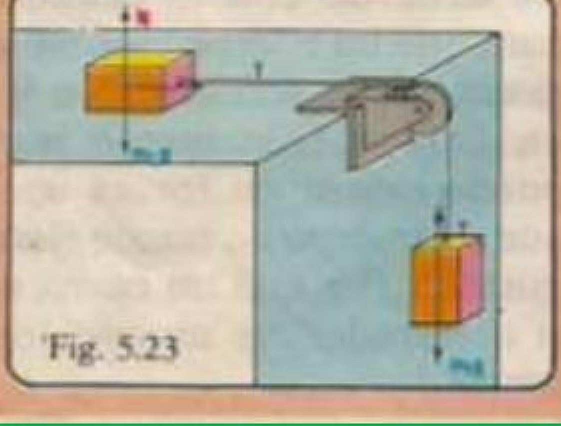


Fig. 5.23

TALLER 24

Tercera ley de Newton

Resuelve las siguientes cuestiones:

1. Dos estudiantes A y B, montado cada uno sobre un par de patines se encuentran unidos por una cuerda C y sobre una superficie horizontal y lisa.

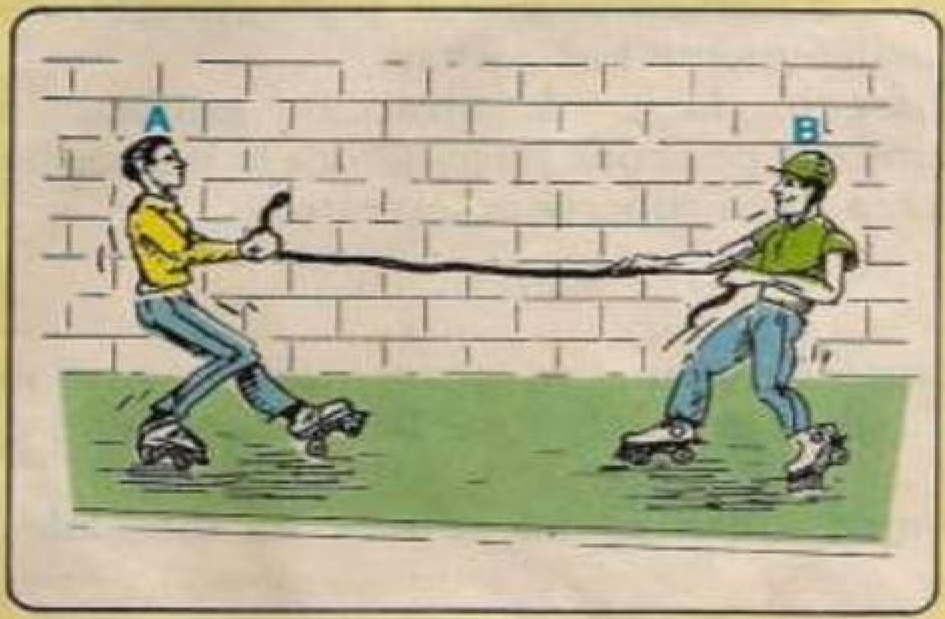


Fig. 5.14

Si A tira de la cuerda ejerciendo sobre B una fuerza F.

a. ¿Qué sucede al estudiante B? Describe físicamente el hecho.
b. ¿Qué sucede al estudiante A? Describe físicamente el hecho.
c. ¿Qué relación existe entre la fuerza ejercida por A sobre B y la fuerza ejercida por B sobre A? ¿Cuál de las dos fuerzas es mayor? ¿Cuál actúa primero? ¿Cuál es la acción y cuál la reacción? ¿Qué sucedería si en el instante que A ejerce la fuerza se revienta la cuerda?

2. Ahora los dos estudiantes se encuentran uno frente al otro. Si B empuja a A con una fuerza F:
a. ¿Qué le sucede al estudiante A?
b. ¿Qué le sucede al estudiante B?
c. Si en lugar del estudiante A existiera una pared, la fuerza ejercida sobre B, sería igual o diferente.

3. De acuerdo con la primera ley de Newton para que un cuerpo cambie su estado de movimiento debe actuar sobre él una fuerza externa. Explica físicamente, por qué un carro se puede mover en forma acelerada. Recuerda que un cuerpo no puede ejercer fuerza sobre sí mismo. ¿Por qué un carro, a pesar de oprimir el acelerador, se mueve con velocidad constante?

4. La universalidad de la tercera ley de Newton permite la explicación física de muchos hechos de la vida cotidiana, desde el más elemental como sostenernos sobre la tierra, hasta el movimiento de los cohetes que se aventuran fuera de la atracción gravitacional.

Discute con los compañeros del curso el por qué de cada uno de los siguientes fenómenos:

a. ¿Por qué un hombre se mantiene sobre la Tierra?
b. ¿Por qué puede saltar un hombre y cómo lo hace?
c. ¿Por qué puede un hombre caminar sobre la Tierra?
d. ¿Cómo funciona un cohete?
e. ¿Cómo puede una lancha de motor desplazarse en el agua?

5. Indaga sobre otros hechos cuya explicación necesite de la tercera ley de Newton. Explica cada una de las situaciones planteadas.

6. Un problema típico relativo a la tercera ley de Newton es el planteado por el caballo y el cochero:

Después de una clase de física en la escuela de animales, el caballo se rehusa a continuar la marcha cuando es golpeado por el látigo del cochero. Ante la insistencia del amo, el caballo cita en su defensa la tercera ley de Newton: Cuando yo hago fuerza para tirar del coche, éste a su vez hace una fuerza sobre mí con la misma magnitud pero diferente sentido. Si pretendo aumentar la fuerza, la reacción ejercida por el coche aumenta en la misma magnitud. De esta forma es imposible poner al coche en movimiento. En consecuencia, lo mejor es que no me golpee, ya que físicamente no puedo hacer absolutamente nada.

En la práctica vemos que sí es posible tener al caballo y al coche con movimiento acelerado, ¿cómo explicas físicamente este hecho? ¿Falla la tercera ley de Newton? ¿Será que no siempre la reacción compensa la fuerza de la acción?

Si has analizado concientemente las preguntas formuladas en este taller, debes haber concluido las siguientes características mecánicas de la tercera ley de Newton.

a. Un cuerpo no puede ejercer fuerzas sobre sí mismo.
b. Las fuerzas de acción y reacción están aplicadas sobre diferentes cuerpos.
c. Las fuerzas de acción y reacción no son fuerzas que se equilibren.

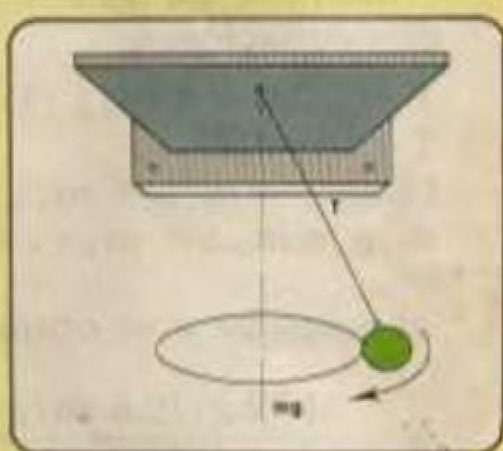
TALLER 25

Fuerzas mecánicas

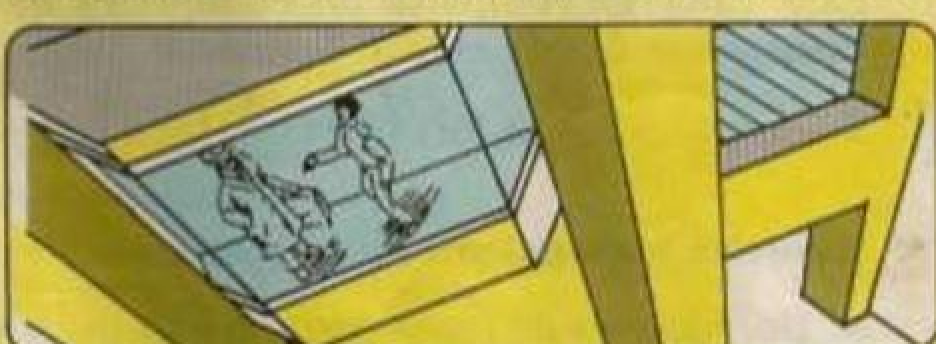
1. A continuación se representan ciertas situaciones físicas. Dibuja en cada caso las fuerzas que actúan sobre el cuerpo considerado.

a. Cuerpo halado sobre un plano inclinado.

b. Masa oscilante en un péndulo cónico.



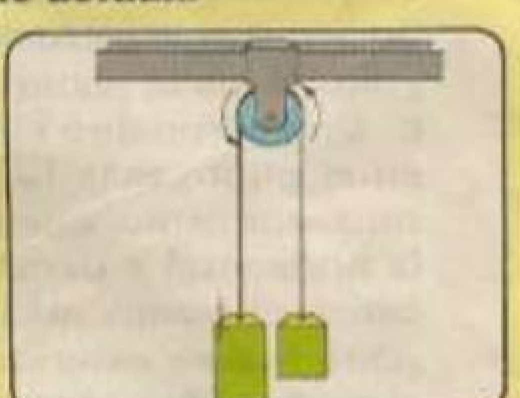
c. Persona sobre un ascensor que asciende.



d. Gimnasta en un trapecio.

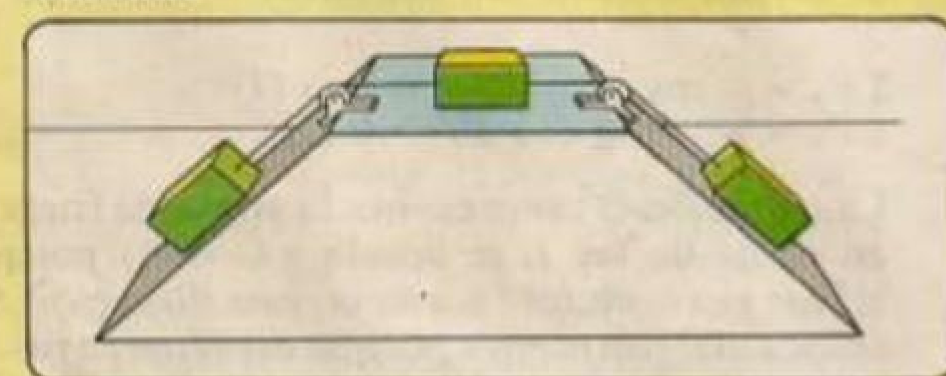
2. En los siguientes dibujos se representan sistemas de cuerpos ligados. Dibuja sobre cada cuerpo las fuerzas que actúan.

a. Dos masas ligadas por una cuerda que pasa a través de una polea.

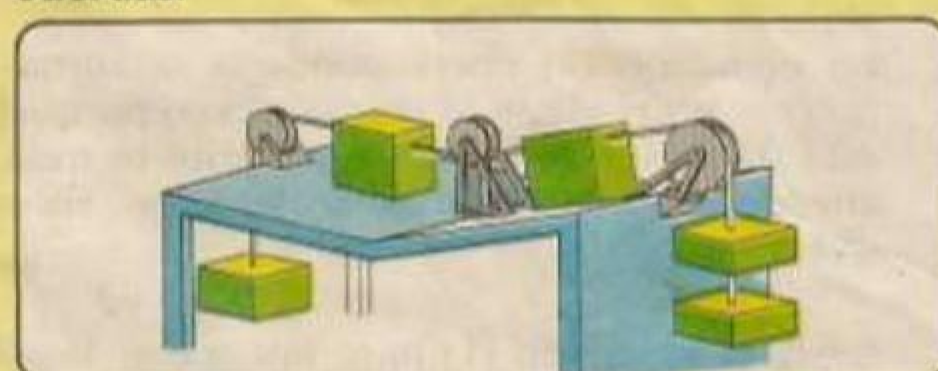


b. Un cuerpo sobre un plano inclinado ligado a otro que está suspendido.

c. Sistema de cuerpos ligados por medio de cuerdas.



d. Sistema de cuerpos ligados por medio de cuerdas.



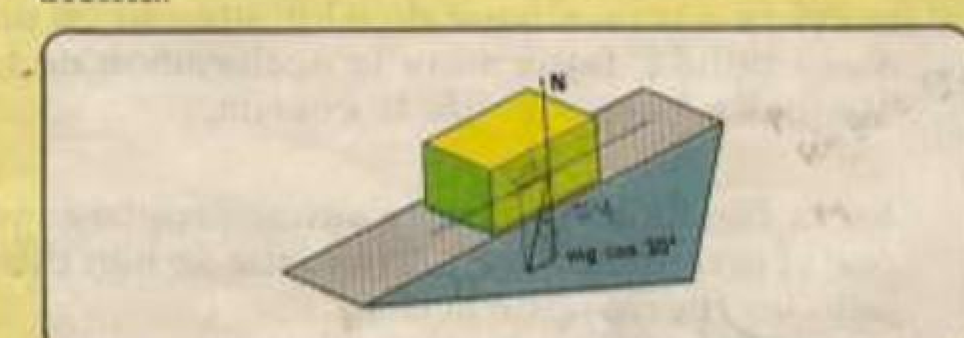
3. Observa la forma como se solucionan los siguientes problemas de aplicación de las leyes de Newton.

Ejemplo 1:

¿Qué aceleración le imprime un plano inclinado 30º, a un cuerpo de 8 kg que rueda sin rozamiento?

Solución:

Un dibujo de la situación física ilustra el problema.



Sobre el cuerpo se dibujan las fuerzas que actúan: **el peso y la normal**. Para encontrar la fuerza resultante ($F_r = m.a$), se calculan previamente las componentes rectangulares del peso.

Se dibuja un sistema de coordenadas cartesianas con origen en el centro del cuerpo, el eje x paralelo al plano inclinado y el eje y en la dirección de la normal.

Las componentes del peso son:

$P_x = mg \text{ sen } 30°$ y $P_y = mg \cos 30°$.

Luego, se suman las fuerzas en cada uno de los ejes, teniendo en cuenta que las fuerzas son positivas cuando son paralelas al semieje positivo y son negativas cuando tienen la misma dirección del sentido negativo.

$\Sigma F_x = -mg \text{ sen } 30° = -m.a$ (1)
$\Sigma F_y = N - mg \cos 30° = 0$ (2)

La ecuación (1) representa la suma de fuerzas en el eje de las x; se iguala a ($-$m a), porque la fuerza resultante actúa en esta dirección. Se coloca el signo menos porque esta fuerza resultante está dirigida en la dirección negativa del eje.

La ecuación (2) corresponde a la suma de fuerzas en el eje y; se iguala a cero porque en esta dirección la fuerza resultante es nula, el cuerpo no experimenta aceleración en esta dirección.

Basta la ecuación (1) para encontrar la solución del problema.

$-mg \text{ sen } 30° = -m\,a$, luego $a = g \text{ sen } 30°$
$a = (9.8 \text{ m/s}^2)(0.5) = 4.9 \text{ m/s}^2$

Ejemplo 2:

Un cuerpo de 12 kg cuelga de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y está conectada a otro bloque de 8 kg, situado en una mesa pulida. Determina la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda.

En la figura se ilustra la situación planteada por el problema. En cada bloque se han dibujado las fuerzas que actúan.

Las ecuaciones que resultan son las siguientes:

Cuerpo 1 $\Sigma F_y = T - m_1 g = -m_1 a$ (1)
Cuerpo 2 $\Sigma F_x = T = m_2 a$ (2)
$\Sigma F_y = N - m_2 g = 0$ (3)

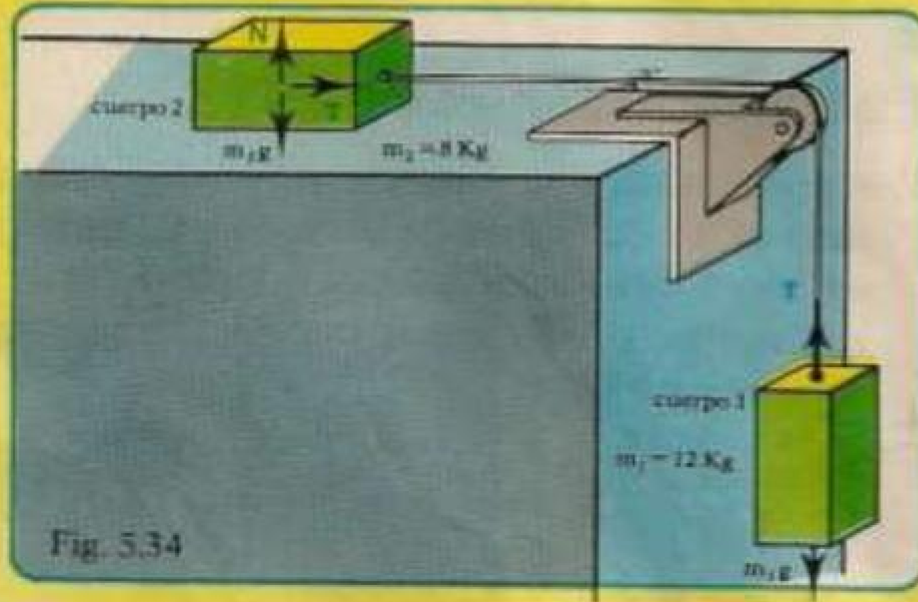


Fig. 5.34

En las ecuaciones (1) y (2) tenemos las incógnitas del problema. Resolvamos el sistema por el método de igualación, despejando **T** de las dos ecuaciones:

$T = -m_1 a + m_1 g$ (1)
$T = m_2 a$ (2)
Luego: $-m_1 a + m_1 g = m_2 a$
$m_1 g = m_2 a + m_1 a$

Al despejar **a** se obtiene: $\mathbf{a} = \dfrac{m_1 g}{m_1 + m_2}$

$$\mathbf{a} = \frac{(12 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{20 \text{ kg.}} = 5.88 \text{ m/s}^2.$$

Este valor se remplaza en cualquiera de las ecuaciones donde está T despejada.

$$T = m_2 a \quad T = (8 \text{ kg})\left(5.88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 47.04 \text{ N.}$$

4. Resuelve los siguientes problemas:

a. Dos bloques de masas $m_1 = 6$ kg y $m_2 = 4$ kg están sobre una mesa lisa, ligados por una cuerda. El cuerpo de masa m_2 es empujado por una fuerza de 20 N. Calcular la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda que une los bloques.

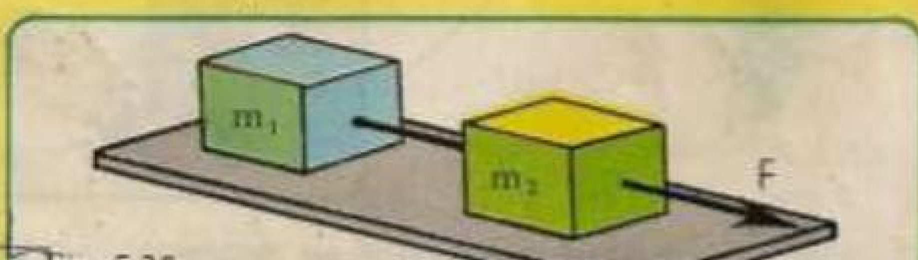


Fig. 5.35

b. Un bloque se desliza sobre un plano inclinado liso con aceleración de 6.4 m/s². ¿Qué ángulo forma el plano con la horizontal?

c. Un cuerpo de 6 kg de masa parte del reposo en el punto más bajo de un plano inclinado sin rozamiento, que forma ángulo de 30° con la horizontal y tiene una longitud de 8 m. Alcanza el punto más alto a los 12 segundos. ¿Qué fuerza exterior paralela al plano se ha ejercido sobre el cuerpo?

d. De una cuerda que pasa a través de una polea penden dos cuerpos de 60 kg y 100 kg de masa. Calcular la aceleración de los cuerpos y la tensión de la cuerda.

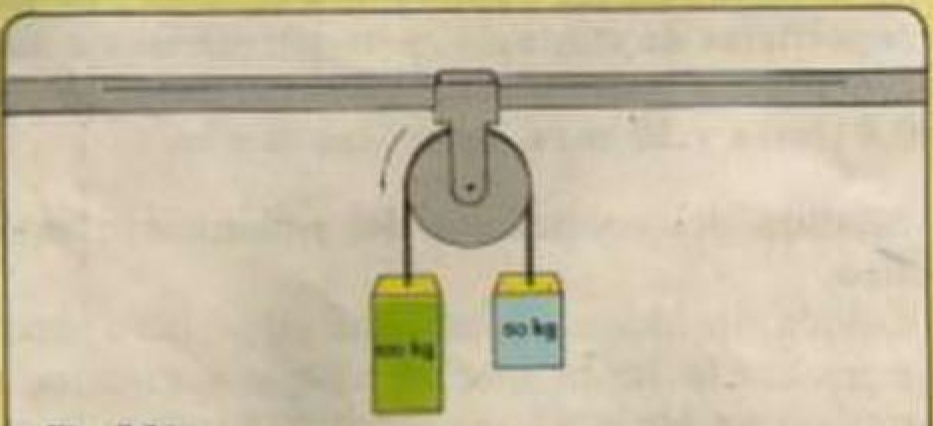


Fig. 5.36

e. Dos masas de 8 kg, están ligadas por una cuerda como lo indica la figura. La mesa está pulida y la polea no presenta rozamiento.

Calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

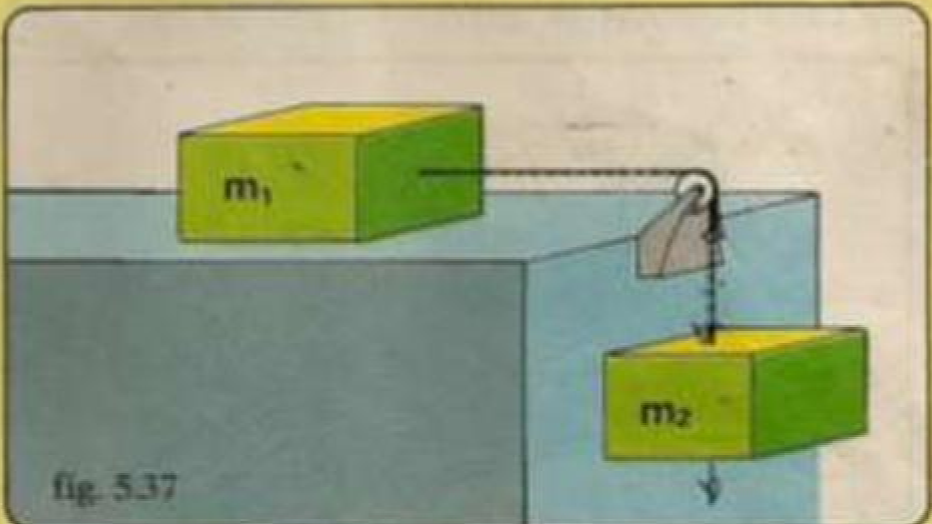


fig. 5.37

f. Dos masas $m_1 = 40$ kg y $m_2 = 80$ kg, están ligadas por una cuerda como se ilustra en la figura 5.38. El plano inclinado y la polea carecen de rozamiento. Calcular la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda. El plano inclinado forma un ángulo de 60° con la horizontal.

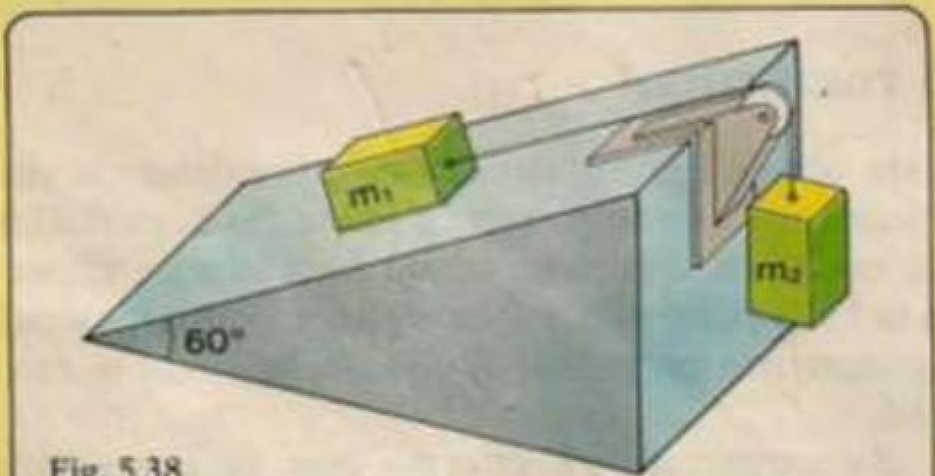


Fig. 5.38

g. Dos masas $m_1 = 20$ kg y $m_2 = 30$ kg descansan sobre una mesa horizontal sin rozamiento (fig. 5.39). Se aplica una fuerza de 50 N sobre la masa m_1. Calcular:

1. La aceleración de las masas.
2. La fuerza resultante sobre la masa m_1.
3. La fuerza resultante sobre la masa m_2 y
4. La fuerza de contacto entre las dos masas.

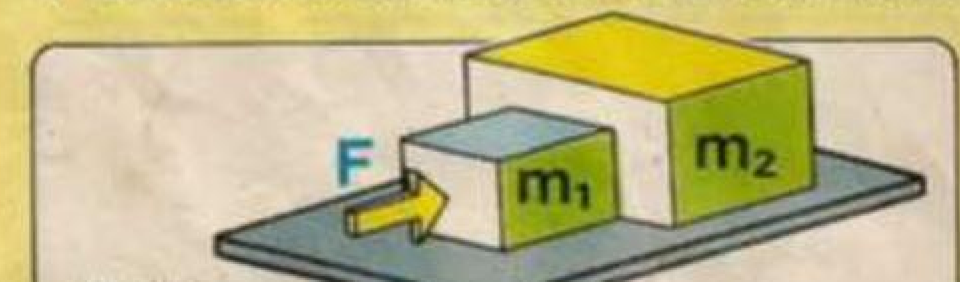


Fig. 5.39

h. Dos bloques de masas $m_1 = 16$ kg y $m_2 = 20$ kg se deslizan sobre planos inclinados sin rozamiento (fig. 5.40). Calcular la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda.

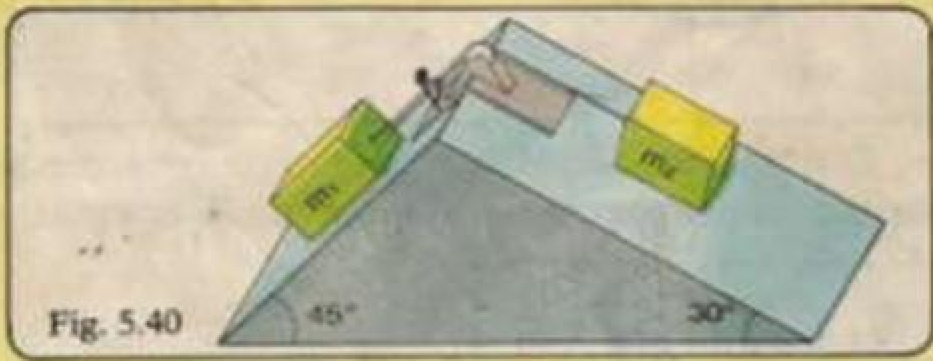


Fig. 5.40

HIPATIA (Alrededor de 350 - 415)

Matemática egipcia. Hija de Teon de Alejandría estudió también en Atenas y al volver a su patria se convirtió en directora de la escuela neoplatónica de su ciudad. Inteligentísima, bella, dotada de una elocuencia brillante, cultísima, fue durante muchos años la animadora de la vida intelectual alejandrina. Escribió un comentario a la obra de Diofanto, uno a la obra de Apolonio de Perga y un tratado de astronomía. Su muerte se atribuyó a Cirillo, pero otros en cambio son propensos a creer que se debió a un grupo de fanáticos.

TALLER 26

El rozamiento

Hasta ahora hemos supuesto la inexistencia del rozamiento que se presenta entre las superficies que están en contacto; se ha hablado de superficies lisas pero esta aproximación aunque pedagógicamente correcta, está algo lejos de la realidad.

Supongamos un cuerpo que se encuentra sobre una mesa al cual aplicamos una fuerza externa en dirección horizontal. Observamos que el bloque no se mueve al menos que apliquemos una fuerza lo suficientemente grande. Si el cuerpo permanece aún en reposo podemos asegurar que la masa además de la normal está ejerciendo otra fuerza o **rozamiento** sobre el bloque en sentido contrario a la fuerza externa, y a medida que la fuerza externa aumenta, la fuerza de rozamiento también aumentará.

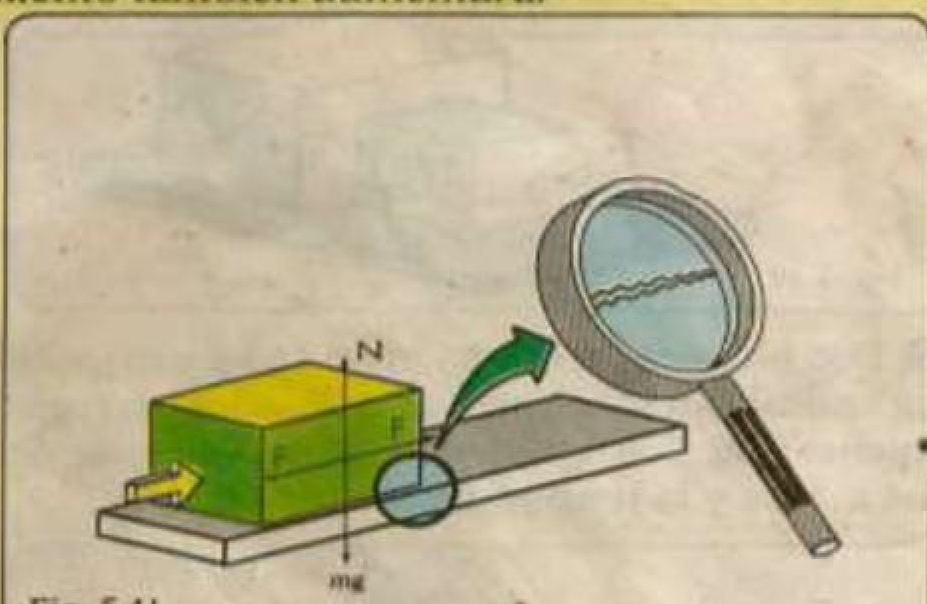


Fig. 5.41

El máximo valor de la fuerza de rozamiento estático es proporcional al valor de la normal.

$$\mathbf{F}_{r\ max} = \mu_e \mathbf{N}$$

Donde μ_e es el coeficiente de rozamiento estático. Si la fuerza externa ha sido lo suficientemente grande para vencer el rozamiento estático, entonces el bloque se pone en movimiento y comienza a actuar una fuerza de rozamiento cinético. Para nuestros problemas prácticos, supondremos que esta fuerza de rozamiento cinético permanece constante para pequeñas velocidades.

$$\mathbf{F}_r = \mu_c \mathbf{N}$$

Dónde μ_c es el coeficiente de rozamiento cinético.

Experimentalmente resulta que:

a. $\mu_c < \mu_e$.

b. **μ_c depende de la naturaleza de las superficies pero es independiente del área de contacto.**

c. **μ_c depende de las velocidades relativas de las superficies de contacto, pero permanece constante para velocidades comprendidas entre 0.01 m/s y 20 m/s, aproximadamente.**

1. **Medida del coeficiente del rozamiento estático.**

Coloca un bloque sobre una superficie plana e inclinada hasta que el bloque comience a deslizarse. Mide el ángulo crítico θ_c para el cual se inicia el deslizamiento; para $\theta < \theta_c$, el bloque está en reposo y para $\theta > \theta_c$, el bloque se desliza por la superficie.

Las fuerzas que actúan sobre el bloque son: normal, peso y fuerza de rozamiento.

Como el bloque permanece en reposo, de acuerdo con la primera ley de Newton, la suma de esas fuerzas es cero.

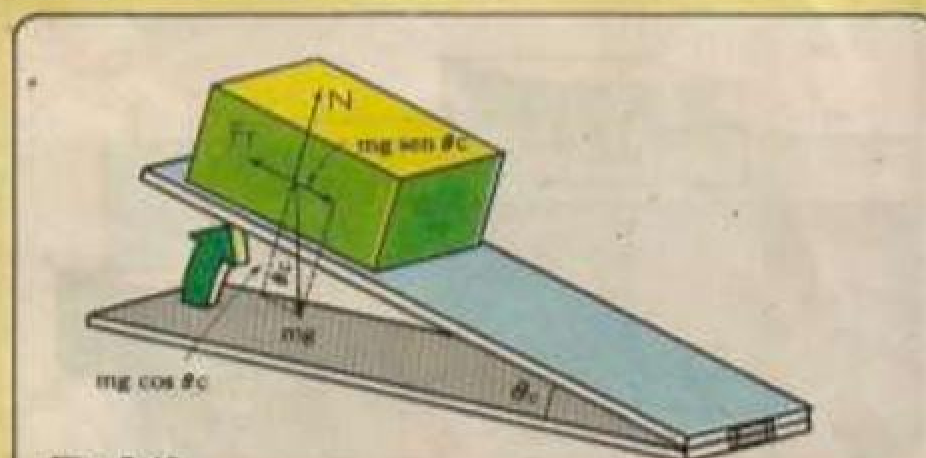


Fig. 5.42

Las componentes del peso mg cos θ y mg sen θ en las direcciones normal y paralela al plano inclinado, respectivamente.

$\Sigma F_x = 0 \quad$ mg sen $\theta_c - \mu_c N = 0$ (1)
$\Sigma F_y = 0 \quad N -$ mg cos $\theta_c = 0$ (2)

De la ecuación (2) se despeja N y este valor se remplaza en la ecuación (1).

mg sen $\theta_c - \mu_c$ mg cos $\theta_c = 0$

Al despejar μ_c se obtiene:

$$\mu_c = \frac{\text{mg sen } \theta_c}{\text{mg cos } \theta_c}$$, cancelando mg nos queda

$\mu_c = \tan \theta_c$.

La solución de problemas donde actúa la fuerza de rozamiento, sigue el mismo procedimiento de los planteados en el apartado anterior. Con la única diferencia que actúa una fuerza adicional dirigida en sentido contrario al movimiento del cuerpo y cuya magnitud es μ_cN.

2. Contesta las siguientes preguntas:

a. Sobre el suelo de un camión hay varios objetos. Si el camión acelera, ¿qué fuerza actúa sobre los objetos para que aceleren? Si la aceleración del camión es demasiado grande, los objetos se deslizan, ¿por qué?
b. La fuerza de rozamiento, ¿es útil en algún caso? Cita varios ejemplos.
c. El rozamiento entre dos superficies puede reducirse en principio puliéndolas. Pero si el pulido continúa hasta conseguir superficies perfectamente lisas y planas el rozamiento crece de nuevo. Explica físicamente este hecho.
d. Explica por qué las ruedas de un carro patinan cuando se encuentran en un barrizal.

3. Estudia la solución para el siguiente problema:

Un bloque de 10 kg se desliza sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 42° con la horizontal. Calcular la aceleración del bloque si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es 0.2.

Las fuerzas que actúan sobre el bloque son: peso, normal y fuerza de rozamiento.

Las componentes del peso son mg cos 42° en el eje normal al plano y mg sen 42° en el eje paralelo al plano.

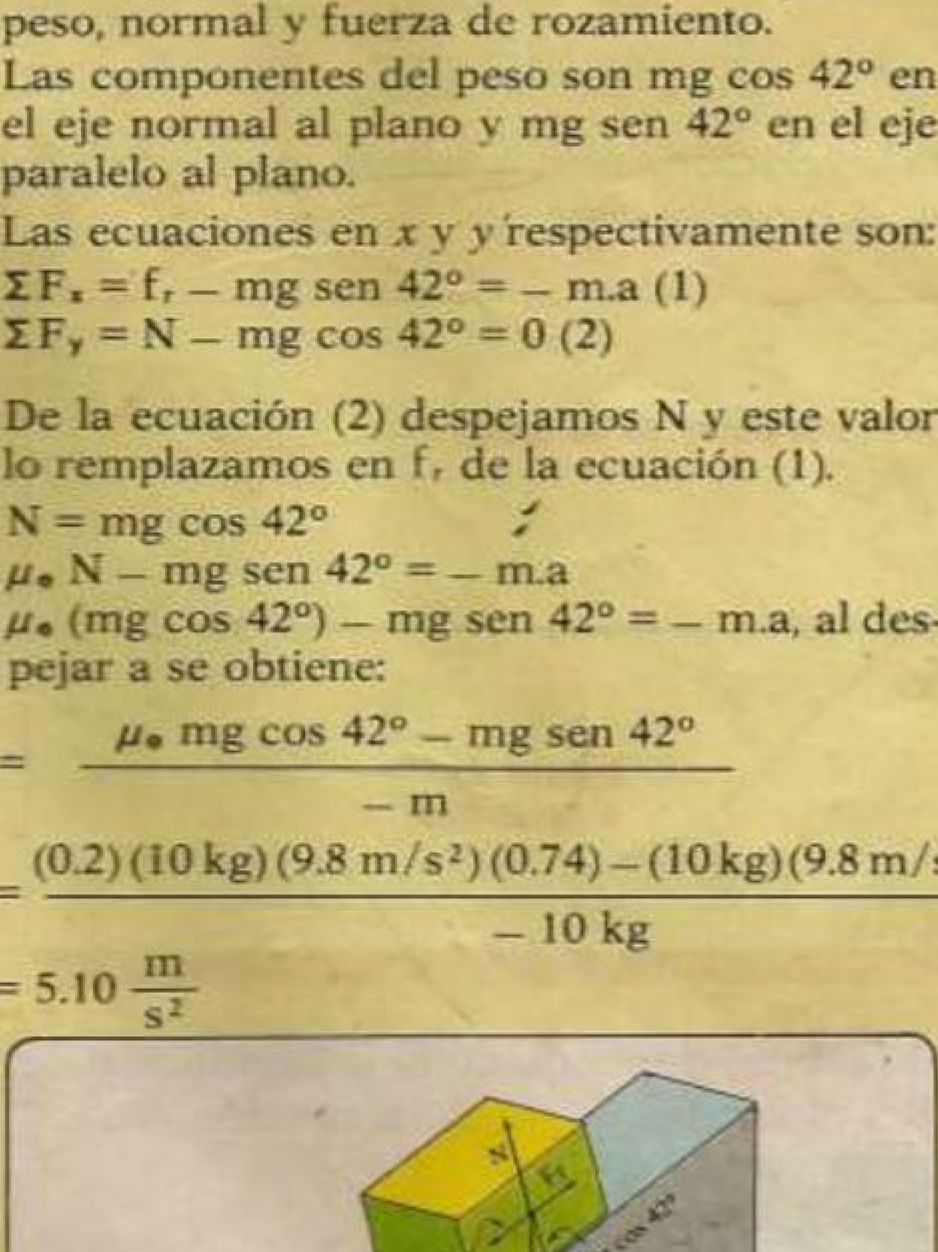
Las ecuaciones en x y y respectivamente son:
$\Sigma F_x = f_r - mg \text{ sen } 42° = - m.a$ (1)
$\Sigma F_y = N - mg \cos 42° = 0$ (2)

De la ecuación (2) despejamos N y este valor lo remplazamos en f_r de la ecuación (1).
$N = mg \cos 42°$
$\mu_c N - mg \text{ sen } 42° = - m.a$
$\mu_c (mg \cos 42°) - mg \text{ sen } 42° = - m.a$, al despejar a se obtiene:

$$a = \frac{\mu_c \, mg \cos 42° - mg \text{ sen } 42°}{-m}$$

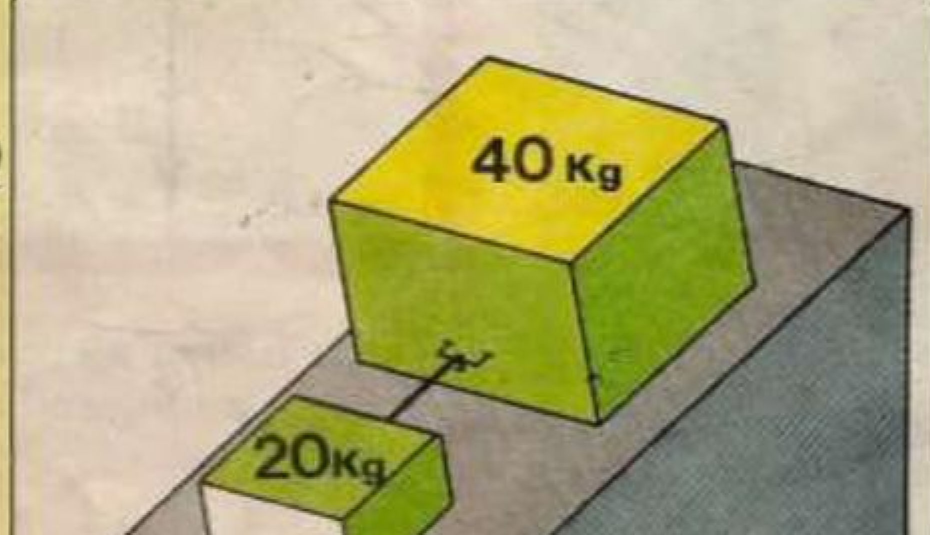
$$a = \frac{(0.2)(10 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.74) - (10 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(0.66)}{-10 \text{ kg}}$$

$$= 5.10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



4. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un bloque de masa de 25 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie es 0.3 y el coeficiente de rozamiento cinético 0.25. El bloque es sometido a una fuerza horizontal variable inicialmente nula y aumenta con el tiempo a razón de 2 N/s. ¿Qué tiempo después de comenzar a actuar la fuerza, se pondrá el bloque en movimiento? ¿Cuál será la aceleración a los 8 segundos de comenzar a moverse el bloque?
b. Un bloque de 20 kg es arrastrado hacia arriba por un plano inclinado que forma un ángulo de 38° y la fuerza aplicada de 200 N. Calcular: la aceleración del bloque, la velocidad del bloque después de haber recorrido 10 m si parte del reposo, la fuerza normal ejercida por el plano.
c. Un bloque se encuentra en reposo sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal, $\mu_e = 0.7$ y $\mu_c = 0.5$. Si se aumenta el ángulo θ, calcular: ángulo mínimo, para el cual el bloque se comienza a deslizar. Calcular para este ángulo la aceleración que experimenta el cuerpo una vez comienza a deslizarse.
d. Dos bloques cuyas masas son 20 kg y 40 kg están ligados por una cuerda y se deslizan por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si $\mu_c = 0.25$ para el bloque de 20 kg y $\mu_c = 0.5$ para el bloque de 40 kg. Calcular la aceleración de los bloques y la tensión de la cuerda.
e. Resuelve el problema f del taller 28 de esta unidad, con la condición que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es 0.30.



Fuerzas elásticas recuperadoras

Robert Hooke, científico y gran experimentador, es el padre de esta ley: *"La fuerza que ejerce un resorte es directamente proporcional a la deformación que sufre y dirigida en sentido contrario a esta deformación".*

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

Cuando se estira un resorte, este opone resistencia a su deformación. El resorte reacciona con una fuerza dirigida en sentido opuesto a la deformación y cuyo valor depende del alargamiento sufrido.

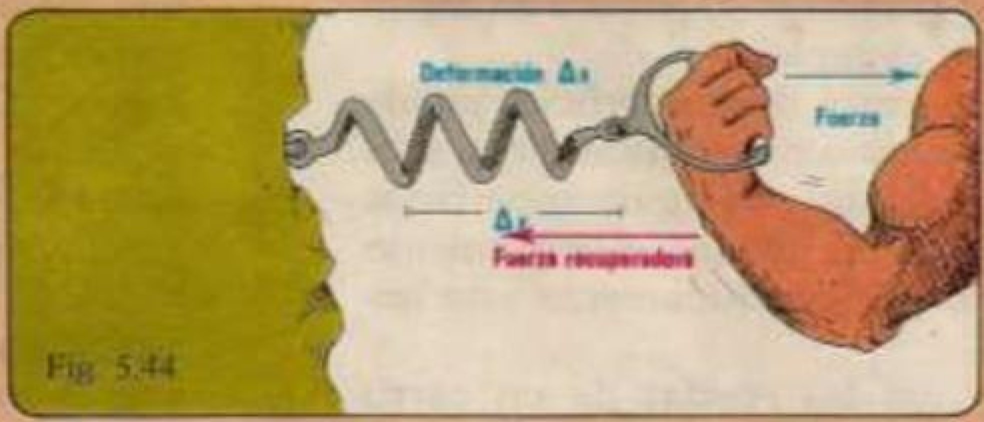


Fig. 5.44

La fuerza que presenta el resorte cuando se deforma, se llama fuerza elástica recuperadora y se calcula por medio de la ley más corta que se ha enunciado en la física.

La constante k, se llama coeficiente de elasticidad del resorte y el signo menos se utiliza para indicar que los sentidos de la fuerza y la deformación son contrarios.

La constante se mide en unidades de fuerza sobre unidades de longitud.

$$[k] = \frac{[F]}{[L]} \quad [k] = \frac{N}{m} \quad ó \quad [k] = \frac{d}{cm}$$

En la figura 5.45 se ilustra la relación entre la fuerza recuperadora, F_r, y la deformación, Δx, que sufre el resorte.

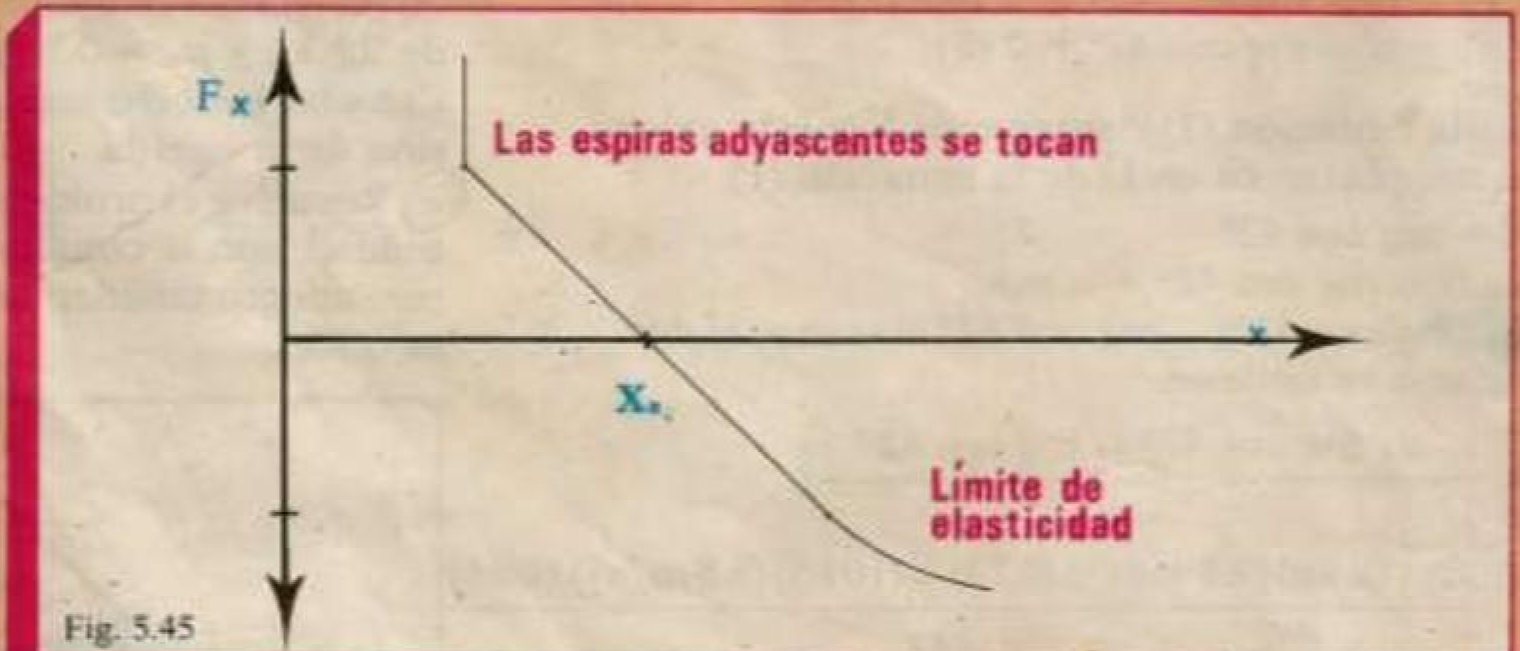


Fig. 5.45

La fuerza ejercida por el resorte, depende de la deformación del resorte. La longitud natural del resorte es x_o, la deformación es:

$$\Delta x = x - x_o.$$

En el gráfico a la derecha de x_o, Δx es positivo y F_r es negativo; a la izquierda de x_o, F_r es positivo y Δx es negativo. La constante k siempre es positiva, de ahí la importancia del signo menos en la ley de Hooke.

TALLER 27

1. Estudia la solución dada al siguiente problema:

La constante de elasticidad de un resorte es 4 N/cm y de él se suspende una masa de 10 kg. Determinar:

a. *El valor de las fuerzas que actúan sobre la masa.*

b. *La ~~constante de elasticidad~~ deformación del resorte.*

Solución: GRÁFICA 5.46

Las fuerzas que actúan sobre la masa son el peso y la fuerza recuperadora.

Como la masa está en equilibrio de acuerdo con la primera ley de Newton, la suma de las fuerzas que actúan sobre ella es cero.

$f_y = f_r - mg = 0$ $\qquad F_x = 0$

$f_r = mg$

a. peso $= (10\ \text{kg})\ (9.8\ \text{m/s}^2) = 98\ \text{N}$

$f_r = mg = (10\ \text{kg})\ (9.8\ \text{m/s}^2) = 98\ \text{N}$

b. La deformación del resorte es: $x = \dfrac{-F}{k}$

$x = \dfrac{-98\ \text{N}}{4\ \text{N/cm}} \qquad x = -24.5\ \text{cm.}$

El signo menos significa que el sentido es contrario al de la fuerza.

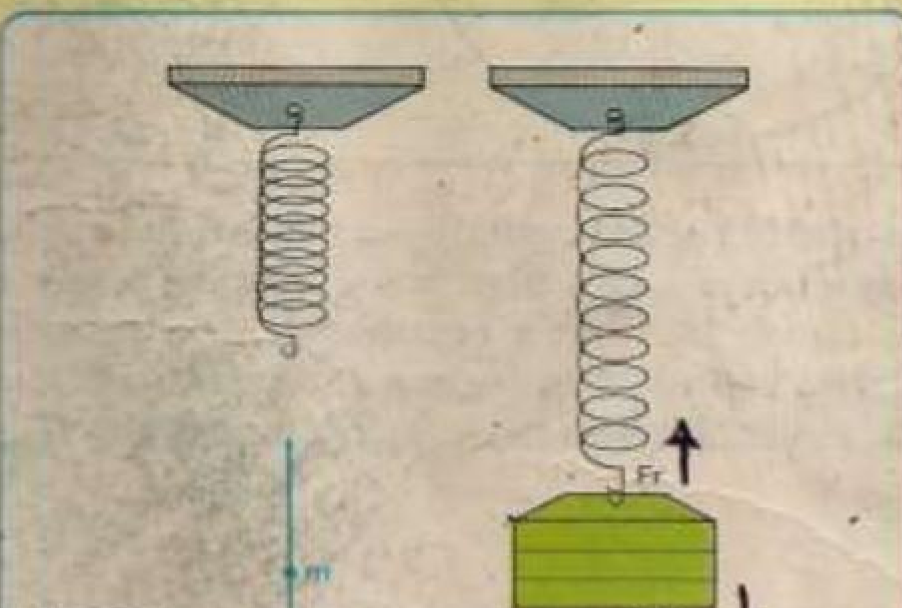


Fig. 5.46

2. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un resorte se estira 4 cm cuando sobre él se ejerce una fuerza de 9 N. ¿Cuánta fuerza hay que ejercer sobre el resorte para estirarlo 6 cm?

b. La constante de elasticidad de un resorte es 6 N/cm y de él se suspende una masa de 14 kg. Determinar la deformación del resorte.

c. Una masa de 5 kg descansa sobre un plano inclinado 30° respecto a la horizontal, sin rozamiento, suspendido de un resorte tal como se ilustra en la figura 5.47. Si el resorte se ha alargado 8 cm, calcular la constante de elasticidad del resorte. Si la masa se desplaza 8 cm por debajo de la posición de equilibrio y se deja en libertad, ¿cuál será su aceleración?

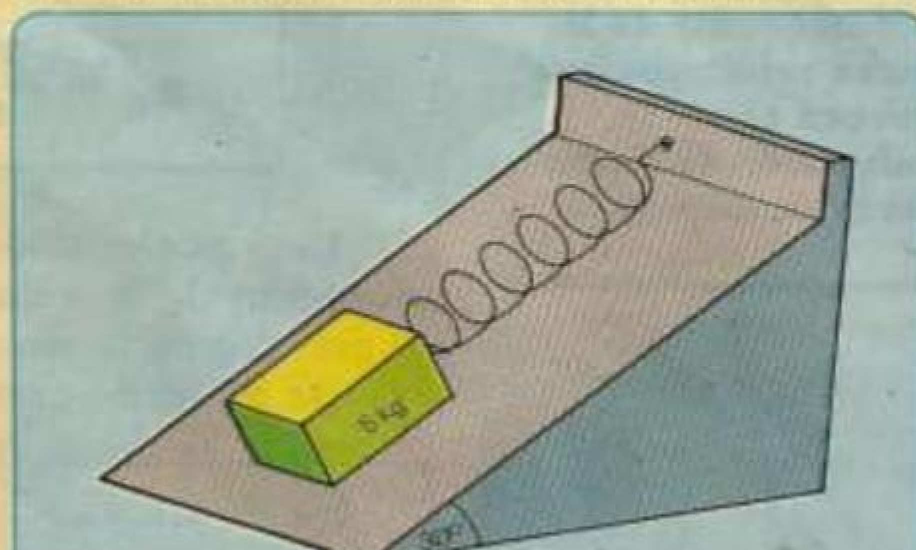


Fig. 5.47 *

d. Demuestra que cuando dos resortes de constante de elasticidad k_1 y k_2 se unen en paralelo, la nueva constante del sistema es $k = k_1 + k_2$.

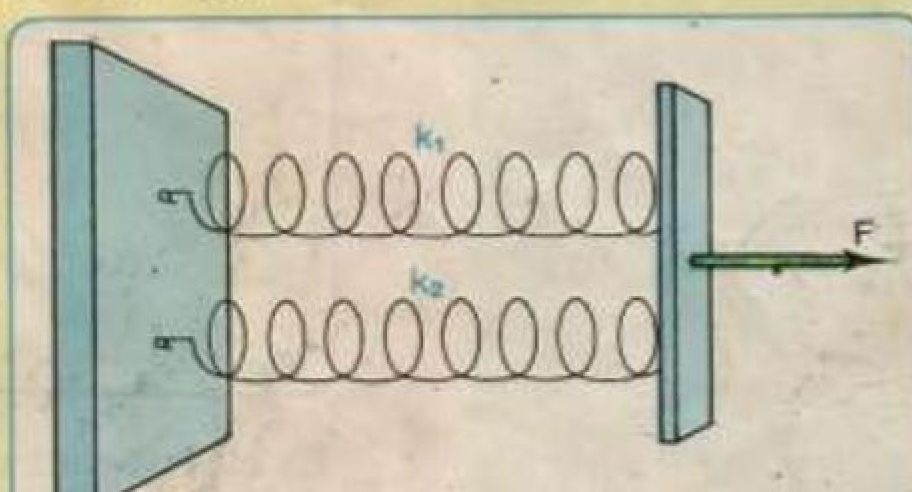


Fig. 5.48

e. Demuestra que cuando dos resortes de constante de elasticidad k_1 y k_2 se unen en serie, la nueva constante del sistema es:

$$k = \frac{k_1\, k_2}{k_1 + k_2}$$

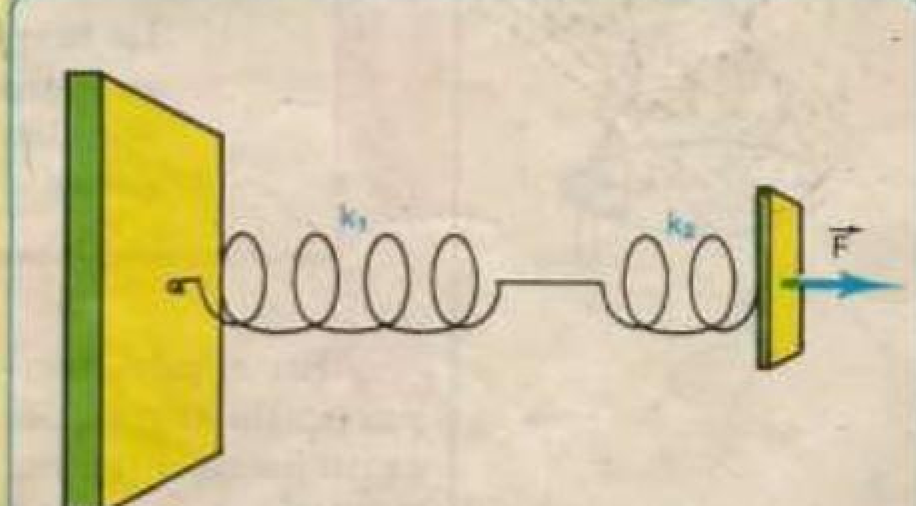


Fig. 5.49

Fuerza centrípeta y centrífuga

La fuerza resultante o componente de la fuerza resultante que provoca esta aceleración se llama fuerza centrípeta.

Cuando una partícula describe un movimiento circular uniforme, posee una aceleración dirigida hacia el centro de la trayectoria de magnitud: $\boxed{a_c = \frac{v^2}{r}}$.

Esta aceleración centrípeta está relacionada con el cambio de la dirección de la velocidad tangencial o lineal de la partícula, tal como se estudió en la unidad 4.

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\boxed{F_c = m.a_c}$$

$$\boxed{F_c = m\ \frac{v^2}{r} \quad ó \quad F_c = \frac{m\,4\,\pi^2\,r}{T^2}}$$

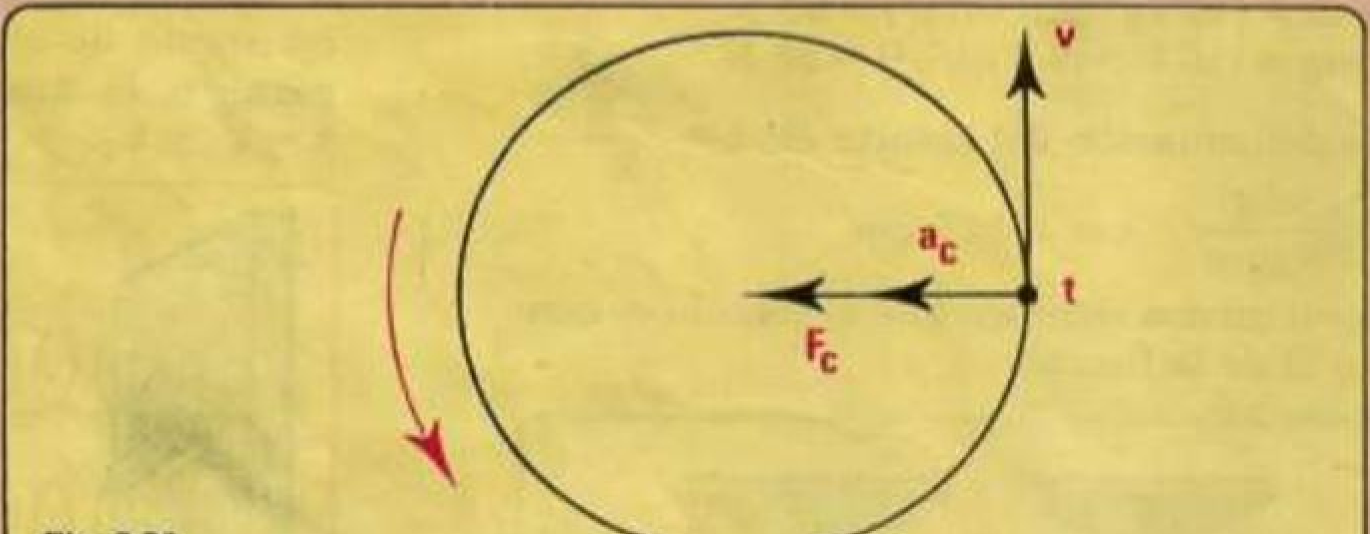


Fig. 5.50

Es claro tener en cuenta que la fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga obran sobre diferentes cuerpos. En algunos casos, a pesar de existir la fuerza centrípeta, como la fuerza resultante que produce en una partícula un movimiento circular uniforme, no existe la fuerza centrífuga, ya que la tercera ley de Newton no se cumple para las fuerzas resultantes.

La fuerza de reacción a la fuerza centrípeta se llama fuerza centrífuga, y es ejercida por el cuerpo que gira con M.C.U. sobre el agente que produce dicho movimiento.

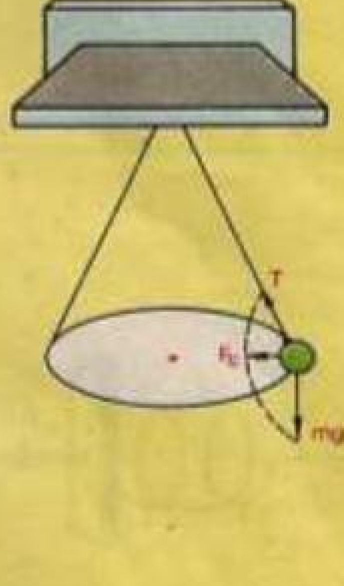


Fig. 5.51

En el péndulo cónico de la figura, las fuerzas que actúan sobre la partícula son el peso y la tensión, y la suma de estas dos fuerzas es la centrípeta, que no es una nueva fuerza sino la suma de las dos actuantes. Vemos cómo en este ejemplo no existe la fuerza centrífuga como reacción a la centrípeta.

TALLER 28

1. Resuelve las siguientes situaciones:

a. ¿Por qué las carreteras en las curvas pronunciadas tienen cierta inclinación?
b. Explica el funcionamiento de una onda, de aquellas con las que David venció a Goliath.
c. Se coloca una moneda sobre un tocadiscos que comienza a girar; pero antes que éste alcance su velocidad final la moneda sale disparada. Explica físicamente lo que ocurre.
d. La siguiente afirmación es incorrecta, explica el por qué: "En el movimiento circular de una piedra atada a una cuerda, la bola está en equilibrio porque la tensión de la cuerda se equilibra con la fuerza centrífuga.
e. ¿Podrá una piedra atada a una cuerda describir un círculo vertical con movimiento circular uniforme? Explica este hecho analizando una fuerza que actúa sobre la piedra.

2. Estudia el desarrollo de los siguientes ejercicios:

a. *Una persona cuya masa es 72 kg, va en un automóvil cuya velocidad es 54 km/h. Si el automóvil describe una curva de 40 m de radio, calcula la fuerza que ejerce la puerta del automóvil sobre la persona.*

Solución:
El automovilista siente la acción de la fuerza centrípeta, por la fuerza que ejerce el carro sobre él, que lo presiona en la dirección radial hacia el centro de la trayectoria.

Se sabe que $F_c = ma_c$, donde $a_c = \frac{vt^2}{r}$.

O sea: $F_c = m\,\frac{vt^2}{r}$.

La velocidad medida en m/s es

$$54\ \frac{km}{h} = \frac{54000\ m}{3600\ s} = 15\ m/s.$$

$$F_c = \frac{(72\ kg)\ (15\ m/s)^2}{40\ m} = \frac{16200\ kg\ .\ m^2/s^2}{40\ m}$$

$F_c = 405$ N

b. *Una piedra de 500 g de masa se ata a una cuerda de 2 m de longitud. Si se hace girar a razón de 40 vueltas por minuto en un plano horizontal. Calcular la fuerza centrípeta producida por la cuerda sobre la piedra.*

Solución:

$F_c = m.4\pi^2\ rf^2$

$$F_c = (0.5\ kg)\ (4\pi^2)\ (2\ m) \left(\frac{40}{60\ s}\right)^2$$

$F_c = 17.54$ N

3. Resuelve los siguientes problemas:

a) Una piedra cuya masa es 600 g está atada al extremo de una cuerda de 3 m de longitud. Si se hace girar con un período de 1.5 s en un plano horizontal, ¿qué fuerza centrípeta ejerce la cuerda sobre la piedra?
b) Un avión de juguete de 450 g de masa, vuela en un círculo de 8 m de radio atado a una cuerda horizontal. El avión da una vuelta cada 6 s. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
c) Un disco de 20 cm de radio gira a 33.3 r.p.m (revoluciones por minuto) en un tocadiscos. Una moneda de 5 g de masa descansa en el borde exterior del disco. ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento si la moneda no se desliza?
d) Un hombre de 74 kg está de pie sobre una balanza en el ecuador, dando por tanto una vuelta al día en un radio de 6 400 km aproximadamente. ¿En cuánto varía la lectura de la balanza debido a la fuerza centrípeta?
e) Un auto de 1800 kg toma una curva sin peralte que tiene un radio de 100 m. La fuerza máxima de fricción que la carretera puede ejercer sobre el coche es 8 000 N. ¿A qué velocidad máxima, puede el auto viajar alrededor de la curva sin deslizarse?

4. Lee el siguiente discurso y extrae tres ideas básicas:

Discurso ante el congreso estudiantil para el desarme

Las últimas generaciones nos han puesto en la mano un regalo sumamente precioso: una ciencia y una técnica tan desarrolladas, que nos ofrecen posibilidades de liberar y enriquecer nuestras vidas como no lo pudieron hacer las generaciones anteriores. Este regalo sin embargo implica unos peligros para nuestra existencia que tampoco habían sido igualados en cuanto a maldad.

Más que nunca el destino de la humanidad civilizada depende de las fuerzas morales. Por eso la tarea encomendada a nuestra época no es más fácil que las llevadas a cabo por las generaciones anteriores.

Es posible conseguir en menos horas de trabajo la cuota de alimentos y de bienes que la gente necesita. En cambio el problema de la distribución de esos bienes y del trabajo se ha vuelto más difícil. Todos sentimos que el libre juego de las fuerzas económicas, así como el desenfrenado afán de riqueza y poder por parte de los individuos no ofrecen salidas al problema. Es necesaria una planificación en la producción de los bienes, en la utilización de las fuerzas de trabajo y en el reparto de los bienes para evitar el empobrecimiento, así como el embrutecimiento de la mayor parte de la población.

Si bien el sacro egoísmo *ilimitado conduce a consecuencias funestas en la vida económica, éstas son aún peores en las relaciones internacionales. El desarrollo de la técnica militar es tal, que la vida de las gentes será insoportable si no se encuentra con rapidez un camino para impedir las guerras. Tan importante es la meta como ineficaces los esfuerzos hechos.*

Se intenta aminorar el peligro limitando el armamento y multiplicando las reglas a que deben atenerse las guerras. La guerra no es un juego de sociedad en donde los participantes se ciñan buenamente a leyes. Cuando se trata de ser o no ser, las reglas y los compromisos no cuentan para nada. Sólo un abandono incondicional de las guerras puede ayudarnos. Para ello no basta con lograr que una organización internacional actúe como árbitro. Hay que hacerlo por medio de pactos de seguridad suscritos por todas las naciones. Sin esta seguridad, las naciones no tendrán nunca el valor de proceder a un desarme.

Tomado de *Mi visión del mundo*. Discurso de Albert Einstein.

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Fuerzas mecánicas especiales

Peso: es la fuerza que ejerce la gravedad sobre un cuerpo.

$P = m.g$

Normal: fuerza ejercida sobre un cuerpo por la superficie donde está apoyado. La fuerza normal es siempre perpendicular a la superficie de contacto.

Tensión: es la fuerza ejercida por una cuerda inestendible, de masa despreciable sobre un cuerpo que está ligado a ella.

Rozamiento
Existen dos tipos de fuerza de rozamiento: la estática y cinética.

Fuerza de rozamiento estática: es la fuerza que actúa entre dos superficies en contacto cuando una fuerza externa trata de desplazarlos, tiene la misma magnitud que la fuerza externa y sentido contrario.

$F_{r\,max} = \mu_e N$

Fuerza de rozamiento cinética: es la fuerza que actúa entre dos superficies en contacto cuando existe un movimiento relativo entre éstas.

$F_{rc} = \mu_c N.$

Fuerza elástica recuperadora: es la fuerza ejercida por un resorte o muelle que es deformado. Esta fuerza está dirigida en sentido contrario a la deformación y su magnitud depende de dicho alargamiento.

Fuerza centrípeta: es la componente radial de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo que posee una trayectoria circular.

Si el movimiento de la partícula es circular uniforme, la fuerza resultante que actúa sobre ésta es llamada fuerza centrípeta.

Fuerza centrífuga: es la reacción de la fuerza centrípeta, cuando ésta es producida por un solo agente y es ejercida por la partícula que gira con movimento circular sobre el agente que ocasiona el movimiento.

Dinámica: es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos analizando las causas que lo producen.

Fuerza: es la acción física que modifica el estado de reposo o movimiento de los cuerpos.
La fuerza es una magnitud vectorial, por lo tanto posee valor numérico, dirección y sentido. La adición de fuerza cumple las leyes de los vectores.

Leyes de Newton
Primera Ley.
Ley de la inercia: todo cuerpo conserva su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas aplicadas sobre él.

Segunda ley.
Ley del movimiento: la aceleración que experimenta un cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza resultante, es directamente proporcional a la fuerza, inversamente proporcional a la masa y dirigida a lo largo de la línea de acción de la fuerza.

Tercera ley.
Ley de acción y reacción: a toda acción se opone una reacción igual y contraria o también las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y dirigidas a partes contrarias.

Unidades de fuerza

Newton: es la fuerza que se ejerce a un kilogramo de masa para producir una aceleración de un metro por segundo cuadrado.

$1\ N = (1\ kg)\ (1\ m/s^2)$

Dina: es la fuerza que se ejerce sobre un gramo de masa para producir una aceleración de un centimetro por segundo cuadrado.

$1\ d = (1\ g)\ (1\ cm/s^2)$

Relación entre Newton y Dina

$1\ N = 10^5\ d$ y $1\ d = 10^{-5}\ N.$

Evaluación

A. Cada enunciado del 1 al 10 consta de una afirmación y una razón precedida de la palabra "**porque**".

Elabora la respuesta según el criterio dado a continuación:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas, pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si ambas, afirmación y razón son falsas.

1. Un cuerpo que recorre espacios iguales en tiempos iguales posee velocidad constante **porque** sobre él actúa una fuerza resultante constante.

2. La fuerza de rozamiento estático para dos superficies dadas es constante **porque** a medida que aumenta la fuerza externa la fuerza de rozamiento se encuentra en igual medida.

3. Al duplicar la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo, la aceleración se duplica **porque** la aceleración es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo.

4. Sobre un cuerpo que se apoya en una superficie horizontal actúan dos fuerzas, la normal y el peso; estas fuerzas son de acción y reacción **porque** tienen igual magnitud y sentido contrario.

5. Las fuerzas centrípetas y centrífuga son fuerzas que actúan sobre un cuerpo que gira con M.C.U. **porque** la fuerza resultante debe ser nula para que su órbita sea circular.

6. La fuerza ejercida por un resorte que se deforma cierta longitud es directamente proporcional a la deformación que sufre **porque** la fuerza es la variable dependiente y la deformación la variable independiente.

7. Un Newton equivale a cien mil dinas **porque** un kilogramo equivale a mil gramos y un metro equivale a cien centímetros.

8. El coeficiente de rozamiento estático, se halla experimentalmente calculando tan θ para el plano inclinado que permita un movimiento relativo de las dos superficies **porque** dicho coeficiente depende de las superficies.

9. En un sistema de dos cuerpos de diferente masa, ligados por una cuerda que pasa a través de una polea el cuerpo que tiene mayor masa, tiene menos aceleración, **porque** la aceleración es inversamente proporcional a la masa.

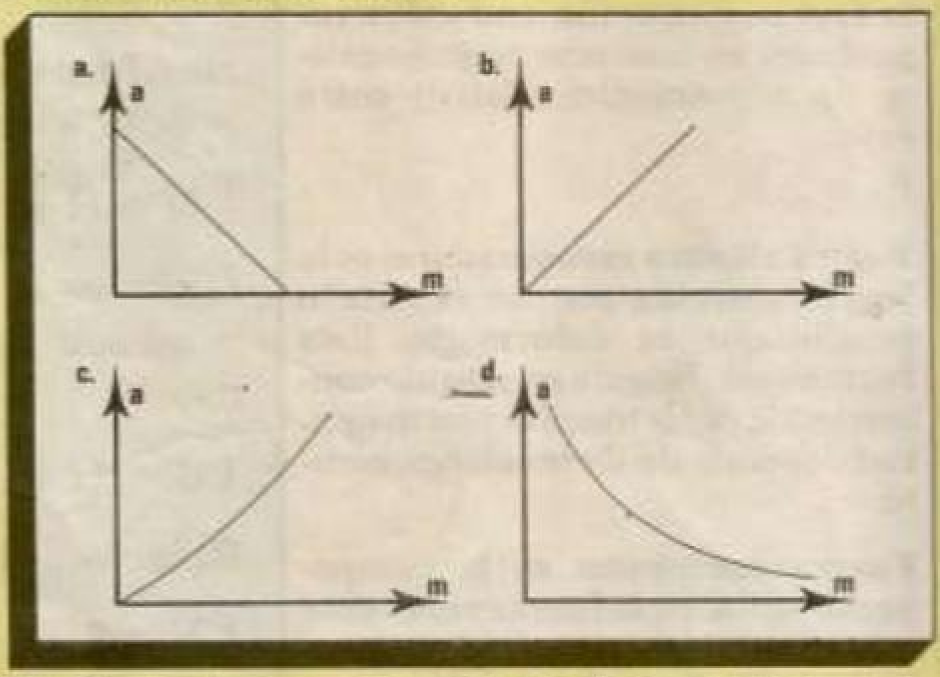
10. Para levantar un cuerpo con una cuerda que pasa a través de una polea se debe ejercer una fuerza igual a la mitad del peso del cuerpo **porque** la polea cambia la dirección de la fuerza aplicada.

B. Selecciona y escribe en tu cuaderno la mejor respuesta:

11. Si un cuerpo viaja con velocidad constante, entonces:

a. Sobre él no actúa ninguna fuerza.
b. Actúa una fuerza constante sobre él.
c. La fuerza resultante que actúa es nula.
d. Ninguna de las anteriores.
e. Existe una fuerza variable que produce el movimiento.

12. El gráfico que representa la relación entre la aceleración y la masa es:



13. Se llama fuerza normal a la fuerza que:

a. Se opone al peso del cuerpo.
b. Es ejercida entre dos superficies en movimiento relativo.
c. Es ejercida por la superficie sobre un cuerpo que está apoyado en ella.
d. Corresponde la reacción del peso.
e. Ejerce una cuerda sobre un cuerpo suspendido.

14. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas de 12 N y 5 N, formando entre sí un ángulo de 90°. La fuerza resultante que actúa sobre él es:

a. 7 N. b. 17 N. c. 60 N. d. 13 N. e. 15 N.

15. Si un cuerpo se desliza sobre un plano inclinado 30° sin rozamiento, la aceleración del cuerpo es ($g = 9.8\ m/s^2$):

a. $9.8\ m/s^2$ b. $4.9\ m/s^2$ c. $8.6\ m/s^2$
d. $13.2\ m/s^2$ e. $19.6\ m/s^2$

16. Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo se incrementa en un 50%, la aceleración del cuerpo.

a. Se incrementa en un 50%
b. Se reduce en un 50%
c. Se incrementa un 100%
d. Se reduce un 100%
e. Se incrementa un 33%

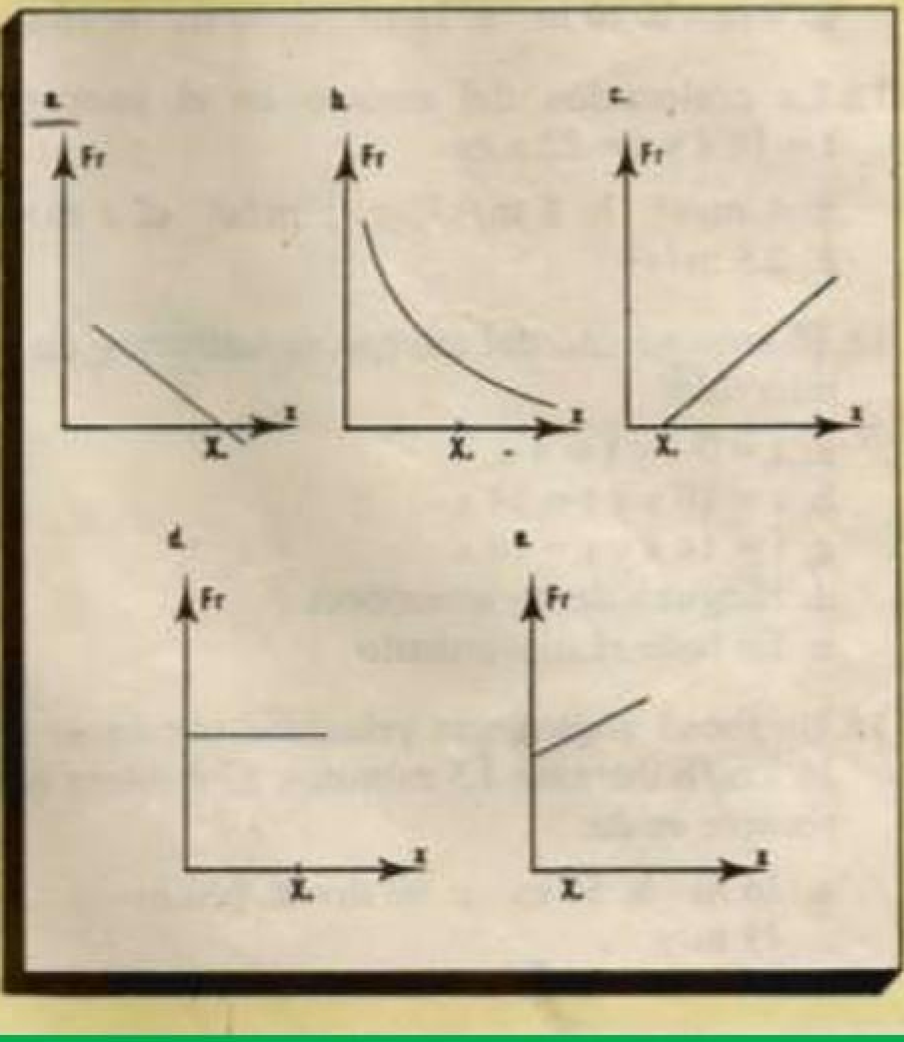
17. Si la masa de un cuerpo se reduce en un 50%, al actuar la misma fuerza la aceleración varía:

a. Se incrementa en un 50%
b. Se incrementa en un 100%
c. Se reduce en un 50%
d. Se reduce en un 100%
e. Se incrementa un 33%

18. Si la masa de un cuerpo se incrementa en un 100%, al actuar la misma fuerza la aceleración varía:

a. Se incrementa un 66%
b. Se reduce un 33%
c. Se reduce un 50%
d. Se incrementa un 50%
e. Se incrementa un 100%

19. En un resorte de compresión, la gráfica que relaciona a la fuerza recuperadora con el alargamiento es:



20. En el movimiento de un cuerpo que gira circularmente en un plano vertical la diferencia entre la tensión en el punto más bajo y la tensión en el punto más alto es:

a. mg b. 2 mg c. 1/2 mg d. 0 e. 3 mg

C. En las preguntas 21 al 25 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

Elabora una tabla de respuestas, así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I o II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

21. Calcular la aceleración que experimenta un cuerpo si:

I. La masa es de 18 kg.
II. La fuerza resultante que actúa es 24 N.

22. Hallar el coeficiente de rozamiento estático entre dos superficies si:

I. Con un ángulo de 36° los cuerpos comienzan a deslizarse.
II. La masa de los cuerpos son 20 kg y 40 kg.

23. Calcular la constante de elasticidad de un resorte si:

I. El resorte se deforma 10 cm al suspender de él un cuerpo de 50 kg.
II. El resorte ejerce una fuerza de 250 N cuando se deforma 0.05 m.

24. Calcular la aceleración que experimenta un cuerpo que se desliza por un plano inclinado sin rozamiento si:

I. El cuerpo tiene una masa de 10 kg.
II. El ángulo que forma el plano con la horizontal es de 30°.

25. Calcular la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo si:

I. El cuerpo posee una masa de 130 kg.
II. El cuerpo viaja con velocidad constante.

Evaluación semestral

Selecciona y escribe en tu cuaderno la respuesta correcta.

1. Las unidades básicas del sistema cegesimal son:

a. Centímetro, gramo, minuto.
b. Centímetro, kilogramo, segundo.
c. Metro, kilogramo, segundo.
d. Centímetro, gramo, segundo.
e. Metro, gramo, segundo.

2. 89.6×10^{-22} Dm expresados en notación científica son iguales a:

a. 8.96×10^{-22} Dm
b. 8.96×10^{-23} Dm
c. 8.96×10^{-21} Dm
d. 0.886×10^{-20} Dm
e. 8.96×10^{-20} Dm

3. 72 km/h expresados en unidades del S.I., es equivalente a:

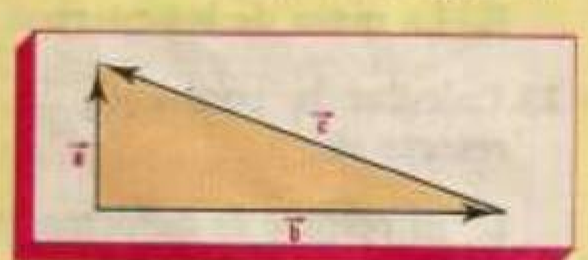
a. 2 m/s
b. 20 m/s
c. 200 cm/s
d. 100 m/s
e. 10 m/s

4. De las siguientes cantidades físicas el vector es:

a. la masa
b. la temperatura
c. la velocidad
d. el volumen
e. la rapidez

5. El vector c mostrado en la figura es igual a:

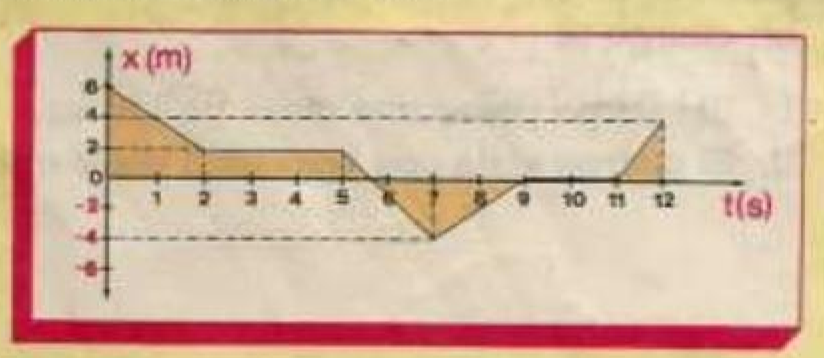
a. a – b
b. b – a
c. a + b
d. b – (–a)
e. a – b



6. Dos magnitudes son directamente proporcionales si:

a. Están ligadas por un producto constante.
b. Están ligadas por un cociente constante.
c. Al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción.
d. Al graficarlas resulta una hipérbole.
e. La gráfica es una parábola.

Con base en la siguiente gráfica contesta las preguntas 7, 8, 9 y 10.



7. El desplazamiento total de cuerpo fue:

a. 2 m b. – 2 m c. 4 m d. 6 m e. 18 m

8. El espacio total recorrido por el cuerpo fue:

a. 4 m b. 6 m c. 12 m d. 18 m e. – 2 m

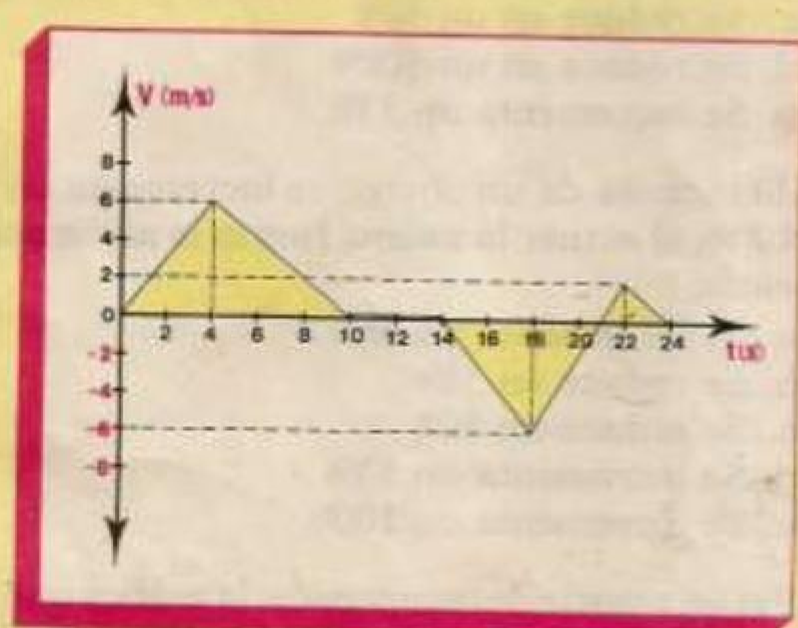
9. La velocidad media del cuerpo entre t = 0 s y t = 5 s fue:

a. 0.8 m/s b. 0.8 cm/s c. 5 m/s d. 2 m/s e. 1 m/s

10. La rapidez media del cuerpo entre t = 0 s y t = 9 s fue:

a. 0.66 m/s b. 1.55 m/s c. 6 m/s d. 9 m/s e. 1 m/s

De acuerdo al gráfico siguiente contesta las preguntas 11, 12 y 13.



11. El espacio recorrido por el cuerpo entre t = 0 s y t = 10 s es:

a. 6 m b. 10 m c. 16 m d. 30 m e. 15 m

12. La aceleración del cuerpo en el intervalo t = 18 s y t = 22 s es:

a. 4 m/s^2 b. 8 m/s^2 c. 1 m/s^2 d. 2 m/s^2 e. 2.5 m/s^2

13. El movimiento del cuerpo es uniforme en el intervalo:

a. t = 0 s y t = 4 s
b. t = 10 s y t = 14 s
c. t = 14 s y t = 18 s
d. Ninguna de las anteriores
e. En todo el movimiento

14. Un móvil viaja a una velocidad constante de 36 km/h durante 1.5 minutos. El espacio que recorre es de:

a. 36 m b. 54 m c. 90 m d. 900 m e. 45 m/s

15. Un cuerpo parte del reposo con una aceleración constante de 8 m/s^2. Al cabo de 10 s la velocidad que adquiere es de:

a. 8 m/s b. 16 m/s c. 20 m/s d. 80 m/s
e. 10 m/s

16. El espacio que recorre el cuerpo del problema anterior en los 10 s es de:

a. 40 m b. 80 m c. 400 m d. 800 m
e. 60 m

17. Un proyectil es disparado horizontalmente desde una altura de 5 m. El tiempo de caída del cuerpo es de: ($g = 10\ m/s^2$).

a. 1 s b. 2 s c. 3 s d. 50 s e. 0.5 s

18. Un cuerpo realiza 120 vueltas en un minuto, su frecuencia es:

a. 20 vueltas/segundo
b. 120 vueltas/segundo
c. 2 vueltas/segundo
d. 4 vueltas/segundo
e. 1 vuelta/segundo

19. El cuerpo del problema anterior tiene un periodo de:

a. 2 s b. 60 s c. 0.5 s d. 4 s e. 1 s

20. La fuerza ejercida por una cuerda, sobre un cuerpo suspendido de ella, recibe el nombre de:

a. Rozamiento
b. Normal
c. Tensión
d. Elástica
e. Recuperadora

21. Sobre un cuerpo apoyado en un plano inclinado, actúan el peso y la normal, se puede asegurar que:

a. El peso es la reacción y la normal la acción.
b. El peso es la acción y la normal la reacción.
c. Cualquiera de las dos situaciones anteriores.
d. Ninguna de las dos primeras situaciones.
e. El peso y la normal son acción.

22. Si sobre un cuerpo actúan dos fuerzas perpendiculares entre sí, de 12 N y 5 N, la magnitud de la fuerza resultante es:

a. 17 N b. 7 N c. 5 N d. 13 N e. 60 N

23. Si una fuerza F, al actuar sobre un cuerpo de masa m, produce una aceleración a, la misma fuerza al actuar sobre un cuerpo de masa 2 m, produce una aceleración:

a. a b. 2a c. 4 a d. a/2 e. a/4

24. Sobre un cuerpo de masa m, actúa una fuerza de 4 N, produciendo en él, una aceleración de 2 m/s^2. La fuerza que se debe ejercer sobre el mismo cuerpo para producir una aceleración de 6 m/s^2 es:

a. 2 N b. 4 N c. 6 N d. 12 N e. 3 N

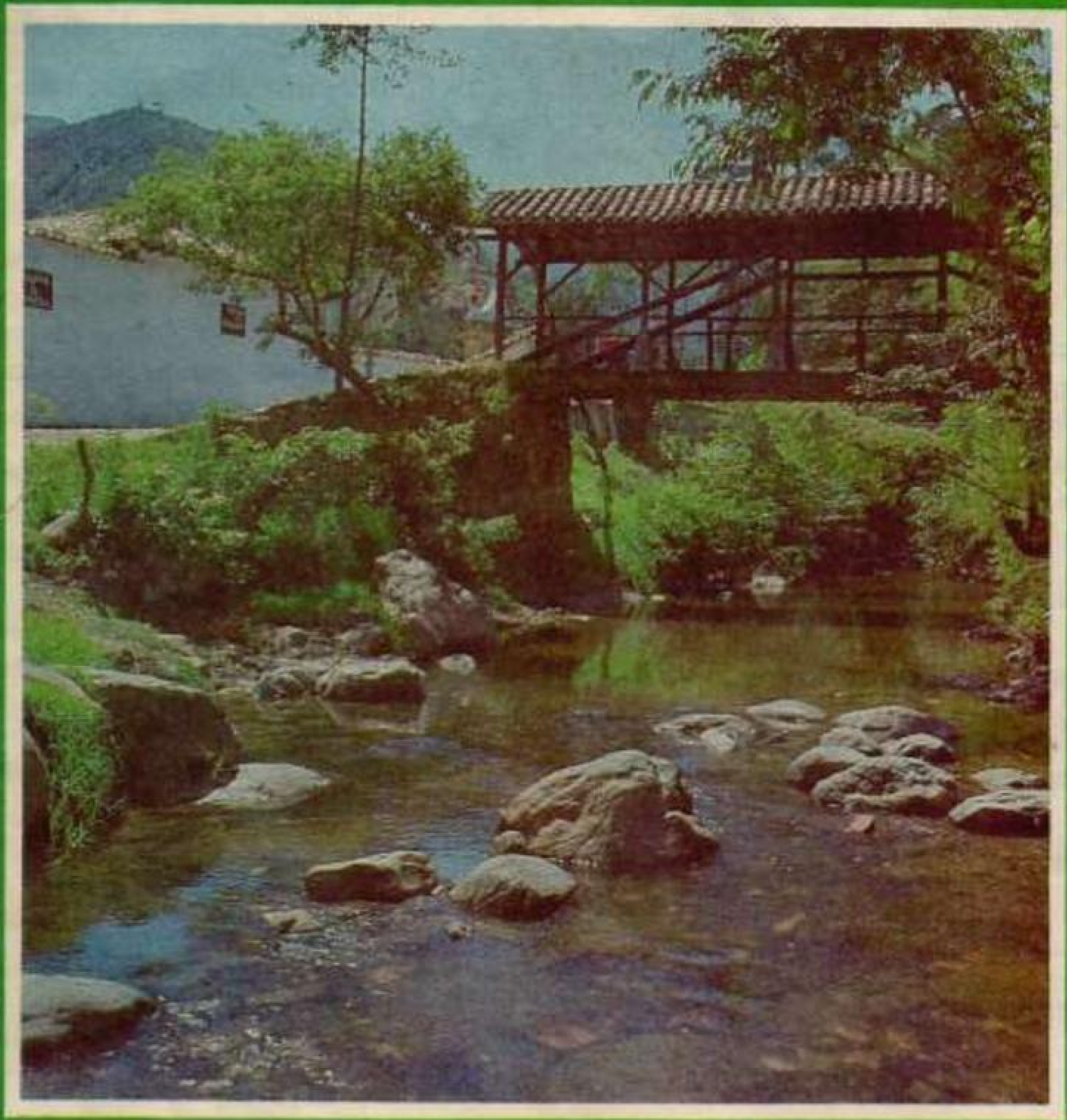
25. Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo se reduce en un 25%, la aceleración del cuerpo varía así:

a. Se reduce en un 25%
b. Se incrementa en un 25%
c. Se reduce un 100%
d. Se incrementa un 100%
e. Permanece constante

NEWTON ISAAC (1642 - 1727)

Físico, matemático, astrónomo inglés. Creó el cálculo infinitesimal y polemizó con Leibniz sobre la prioridad del descubrimiento. Fue profesor de óptica en la universidad de Cambridge; descubrió la composición de la luz; a él se le debe también la exposición de la teoría sobre la gravedad universal. Fue socio y presidente de la Royal Society y socio extranjero de la Académie des sciences de París.

UNIDAD 6
Estática



Objetivos

1. Establecer cuándo un cuerpo de encuentra en equilibrio de traslación y/o rotación si sobre él actúan fuerzas.
2. Aplicar las condiciones de equilibrio de traslación y rotación a la solución de problemas.
3. Aplicar las condiciones de equilibrio en el análisis de situaciones de la vida diaria.
4. Encontrar el centro de gravedad y el centro de masa de algunos objetos homogéneos.
5. Aplicar el concepto de torque en las máquinas simples.

Definición de estática

La estática tiene como objetivo, establecer si bajo la acción simultánea de varias fuerzas, un cuerpo se halla o no en equilibrio.

Hemos visto hasta ahora que si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es diferente de cero, éste presenta una aceleración.

En este capítulo estudiaremos las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo sobre el que actúan fuerzas, no presente variación en el movimiento de traslación ni de rotación, es decir, quede en equilibrio.

Equilibrio de un cuerpo

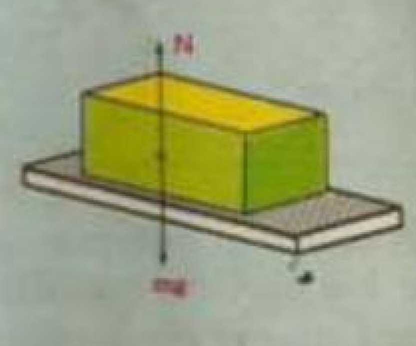


Fig. 6.1

Primera condición de equilibrio: equilibrio de traslación

Cuando se estudió la primera ley de Newton, llegamos a la conclusión de que si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza externa, éste permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Pero sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas y seguir en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. Por ejemplo, si consideramos un cuerpo sobre una superficie horizontal, la superficie ejerce una fuerza normal (N) sobre el cuerpo que se opone al peso (mg) y que hace que el cuerpo esté en reposo.

Como se puede notar, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo tienen igual magnitud y sentido contrario, pues si no ocurriera ésto, el libro se movería. De lo anterior se puede decir que la suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, o sea la fuerza resultante, es igual a cero. Esto significa que los efectos de las fuerzas se compensan dando como resultado el no cambio en su movimiento de traslación.

De lo anterior se puede concluir:

Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es cero, el cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación.

Hay que tener en cuenta, que tanto para la situación de reposo, como para la de movimiento rectilíneo uniforme, la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es igual a cero.

Ecuaciones para la primera condición de equilibrio

Si las fuerzas que actúan sobre un cuerpo son $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \ldots \vec{F}_n$, el cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación si:

$$\boxed{\vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots \vec{F}_n = 0}$$

Si se utiliza un sistema de coordenadas cartesianas en cuyo origen colocamos el cuerpo y sobre los ejes proyectamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, tendremos:

$$\boxed{\Sigma F_x = 0 \text{ y } \Sigma F_y = 0}$$

Las ecuaciones anteriores son la expresión matemática correspondiente a la primera condición de equilibrio de un cuerpo.

TALLER 29

Primera condición de equilibrio

A. Observa detenidamente la solución de los siguientes problemas, pues éstos te darán una metodología para resolver problemas de estática.

Problema 1:

Un bloque de 8 kg de masa se encuentra suspendido de una cuerda. ¿Cuál es el valor de la fuerza de tensión ejercida por la cuerda?

Se ha considerado que las fuerzas que van dirigidas hacia arriba y hacia la derecha son positivas y las dirigidas hacia abajo y hacia la izquierda negativas.

Solución:

a. Se realiza un dibujo que represente la situación descrita en el problema (Fig. 2a).

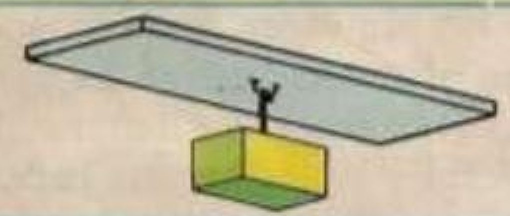


Fig. 6.2a

b. Se dibuja un diagrama que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, llamado diagrama de cuerpo libre (Fig. 2b).

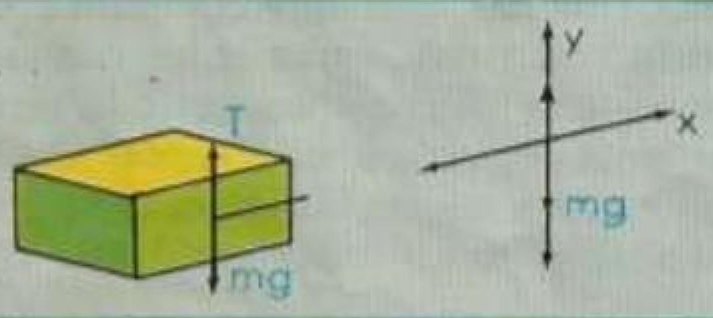


Fig. 6.2b

c. Se dibuja el diagrama de fuerzas, sobre los ejes de coordenadas.

d. Se aplican las condiciones de equilibrio para ambos ejes. En el ejemplo, aplicamos únicamente la condición de equilibrio para el eje "*y*" ya que sobre el eje *x* no se ejercen fuerzas.

$\Sigma F_y = 0 \quad T - mg = 0$ de donde $T = mg$

Remplazando los datos numéricos de esta expresión se obtiene que la fuerza (T) ejercida por la cuerda es:

$T = 8\ kg \cdot 9.8\ m/s^2$, o sea, $T = 78.4\ N$

Problema 2:

Un bloque de 12 kg descansa sobre un plano inclinado sin rozamiento de 30°, atado mediante una cuerda a un soporte vertical fijo al plano. Calcular:

— *La tensión de la cuerda.*

— *La fuerza del plano sobre el bloque.*

Solución

La figura 3a representa la situación descrita en el problema.

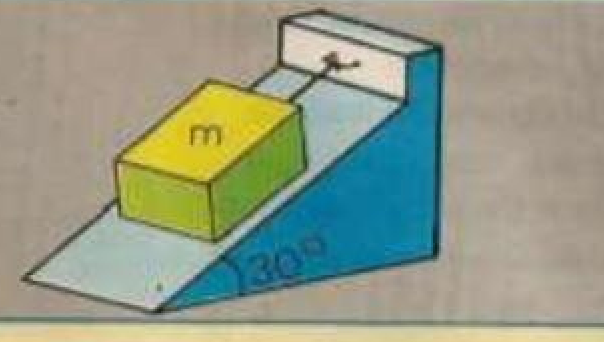


Fig. 6.3a

El diagrama de cuerpo libre está representado en la figura 3b, donde T es la fuerza ejercida por la cuerda; N, la fuerza normal y mg la fuerza ejercida por la Tierra.

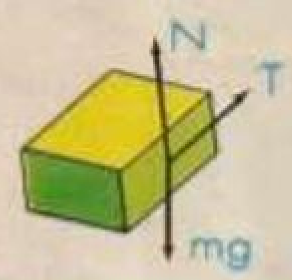


Fig. 6.3b

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, se descomponen a lo largo de los ejes de coordenadas (Fig. 6.3c), de tal forma que el eje *x* coincida con T y el eje *y* con N.

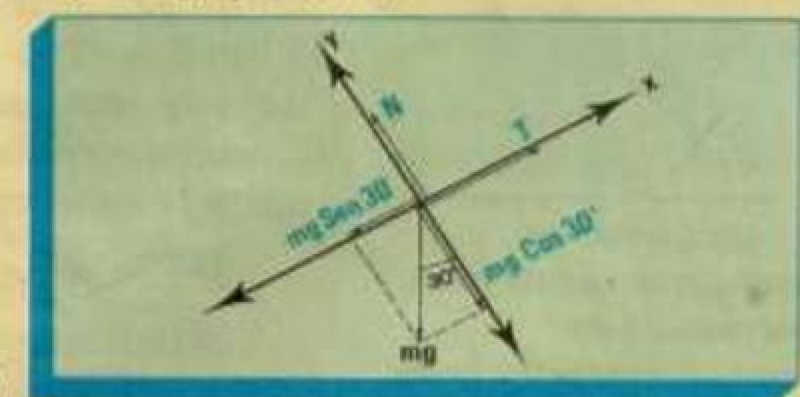


Fig. 6.3(c)

El peso (mg) se descompone a lo largo de *x* como mg sen 30° y a lo largo de *y* como mg cos 30°.

Al aplicar las condiciones de equilibrio para el eje *x* se obtiene:

$\Sigma F_x = 0 \Longrightarrow T - mg\ sen\ 30° = 0$ de donde $T = mg\ sen\ 30°$.

Y para el eje *y*:

$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow N - mg\ cos\ 30° = 0$ de donde $N = Mg\ cos\ 30°$.

Al remplazar los datos numéricos en estas ecuaciones, obtenemos que la tensión de la cuerda es:

$T = 58.8\ N$ (compruébalo)

y la fuerza del plano sobre el bloque es:

$N = 101.8\ N$ (compruébalo)

Problema 3

Dos personas sostienen una masa de 80 kg, por medio de dos cuerdas, las cuales forman ángulos de 30° y 45° con respecto a la horizontal. ¿Cuál es el valor de la fuerza que ejerce cada persona?

Solución:

La figura 6.4a representa la situación descrita en el problema.

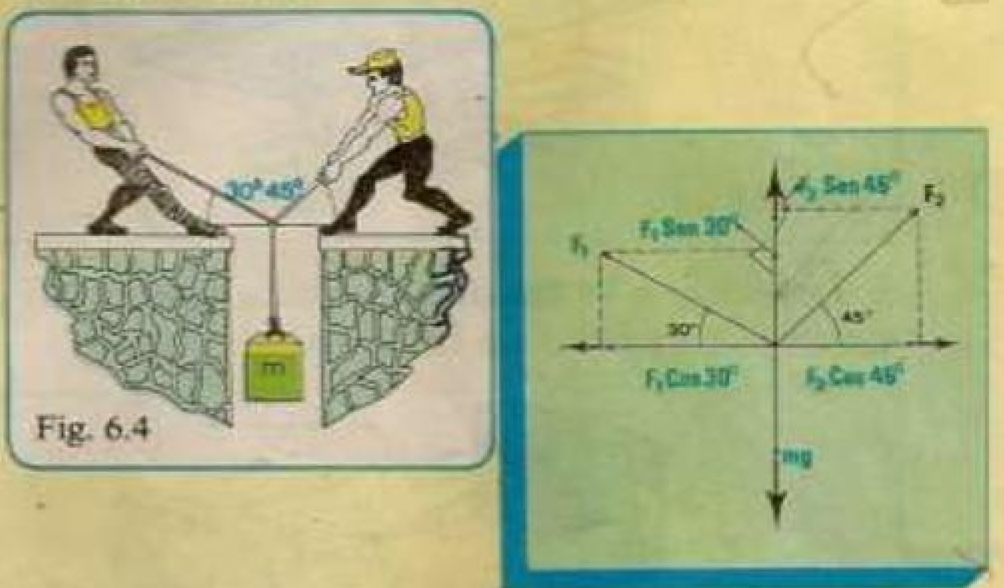


Fig. 6.4

En este caso se considera a 0 como el punto de equilibrio. El diagrama de cuerpo libre es el mostrado en la figura 4b donde $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ son las fuerzas ejercidas por las personas, y mg es el peso del cuerpo.

Al aplicar la condición de equilibrio para cada uno de los ejes quedaría que:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 \cos 45° - F_1 \cos 30° = 0$ E_c (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 \operatorname{sen} 45° + F_1 \operatorname{sen} 30° - mg = 0$ E_c (2)

Como aparecen dos incógnitas en el sistema anterior, se puede resolver por cualquiera de los métodos vistos en matemática. A continuación se resolverá utilizando el método de sustitución:

Se despeja de la E_c (1) F_2 y se remplaza en la E_c (2).

Entonces $F_2 = \dfrac{F_1 \cos 30°}{\cos 45°}$ E_c (3).

Ahora: $\left(\dfrac{F_1 \cos 30°}{\cos 45°}\right) . \operatorname{sen} 45° +$

$F_1 \operatorname{sen} 30° - mg = 0$, de donde $F_1 = 576.47$ N.

Para encontrar el valor de F_2 se remplaza el valor obtenido de F_1 en la E_c (3) y se obtiene que: $F_2 = 708.23$ N

Comprueba los valores anteriores.

Metodología para la solución de problemas de estática

De los problemas resueltos se pueden extraer los pasos que se deben seguir para resolver los problemas de estática, cuando las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se encuentra en equilibrio, son concurrentes, es decir todas actúan sobre el mismo punto.

1. Se ilustra la situación descrita en el problema con un dibujo en diagrama.
2. Se determina el punto donde concurren todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo analizado.
3. A partir de dicho punto se dibujan todas las fuerzas.
4. Se dibuja un sistema de coordenadas cartesianas con origen en el punto de concurrencia, de tal forma que la mayor cantidad de fuerzas queden ubicadas en los ejes.
5. Se hallan los componentes rectangulares de las fuerzas.
6. Se aplica la primera condición de equilibrio $\Sigma Fx = 0$ y $\Sigma Fy = 0$
7. Se resuelve el sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos conocidos.

B. Problemas de aplicación a la primera condición de equilibrio.

1. Realiza los siguientes ejercicios:

a. Un objeto se encuentra sobre una mesa.

— Representa mediante un diagrama las fuerzas que actúan sobre el objeto.

— ¿El cuerpo se encuentra en equilibrio? ¿Por qué?

b. Un cuerpo se encuentra sobre un plano inclinado.

— Haz un diagrama y dibuja las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

— Explica por qué el cuerpo se encuentra en equilibrio.

c. Para cada una de las figuras siguientes realiza un diagrama de las fuerzas que actúan sobre la tabla.

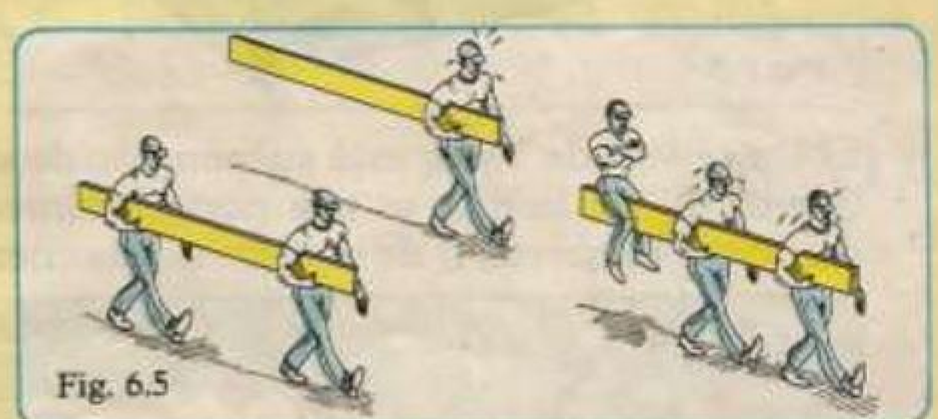


Fig. 6.5

d. Un cuadro pende de una pared mediante dos hilos.

Explica mediante diagramas la configuración que deben tener los hilos para que se hallen sometidos a una tensión mínima.

e. Un automóvil se mueve con velocidad constante sobre una carretera recta y plana.
—Representa mediante un diagrama las fuerzas que actúan sobre el automóvil.
— ¿El cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación? ¿Por qué?

f. Determina si los cuerpos mostrados en las figuras, se encuentran en equilibrio de traslación (desprecia la masa de los cuerpos).

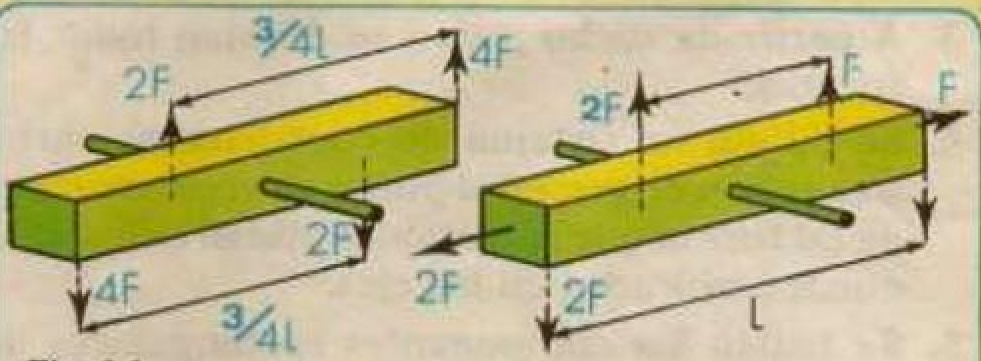


Fig. 6.6

2. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un hombre sostiene un cuerpo de 18 kg como muestra la figura. Si se desprecia el rozamiento, calcular:
— La tensión de la cuerda.
— La fuerza que ejerce el plano sobre el cuerpo.

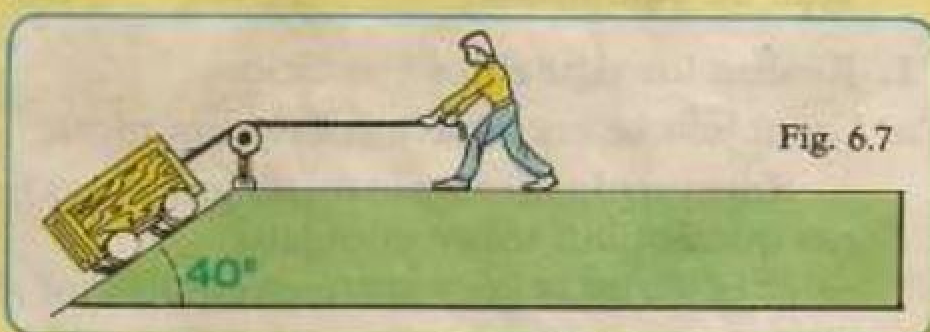


Fig. 6.7

b. El sistema mostrado en la figura se encuentra en equilibrio. Calcula la tensión de la cuerda si $m_1 = 20$ kg y $m_2 = 10$ kg. (Desprecia el rozamiento).

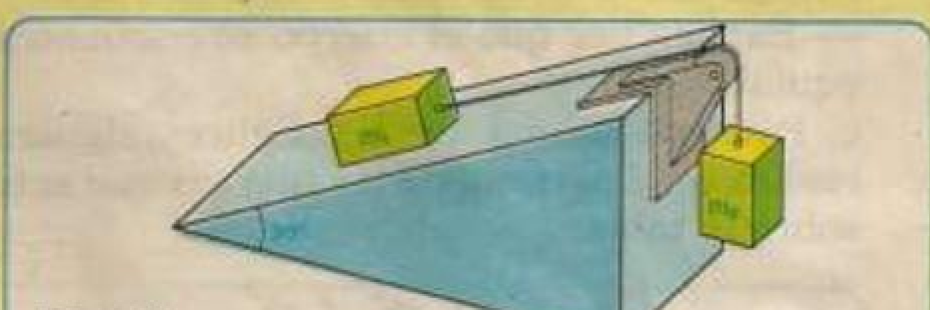


Fig. 6.8

c. Un objeto de 15 kg está suspendido de una cuerda A, de la que se tira horizontalmente mediante la cuerda B de manera que la cuerda A forme un ángulo de 30° con la vertical. Calcular las tensiones de las cuerdas A y B. (Fig. 6.9).

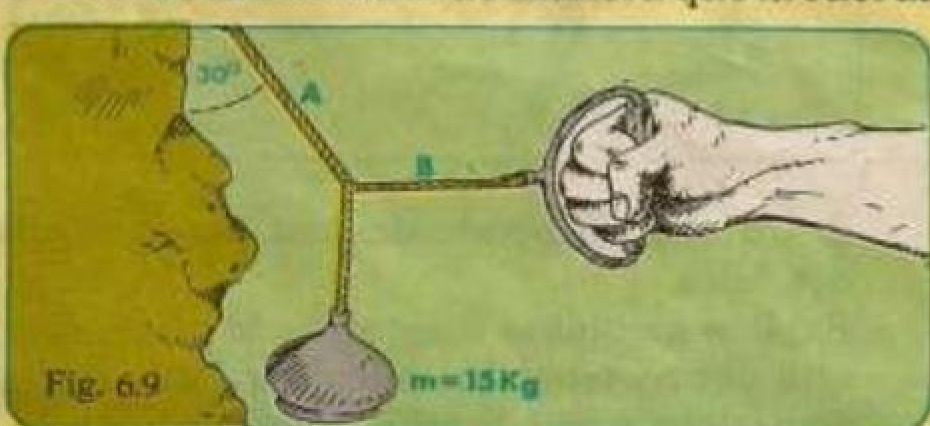


Fig. 6.9

d. Cada una de las cajas mostradas en la figura tiene una masa de 30 kg y se encuentran suspendidas de una viga. Calcular la fuerza de tensión que ejerce cada uno de los cables.

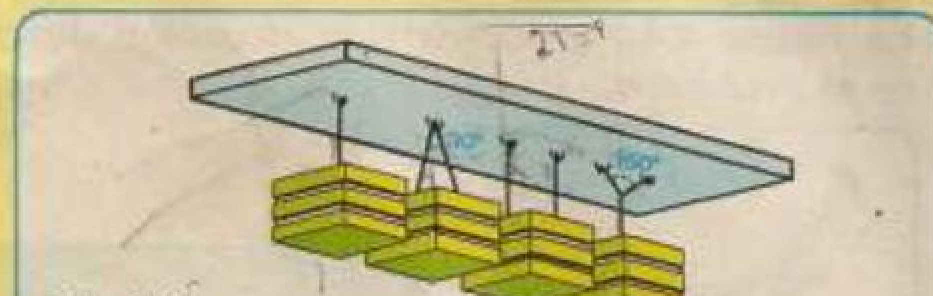


Fig. 6.10

e. Determina la tensión de cada cuerda en el sistema mostrado en la figura e.

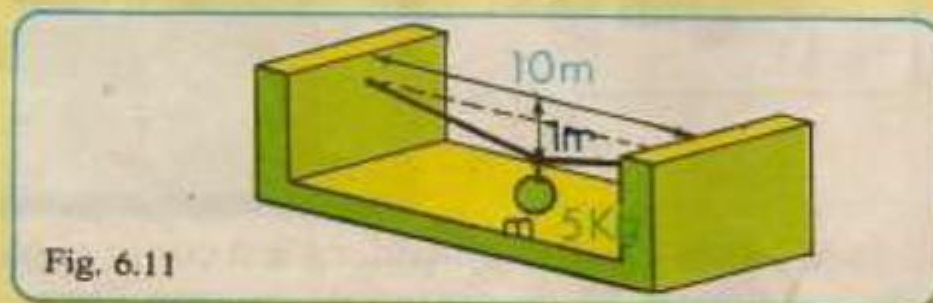


Fig. 6.11

f. El sistema mostrado en la figura, está en equilibrio. ¿Cuál será la lectura del dinamómetro?

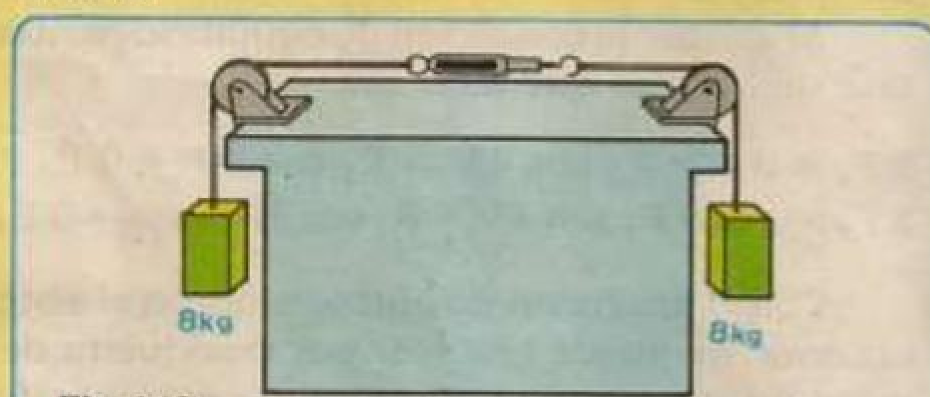


Fig. 6.12

g. Para la figura, calcular el ángulo θ y la tensión de la cuerda AB, si $m_1 = 50$ kg y $m_2 = 40$ kg.

h. Hallar la tensión de la cuerda y la fuerza ejercida por la viga en las siguientes figuras (desprecia la masa de las vigas).

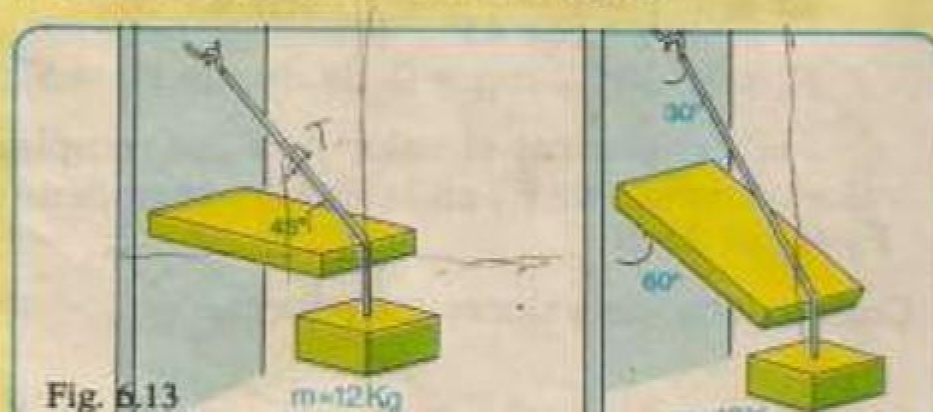
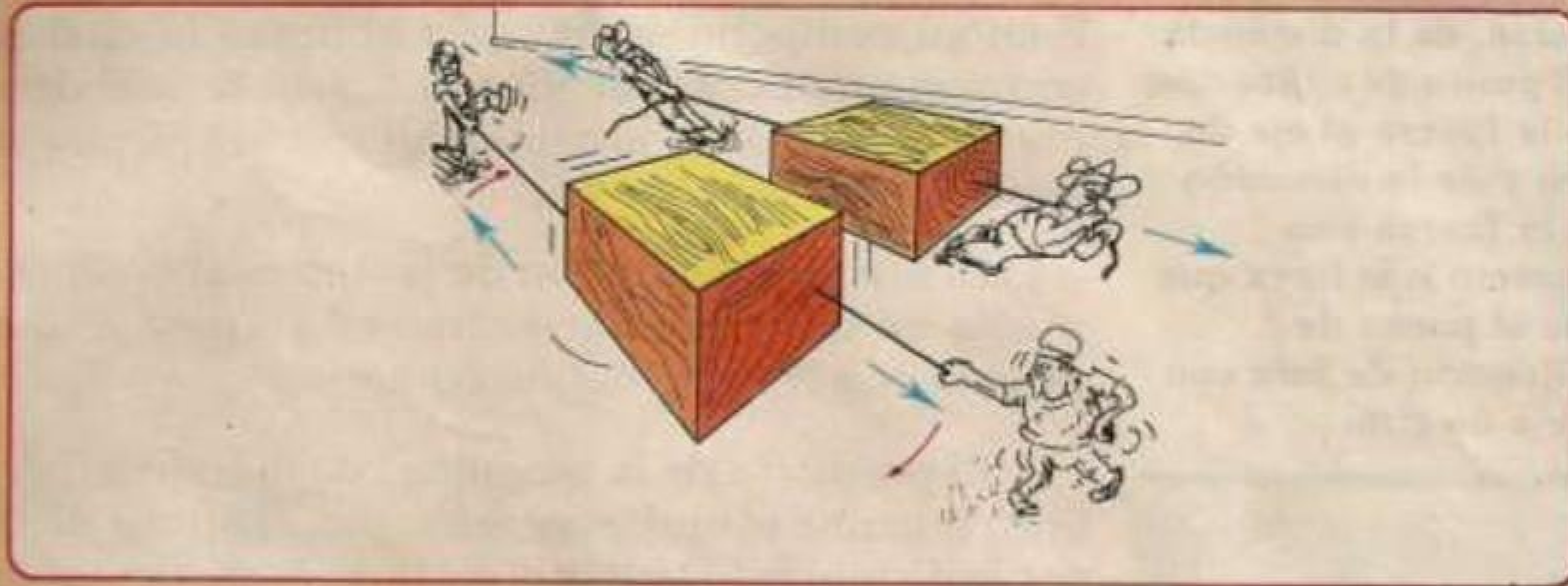


Fig. 6.13

i. Calcular el peso P necesario para mantener el equilibrio en el sistema mostrado en la figura. Ten en cuenta que no hay rozamiento entre el cuerpo y el plano.

Momento de fuerza o torque

Cuando las fuerzas actúan sobre los cuerpos, pueden alterar su movimiento lineal o su rotación. Por ejemplo consideremos dos fuerzas iguales y opuestas aplicadas a un cuerpo como se muestra en la figura.



Si el objeto se halla inicialmente en reposo, así continuará bajo la acción de estas dos fuerzas. Porque, la suma vectorial de las fuerzas es nula, ya que el cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación.

Al aplicar fuerzas no concurrentes sobre un cuerpo, éste tiende a rotar.

Si ahora se aplican las fuerzas en la forma representada en la figura, la suma vectorial de las fuerzas sigue siendo cero, pero en este caso, el cuerpo rotará, o sea, cuando la suma vectorial de las fuerzas aplicadas es igual a cero, sólo se puede asegurar que el cuerpo no presenta ningún cambio en su movimiento lineal, no se puede asegurar que no altere su movimiento de rotación.

Para estudiar los factores que determinan la efectividad de una fuerza en la variación del movimiento de rotación, consideremos una rueda, la cual se quiere hacer girar aplicándole una fuerza F a una distancia d del eje de giro.

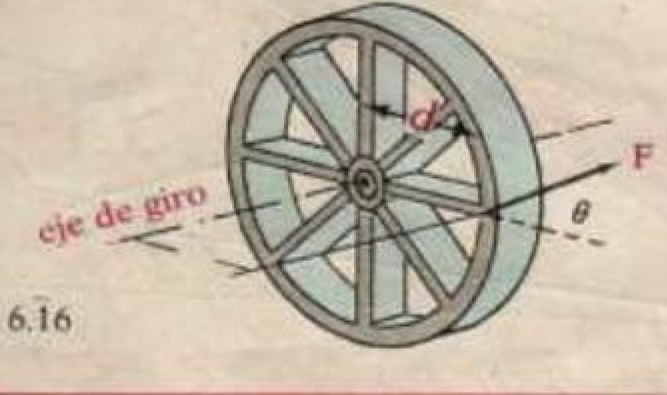


Fig. 6.16

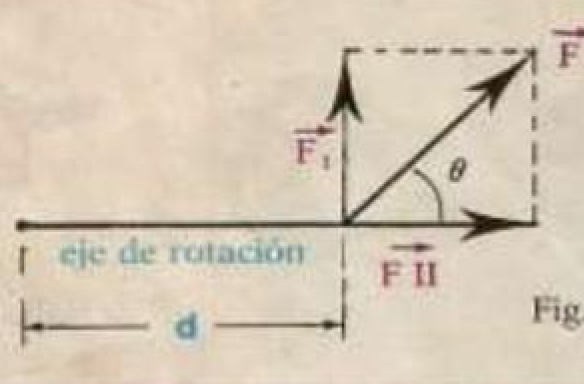
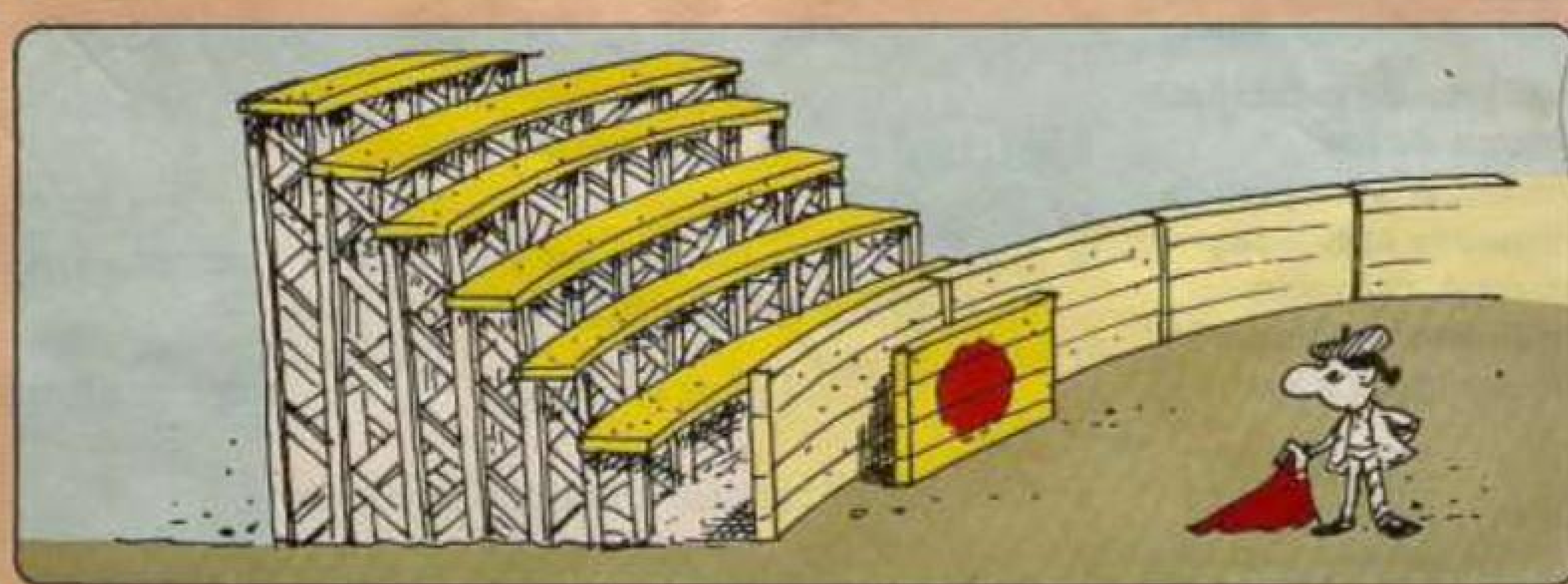


Fig. 6.17



La estructura de la figura se encuentra en equilibrio porque la suma de las fuerzas y la suma de los torques es cero.

El efecto de una fuerza dada sobre el movimiento de rotación de un cuerpo depende del valor de la fuerza, de la distancia del punto de aplicación de la fuerza al eje de giro y de la dirección de la fuerza con respecto a la línea que une el punto de aplicación de ésta con el eje de giro.

El torque es una magnitud vectorial.

Equilibrio de rotación. La suma de los momentos o torques de las fuerzas aplícadas al cuerpo, respecto a un punto cualquiera debe ser igual a cero.

Esto es: $\boxed{\Sigma\, \tau = 0}$

Vemos que es más fácil poner en movimiento la rueda aplicando la fuerza ($\vec{F}$), perpendicular a la línea que une el punto de aplicación de ésta con el eje de giro, y en un punto alejado del eje que aplicándola en un punto más próximo a él. O sea:

A la distancia d se le denomina brazo. Si se descompone la fuerza F en su componente paralela al brazo la cual denotamos $F_{\parallel}$ y en la componente perpendicular al brazo, la cual denotamos $F_{\perp}$, se puede comprobar que la componente perpendicular de la fuerza es la que produce la rotación.

El efecto de rotación de la fuerza aplicada sobre la rueda se mide mediante el "momento de fuerza" o "torque" de la fuerza F, el cual se denota con (τ) y se define como:

El producto de la magnitud de la fuerza perpendicular ($F_{\perp}$) a la línea que une el eje de rotación con el punto de aplicación de la fuerza por la distancia (d) entre el eje de rotación y el punto de aplicación de la fuerza. Esto es:

$$\boxed{\tau = F_{\perp} \cdot d}$$

Generalmente se considera un torque positivo cuando tiende a producir rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj y negativo en el sentido de las manecillas del reloj.

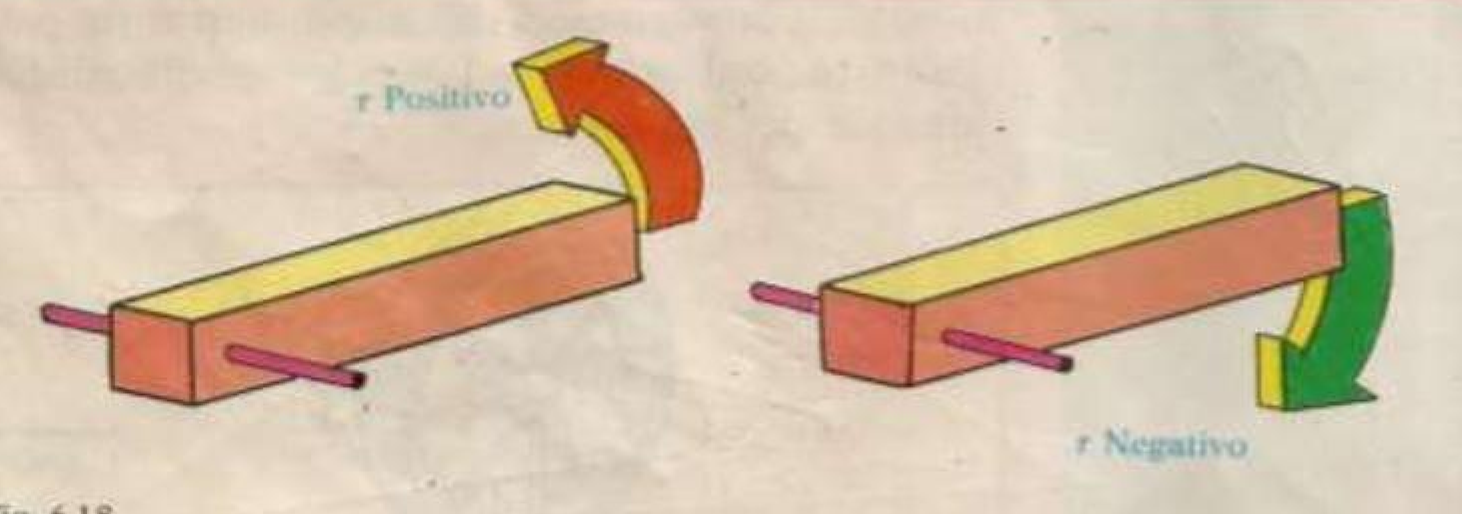


Fig. 6.18

Unidades de torque

- **S.I:** como el torque es el producto de una fuerza por una distancia, su unidad de medida será:

$$[\tau] = [F] \cdot [d] = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ metro} = \text{N.m}$$

- **C.G.S.:** el torque estará dado por:

$$[\tau] = [F] \cdot [d] = 1 \text{ dina} \cdot 1 \text{ centímetro} = \text{d.cm}$$

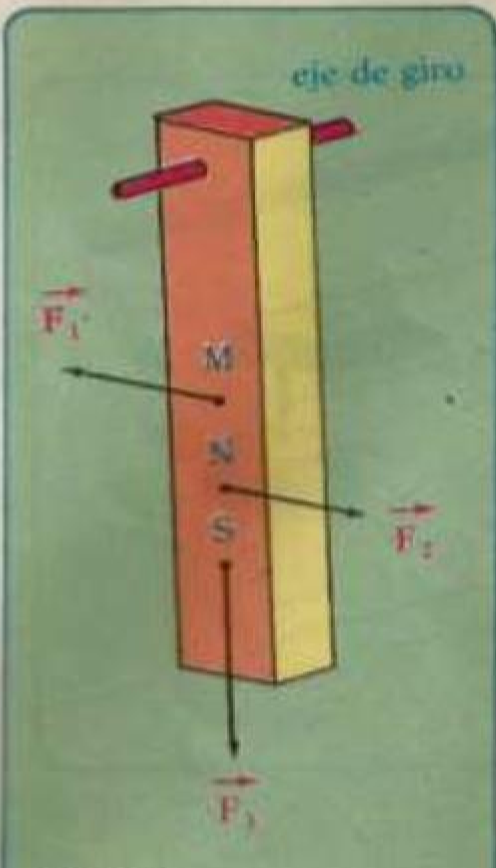


Fig. 6.18

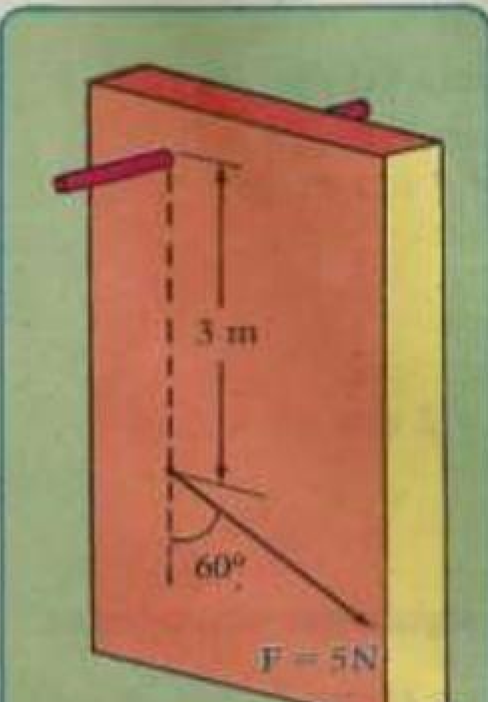


Fig. 6.19

Ejemplo 1:

El pedazo de madera mostrado en la figura puede girar alrededor del eje fijo vertical que pasa por O. Sobre este cuerpo se aplican las fuerzas $F_1 = 12N$, $F_2 = 9N$ y $F_3 = 18N$. Si se sabe que $OM = 3$ m, $ON = 8m$ y $OS = 12$ m, entonces:

a. *Calcular el torque de cada una de las fuerzas con relación al eje O.*
b. *Calcular el valor del torque resultante que actúa sobre el cuerpo.*
c. *¿Cuál es el sentido de rotación que el cuerpo tiende a adquirir?*

Solución:

a. El torque de la fuerza F_1 con relación a *O* es negativo, pues tiende a hacer que el cuerpo gire en el sentido de las manecillas del reloj.

Su valor es: $\tau_1 = -F_1 \cdot d_1 = -12\ N \cdot 3m$ o sea, $\tau_1 = -36\ N \cdot m$

El torque de la fuerza F_2 con relación a *O* es positivo, ya que tiende a imprimir un giro en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Su valor es: $\tau_2 = F_2 \cdot d_2 = 9N \cdot 8m$, entonces $\tau_2 = 72N \cdot m$

El torque de la fuerza F_3 es nulo, debido a que esta fuerza no produce ninguna rotación, ya que si se prolonga pasa por el eje de giro, o sea: $\tau_3 = 0$

b. El torque resultante que actúa sobre el cuerpo, es igual a la suma algebraica de los torques de cada una de las fuerzas, es decir:

$$\tau_r = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = -36\ N \cdot m + 72N.m + 0 = 36N.m$$

c. El cuerpo tiende a girar en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj, debido a que el torque es positivo, el cuerpo no se encuentra en equilibrio de rotación.

Ejemplo 2:

Calcular el torque de la fuerza $F = 5N$ que actúa sobre el cuerpo, con respecto al eje de rotación O.

Solución:

Como el torque viene dado por $\tau = F_{\perp} \cdot d$, donde

$F_{\perp} = F \text{ sen } 60° = 5\ N \cdot \text{sen } 60° = 4.33\ N$ y $d = 3$ m. Entonces,
$\tau = 4.33\ N \cdot 3m = 12.99\ N \cdot m$.
El cuerpo rota y no se encuentra en equilibrio de rotación.

Segunda condición de equilibrio: equilibrio de rotación

Si a un cuerpo que puede girar alrededor de un eje, se le aplican varias fuerzas y no producen variación en su movimiento de rotación, se dice que el cuerpo se encuentra en "equilibrio de rotación". El cuerpo puede estar en reposo o tener movimiento uniforme de rotación.

También se puede decir que un cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si:

La suma algebráica de los momentos o torques de las fuerzas aplicadas al cuerpo, respecto a un punto cualquiera debe ser igual a cero.
Esto es: $\Sigma \tau = 0$

TALLER 30

Segunda condición de equilibrio

A. Analiza el desarrollo de los siguientes problemas:

1. *Sobre el disco mostrado en la figura actúan las fuerzas F_1, F_2 y F_3. Determinar si el disco se encuentra en equilibrio de rotación.*

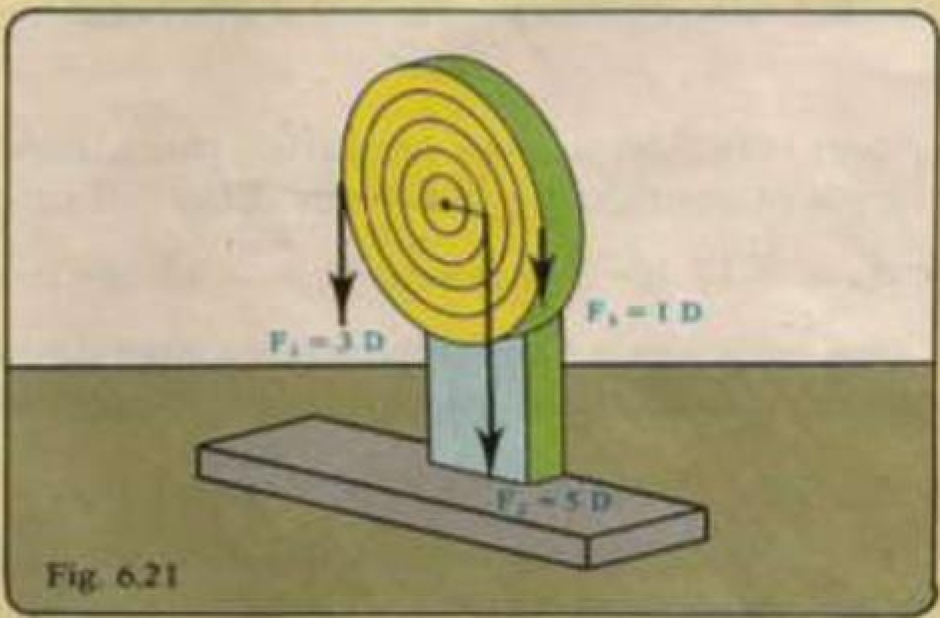


Fig. 6.21

Solución:

Primero se debe calcular los torques de las fuerzas que actúan sobre el disco.

El torque de la fuerza F_1 es positivo debido a que imprime al disco una rotación en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Su valor es: $\tau_1 = F_1 \cdot d_1$ donde $F_1 = 3$ d y $d_1 = 5$ cm, o sea $\tau_1 = 3\ d\ .\ 5\ cm = 15\ d \cdot cm$.

Los torques de las fuerzas F_2 y F_3 son negativas debido a que hacen que el disco rote en el mismo sentido del movimiento de las manecillas del reloj, o sea:

$\tau_2 = -F_2 \cdot d_2$, donde $F_2 = 5$ d y $d_2 = 2$ cm

de donde $\tau_2 = -F_2 d_2 = -5\ d \cdot 2\ cm = -10\ d\ .\ cm$

y $\tau_3 = -F_3\ d_3$ donde $F_3 = 1$ d y $d_3 = 5$ cm

o sea, $\tau_3 = -d \cdot 5\ cm = 5\ d\ .\ cm$

Para comprobar si el disco se encuentra en equilibrio de rotación se debe cumplir la segunda condición de equilibrio, o sea: $\Sigma \tau_r = 0$

Si se realiza la suma de los torques, obtenemos:

$15\ d \cdot cm + (-10\ d \cdot cm) + (-5\ d \cdot cm) = 0$

Según lo anterior se puede concluir que el disco se encuentra en equilibrio de rotación.

2. *Dos cuerpos de masas $m_1 = 12$ g y $m_2 = 4$ g se encuentran suspendidos de los extremos de un alambre cuya masa es despreciable (ver figura). Calcular la distancia x a uno de los extremos de la cual debe suspenderse el sistema para que permanezca en equilibrio.*

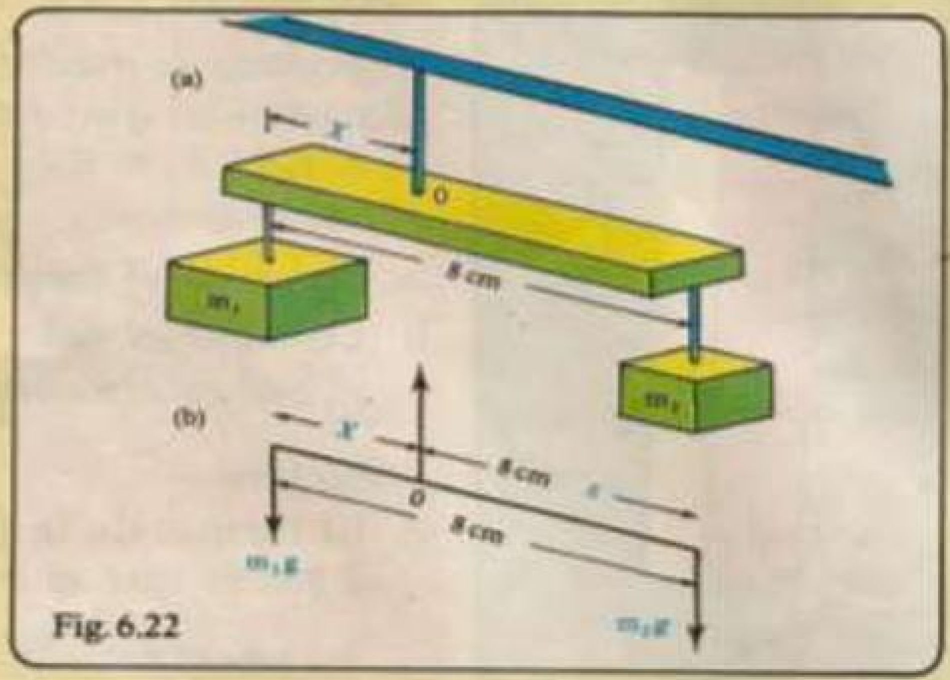


Fig. 6.22

Solución:

La figura b muestra el diagrama que representa las fuerzas que actúan sobre el alambre; como la masa del alambre es despreciable no se dibuja su peso.

Como el alambre se encuentra en equilibrio de traslación se debe cumplir que:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - m_1\ g - m_2\ g = 0$,

o sea

$T = m_1\ g + m_2\ g$ de donde $T = (12\ g).(980\ cm/s^2) + (4\ g) \cdot (980\ cm/s^2)$

$T = 15680$ d

De lo anterior se puede decir que la fuerza de tensión (T) que ejerce la cuerda es de igual magnitud y de sentido contrario al peso total del sistema.

Para que el alambre se encuentre en equilibrio de rotación, se debe cumplir que $\tau_r = 0$. Al aplicar esta segunda condición de equilibrio escogiendo como eje de rotación el punto de suspensión (O_2), resulta:

$$m_1\ gx - m_2 g\ (8\ cm - x) = 0$$

Si se despeja la distancia (x) resulta:

$$m_1 g\ x - m_2 g \cdot 8\ cm + m_2 g x = 0$$

$$(m_1 + m_2)\ gx = 8\ cm\ m_2 g$$

O sea, $x = \dfrac{8\ cm \cdot m_2}{m_1 + m_2}$

de donde $x = \dfrac{8\ cm \cdot 4\ g}{12\ g + 4\ g} = 2\ cm$

B. Analiza cada una de las siguientes situaciones:

1. ¿Qué ventajas presenta un freno de automóvil de tambor de gran diámetro sobre otro de diámetro menor?

2. Describe y explica la diferencia de posiciones existente entre un hombre que lleve una maleta en una mano y otro que lleve una maleta en cada mano.

3. Una persona quiere comprobar el peso de un objeto, pero sólo dispone de un dinamómetro capaz de medir un tercio del peso presumible del objeto. Indica si podría realizar una pesada de precisión con el dinamómetro y una regla graduada.

4. Una barra descansa con un extremo sobre una mesa sin rozamiento. Al otro extremo se ata un hilo. ¿Cuál debe ser la dirección de la fuerza ejercida por el hilo para mantener la barra en equilibrio formando un ángulo de 45° con la horizontal.

5. Determina la clase de equilibrio en que se encuentran los cuerpos mostrados en las figuras 6.22(a) y (b) (desprecia la masa de los cuerpos).

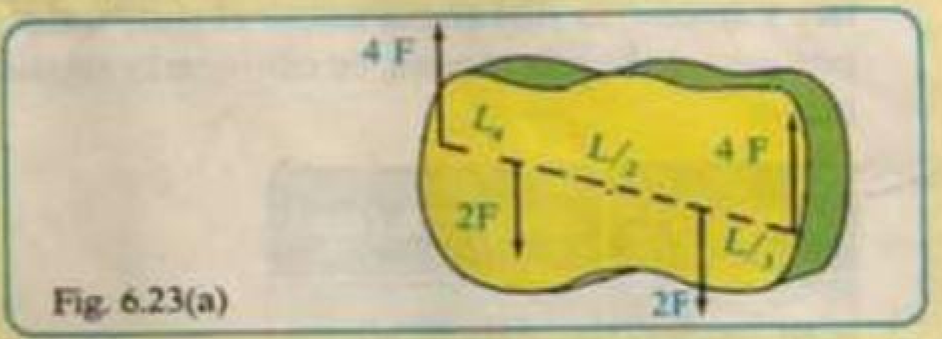


Fig. 6.23(a)

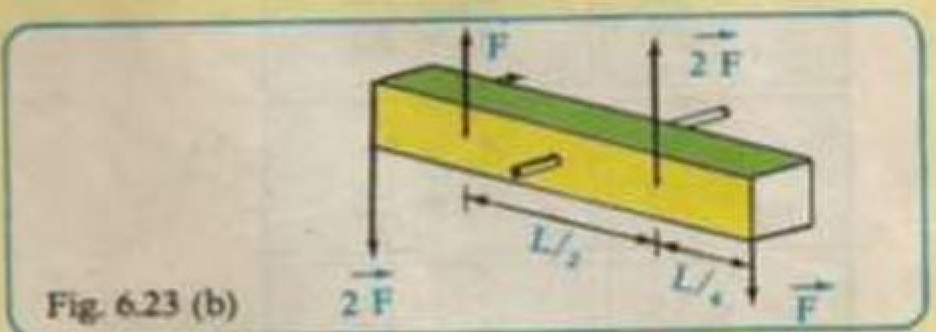


Fig. 6.23 (b)

C. Resuelve los siguientes problemas:

1. Un cuerpo de 15 kg cuelga en reposo de un hilo arrollado en torno a un cilindro de 12 cm de diámetro. Calcular el torque respecto al eje del cilindro. $T = F_r \cdot r$

2. La barra homogénea mostrada en la figura puede rotar alrededor de O. Sobre la barra se aplican las fuerzas $F_1 = 5$ d, $F_2 = 8$ d y $F_3 = 12$ d, si se sabe que OA = 10 cm, OB = 4 cm y OC = 2 cm. Entonces:

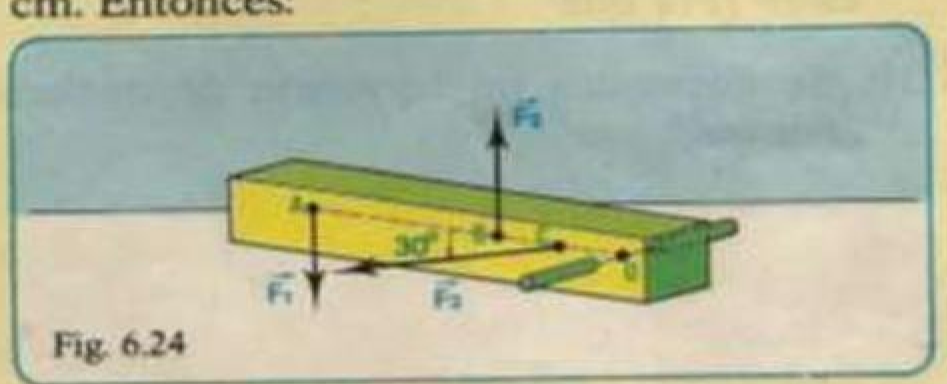


Fig. 6.24

a. Calcula el torque de cada una de las fuerzas con relación a *O*.
b. Calcula el valor del torque resultante que actúa sobre el cuerpo.
c. ¿Cuál es el sentido de rotación que el cuerpo tiende a adquirir?
d. ¿Cuál debe ser el valor y el sentido de la fuerza paralela a F_1 y F_2 que se debe aplicar en *C* para que la barra quede en equilibrio?

3. La barra mostrada en la figura, soporta un cuerpo de 5 kg. Calcular el torque creado por este cuerpo respecto a un eje que pasa por:
a. El extremo superior.
b. El punto medio de la barra.

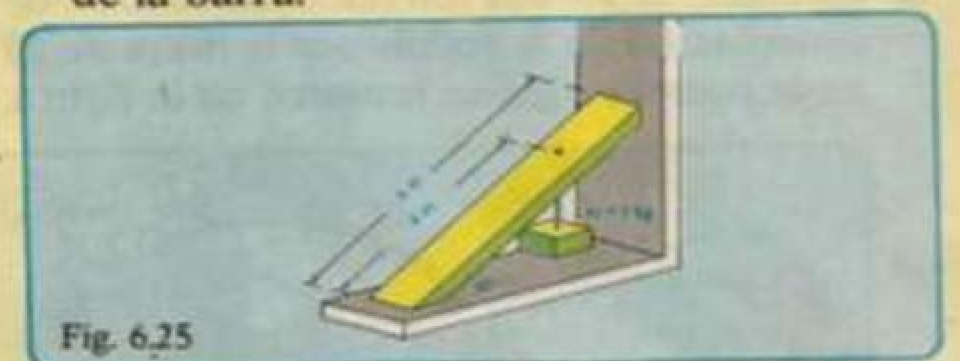


Fig. 6.25

4. Un automóvil de 2000 kg tiene ruedas de 80 cm de diámetro. Se acelera partiendo del reposo hasta adquirir una velocidad de 12 m/s en 4 s. Calcular:
a. La fuerza aceleradora necesaria.
b. El torque que aplica a cada una de las ruedas motrices para suministrar esta fuerza.

5. Calcula el valor de la masa (m) y el de *x* para que las balanzas mostradas en la figura se encuentren en equilibrio.

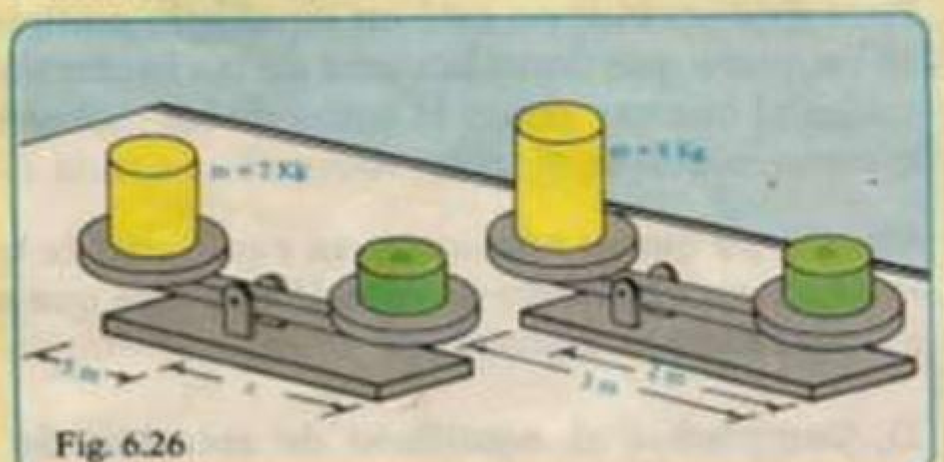


Fig. 6.26

6. Un cuerpo de 20 kg se suspende mediante tres cuerdas como muestra la figura. Calcular las fuerzas de tensión ejercida por cada cuerda.

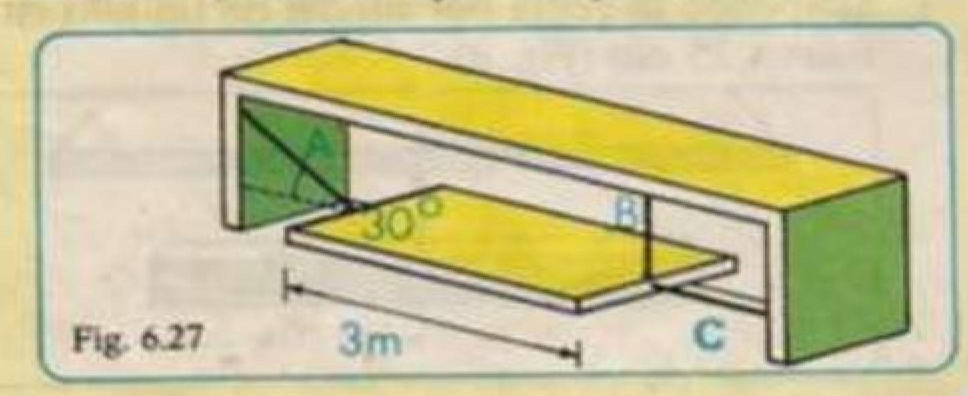


Fig. 6.27

7. Dos cuerpos de masas $m_1 = 3$ g y m_2 se encuentran suspendidos de los extremos de un alambre cuya masa es despreciable (ver figura). Calcular el valor de m_2 para que el sistema permanezca en equilibrio.

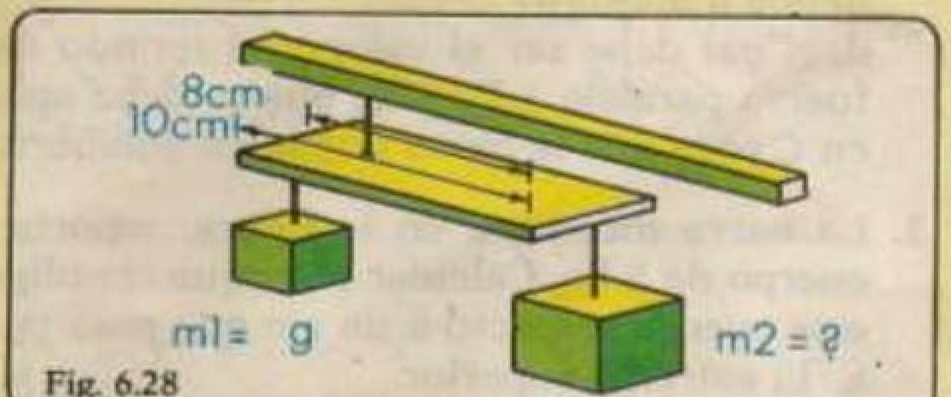


Fig. 6.28

8. Calcular el torque ejercido alrededor de la articulación de la rodilla por la masa de 10 kg en la posición que se muestra en la figura.

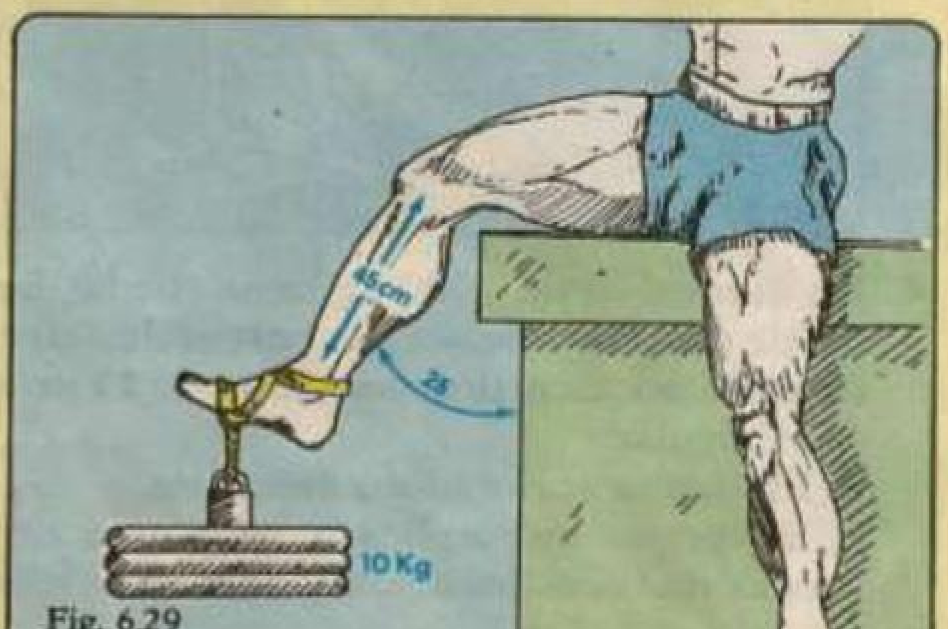


Fig. 6.29

Equilibrio completo de un cuerpo

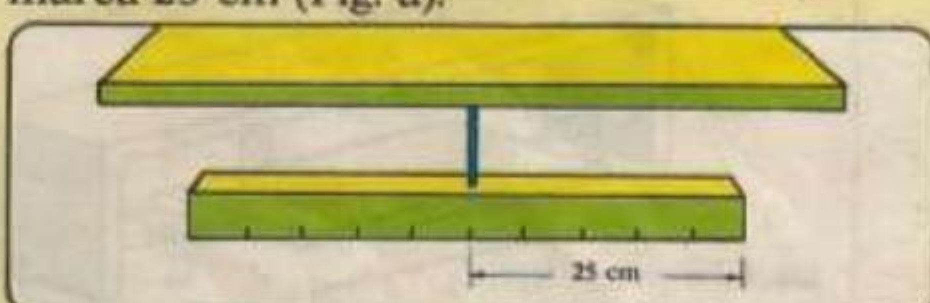
Para que un cuerpo esté en equilibrio completo, se requiere que tanto la suma de las fuerzas aplicadas al cuerpo, como la suma de los momentos o torques que se ejercen sobre él, sea nula.

Un cuerpo que se encuentra en equilibrio de traslación y en equilibrio de rotación se dice que está en equilibrio completo.

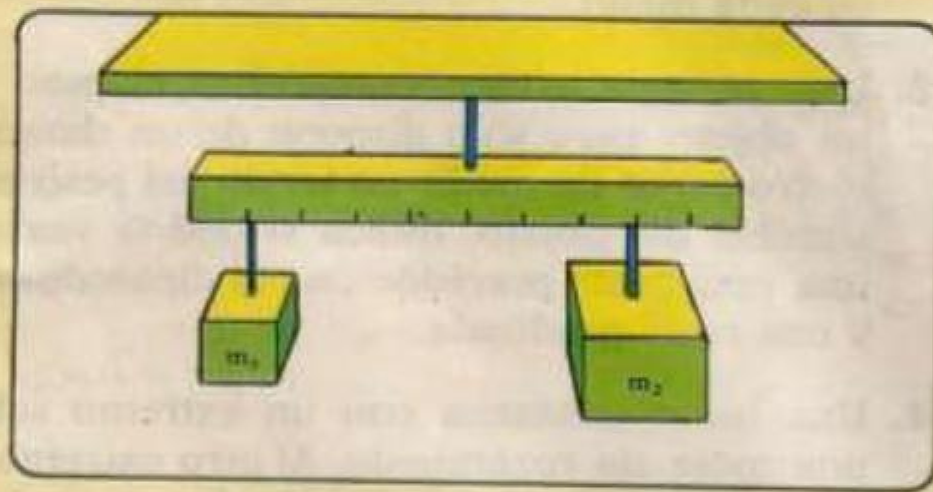
D. Comprobar el equilibrio de rotación de un cuerpo.

Utiliza como materiales una regla graduada (50 cm de largo), hilo y masas de diferentes valores.

1. Suspende la regla por medio de un hilo en la marca 25 cm (Fig. a).



2. Coloca dos masas m_1 y m_2 en diferentes marcas de tal forma que la regla permanezca en equilibrio horizontal (Fig. b).



3. Averigua las distancias entre el punto de suspensión de la regla y las masas correspondientes.

4. Consigna los valores de las masas y las distancias en una tabla de datos.

5. Repite la actividad anterior para diferentes masas y posiciones. Al colocar masas m_1 y m_2 y medir la distancia entre el punto de suspensión y dichas masas, se obtiene la siguiente tabla:

masa (g)	distancia (cm)
$m_1 = 50$ $m_2 = 25$	$d_1 = 10$ $d_2 = 20$
$m_1 = 30$ $m_2 = 20$	$d_1 = 7$ $d_2 = 7.5$
$m_1 = 15$ $m_2 = 20$	$d_1 = 12$ $d_2 = 9$

6. Determina el torque para cada uno de los casos anteriores.

7. Suma algebraicamente los torques de las fuerzas para cada caso.

8. ¿Qué puedes concluir acerca de las sumas anteriores?

9. ¿La regla se encuentra en equilibrio de rotación? ¿Por qué?

10. ¿Se encuentra un equilibrio de traslación? ¿Por qué?

Centro de gravedad de un cuerpo

El centro de gravedad de un cuerpo es el punto donde se considera aplicado el peso.

Si se considera el peso como el resultado de la acción de atracción de la Tierra sobre un cuerpo, este resultado aparece de la acción de la Tierra sobre cada partícula del mismo. Es decir, estas acciones constituyen un sistema de fuerzas aplicadas en las diferentes partículas que forman el cuerpo. O sea, el peso es el resultado de este sistema de fuerzas, y el punto donde se aplica dicho sistema se llama **centro de gravedad del cuerpo**.

El centro de gravedad para cuerpos homogéneos y de forma geométrica definida, se encuentra en el centro de simetría del cuerpo. Así, el centro de gravedad para cuerpos de forma circular, esférica, etc., se encontrará en el centro geométrico del cuerpo.

Centro de masa de un cuerpo

Centro de masa de un cuerpo es el punto en el cual al aplicar fuerzas se produce una traslación pura.

Si al aplicar una fuerza sobre un cuerpo que se encuentra en reposo, adquiere únicamente movimiento de traslación y no produce variaciones en su movimiento de rotación se dice que dicha fuerza pasa por el centro de masa del cuerpo.

Para cuerpos regulares el centro de masa coincide con el centro de gravedad.

Aplicaciones

Una palanca es, en general, una barra rígida que puede girar alrededor de un punto fijo llamado *punto de apoyo*.

El producto de la fuerza por su brazo, es igual al producto de la resistencia por su brazo.

Fig. 6.30

Una de las aplicaciones más importantes en la vida diaria es el concepto de momento de fuerza o torque en las llamadas máquinas simples que se utilizan para transformar el valor o la dirección de una fuerza.

En este estudio consideraremos la palanca y la polea.

La palanca

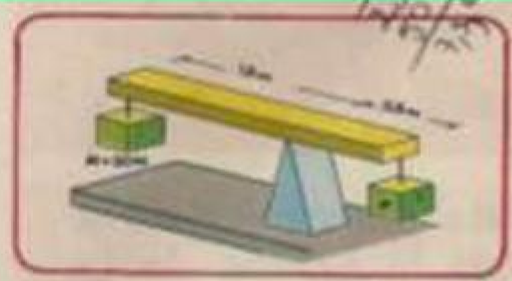
Una palanca es, en general, una barra rígida que puede girar alrededor de un punto fijo llamado **punto de apoyo**.

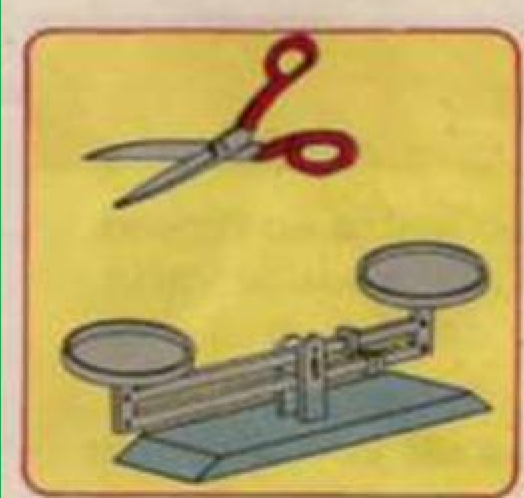
Consideremos un cuerpo que se trata de levantar utilizando una palanca. La barra colocada sobre un apoyo representa el cuerpo sólido de nuestro problema. El punto de apoyo (A) es el centro de rotación. Sobre el cuerpo actúan dos momentos de fuerzas: uno que obstaculiza originado por el peso del cuerpo, y otro que empuja originado por la mano. El peso que queremos vencer se llama **resistencia (R)**.

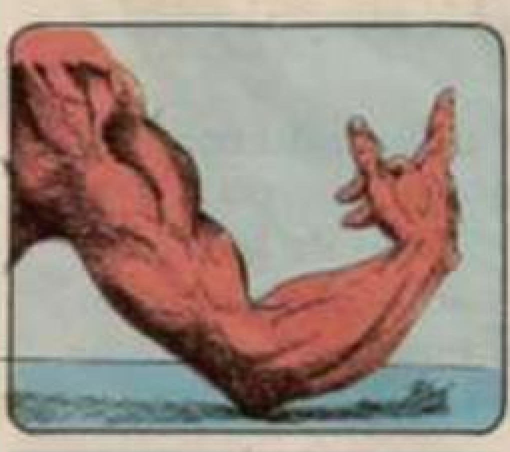
La fuerza aplicada para vencer la resistencia se denomina **fuerza motriz (F)**. La palanca se encontrará en equilibrio cuando la suma de los momentos de la fuerza F y de la resistencia R con respecto al punto A sea cero (ver figura 6.37b). Esto es: $\Sigma\ \tau_A = 0$

O sea: $\boxed{F.d = R.r}$ Lo cual representa la ley de la palanca:

El producto de la fuerza por su brazo, es igual al producto de la resistencia por su brazo.







Ejemplo 1:

Se quiere equilibrar un peso de 50 N con una palanca de 2 m de largo apoyada a 0.5 m del punto de aplicación a la resistencia. Calcular la fuerza motriz necesaria.

Solución:

Como la palanca se encuentra en equilibrio se tiene que: F.d = R.r.

Siendo d = 1.5 m; R = 50N y r = 0.5 m, se obtiene:

$$F = \frac{R.r}{d} = \frac{50\ N.0.5\ m}{1.5\ m} = 16.66\ N$$

Ejemplo 2:

Por medio de una barra de 2 m de longitud, dos hombres llevan un cuerpo de 120 N (ver figura). Si se considera despreciable el peso de la tabla, encontrar la fuerza ejercida por cada hombre.

Solución:

Las fuerzas ejercidas sobre la tabla son: F_1 y F_2 (fuerzas hechas por los hombres).

R: peso del cuerpo (ver figura). Aplicando momentos con respecto al punto A se tiene:

$$2m\ F_2 = R \cdot 1.5m \text{ de donde } F_2 = \frac{120\ N \cdot 1.5\ m}{2\ m} = 90\ N$$

Y con respecto a B:

$$F_1 \cdot 2m = 0.5m \cdot R \text{ de donde } F_1 = \frac{0.5\ m \cdot 120\ N}{2\ m} = 30\ N$$

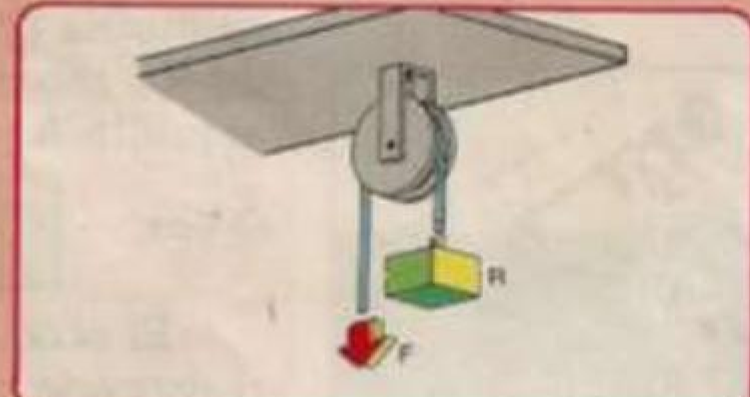
Clasificación de las palancas

Las palancas se clasifican según la posición del punto de apoyo con respecto a las fuerzas F y R en:

- **Primer género:** son aquellas cuyo punto de apoyo está entre la resistencia y la fuerza motriz. Ejemplo: balanzas de platillo, tijeras, entre otras.
- **Segundo género:** son aquellas que tienen la resistencia aplicada entre el punto de apoyo y la fuerza motriz. Ejemplo: la carretilla, el destapabotellas, etc.
- **Tercer género:** la fuerza motriz se encuentra entre el punto de apoyo y la resistencia. Ejemplo: el brazo, pinzas de coger hielo, etc.

Polea fija

Es una rueda que puede girar alrededor de un eje fijo que pasa por su centro. Es acanalada en su periferia y por ella pasa una cuerda.



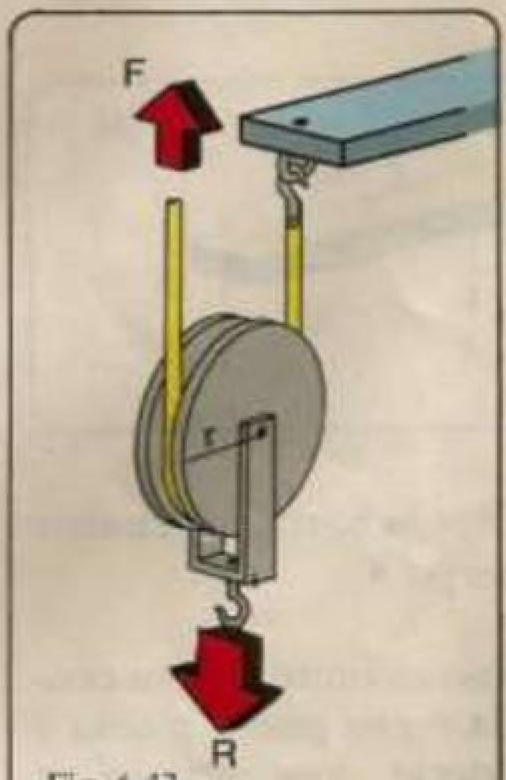


Fig. 6.43

Al sostener el peso R debemos aplicar una fuerza F. Para que la polea no rote la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas debe ser cero, o sea: $\boxed{F.r - R.r = 0}$ de donde $\boxed{F = R}$

lo cual indica que la fuerza motriz es igual a la resistencia. Se deduce que con el uso de una polea fija no se obtiene economía de fuerza. La polea fija cambia únicamente la dirección de la fuerza.

La polea móvil tiene como característica que se apoya sobre la cuerda como muestra la figura.

Polea móvil

Si se pone a trabajar una polea móvil veremos que la rotación se produce alrededor del punto 0.

Ejemplo:

El sistema que eleva el ascensor de un edificio está formado por una polea fija y una móvil. El peso máximo del ascensor cargado es de 400 N. ¿Qué fuerza habrá que hacer para levantarlo?

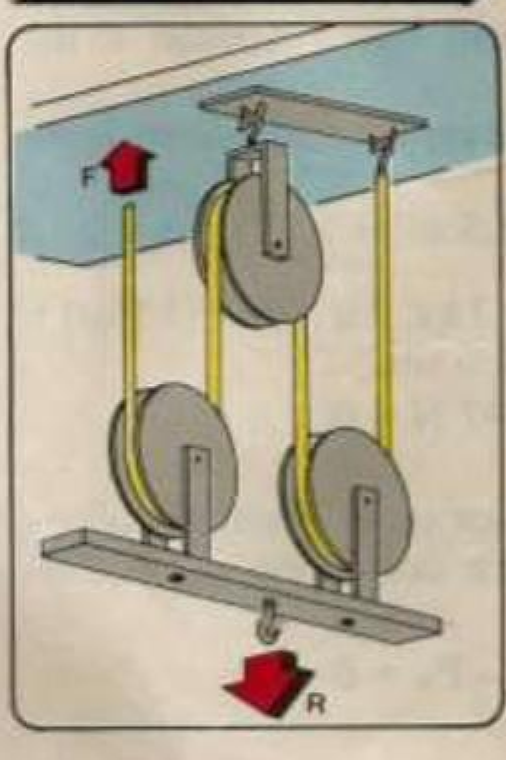
Solución:

La función de la polea fija es cambiar la dirección de la fuerza motriz ya que F = R.

La polea móvil hace que la fuerza motriz se reduzca a la mitad de la resistencia, es decir: $F = \frac{R}{2} = \frac{400\ N}{2} = 200\ N$

Polipastos

Se llaman polipastos a un sistema o a unas cuantas poleas móviles, unidas con una o varias poleas fijas. Consideremos dos casos:



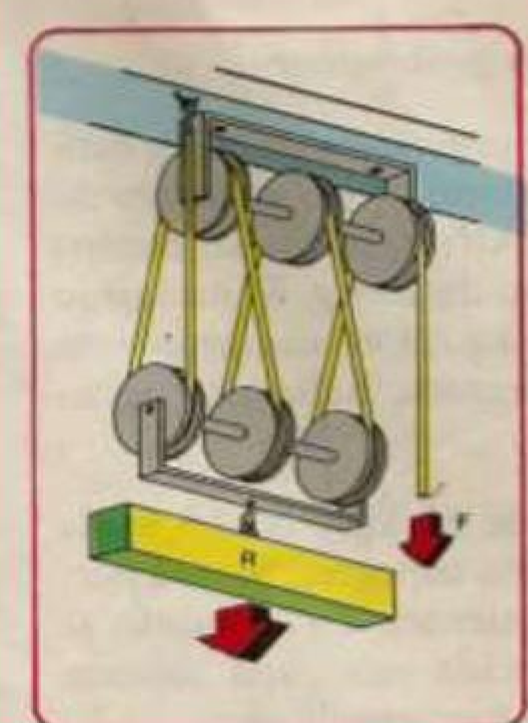
1. **Una polea fija y varias móviles.**

   La figura muestra una combinación de dos poleas móviles y una fija.

   El sistema se encontrará en equilibrio si: $\boxed{F = \frac{R}{2^2} = \frac{R}{4}}$

   Debido a que la fuerza motriz F en el eje de cada polea móvil es la mitad de la resistencia en el eje de la polea inmediatamente inferior. En general:

   Si hay n poleas móviles y una fija se tiene que: $\boxed{F = \frac{R}{2^n}}$



2. **Varias poleas fijas y varias móviles.**

   En la figura la resistencia está suspendida en cinco secciones de cuerda, cada una de las cuales realiza una fuerza igual a la quinta parte de la resistencia. Como la fuerza sólo debe sostener una de estas ramas entonces resulta que $\boxed{F = \frac{R}{5}}$

   De lo anterior se tiene que:

   Si n representa el número de poleas con el que está construido el sistema, entonces: $\boxed{F = \frac{R}{n}}$

TALLER 31

Centro de gravedad y centro de masa

A. A continuación vas a encontrar el centro de gravedad y el centro de masa de algunos objetos homogéneos.

1. Construye figuras geométricas en cartulina (triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos).

2. Suspende el objeto al cual le quieres hallar el centro de gravedad, por medio de un hilo, de puntos diferentes (ver figura).

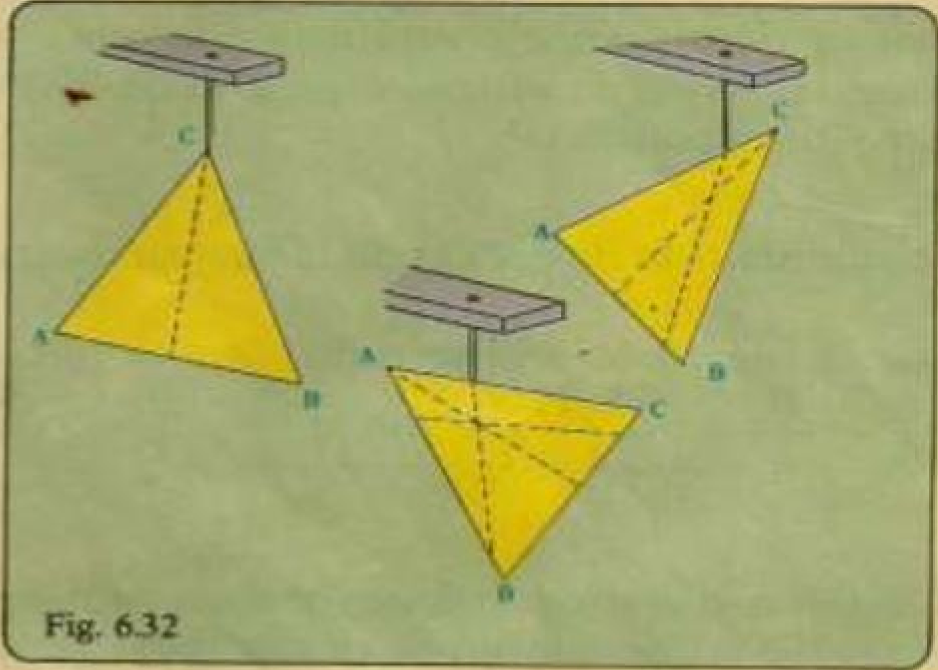


Fig. 6.32

3. A partir de los puntos de suspensión traza las verticales como se muestra en la figura.

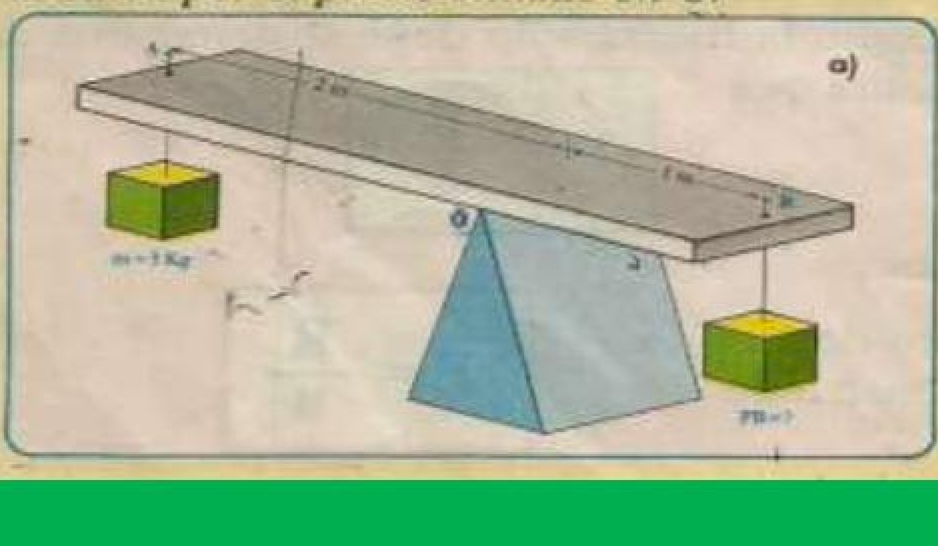
4. Halla el punto de intersección de estas tres líneas.

5. ¿Qué significado físico tiene este punto?

B. Problemas sobre equilibrio total de un cuerpo.

1. Observa la solución del siguiente problema:

Una barra uniforme de 3 kg de masa, está apoyada en el punto O. Del punto A de la barra cuelga un cuerpo de 5 kg. Hallar el peso de un segundo cuerpo colocado en B, para que la barra esté en equilibrio; y la fuerza ejercida sobre la barra por el pivote situado en O.



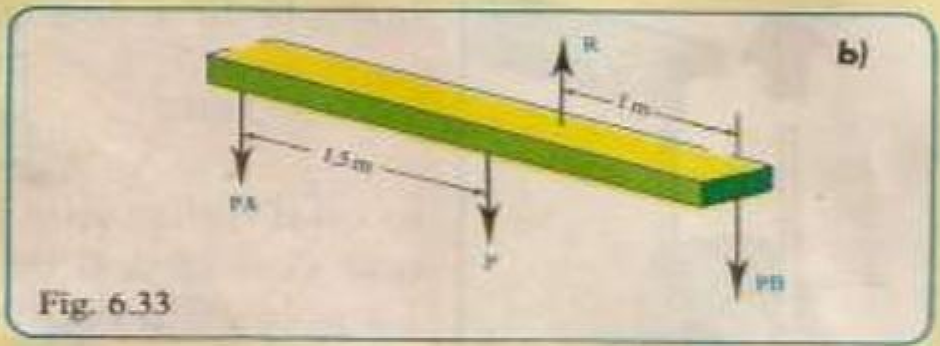


Fig. 6.33

Solución:

Las fuerzas que actúan sobre la barra son cuatro:

- El peso P_A: peso del cuerpo A;
- P_B: peso del cuerpo B;
- P: peso de la barra (como es uniforme su centro de gravedad se halla en su punto medio y en él podremos considerar concentrado su peso) y
- R: fuerza ejercida por el pivote (ver figura).

La primera condición de equilibrio indica que la suma vectorial de las fuerzas aplicadas a la barra es cero, o sea que:

$$R - P_A - P - P_B = 0 \quad (1)$$

Con esta ecuación no se puede resolver el problema pues aparecen dos incógnitas (R y P_B).

Se obtiene otra ecuación aplicando la segunda condición de equilibrio con respecto a un punto determinado.

Si la aplicamos con respecto al punto B se obtiene:

$$\Sigma\tau = -R.(1\ m) + P.(1.5\ m) + P_A\ (3\ m) = 0$$

De donde $-R\ (1\ m) + 3\ kg.\ 9.8\ m/s^2.(1.5\ m) + 5\ kg.\ 9.8\ m/s^2.(3\ m) = 0$, o sea:

$-R\ (1\ m) + 44.1\ N.m + 147\ N = 0.$

Luego, $R = 191.1\ N$.

Sustituyendo este valor en la ecuación obtenida al aplicar la primera condición de equilibrio se encuentra:

$191.1\ N - 49\ N - 29.4\ N - P_B = 0$

o sea, $P_B = 112.7\ N$

C. Resuelve los siguientes problemas:

1. Una persona que tiene una masa de 80 kg está de pie a 1 m de un extremo de un andamio de 6 m, a 2 m del mismo extremo tiene su centro de gravedad un cuerpo de 20 kg. El andamio tiene una masa de 32 kg. Si el andamio está soportado por sus extremos, hallar la fuerza en cada soporte.

2. Una viga homogénea de 60 kg y de 3.5 m de largo descansa sobre dos soportes. Si una persona de 40 kg se encuentra en el punto 0, calcular la fuerza ejercida por cada soporte para que el sistema esté en equilibrio.

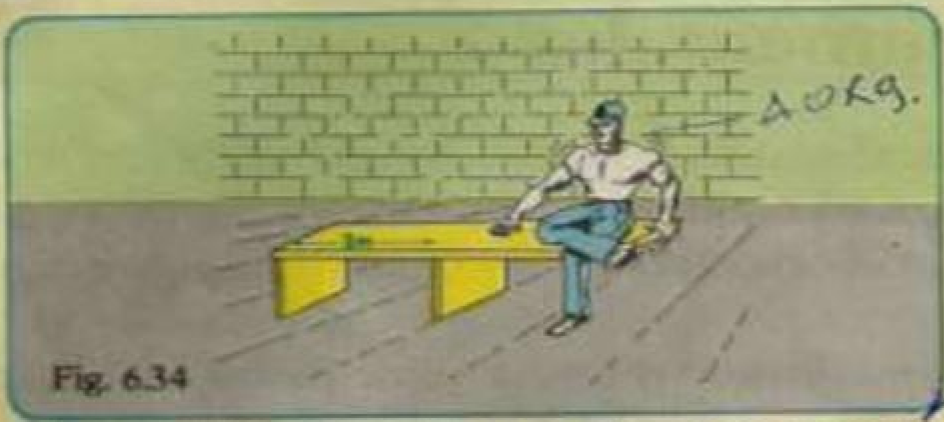


Fig. 6.34

3. El antebrazo mostrado en la figura sostiene un cuerpo de 4 kg. Si se encuentra en equilibrio, calcular la fuerza ejercida por el músculo bíceps. Considera que la masa del antebrazo es de 2 kg y actúa sobre el punto P (sugerencia: aplica torques con respecto a la articulación del codo).

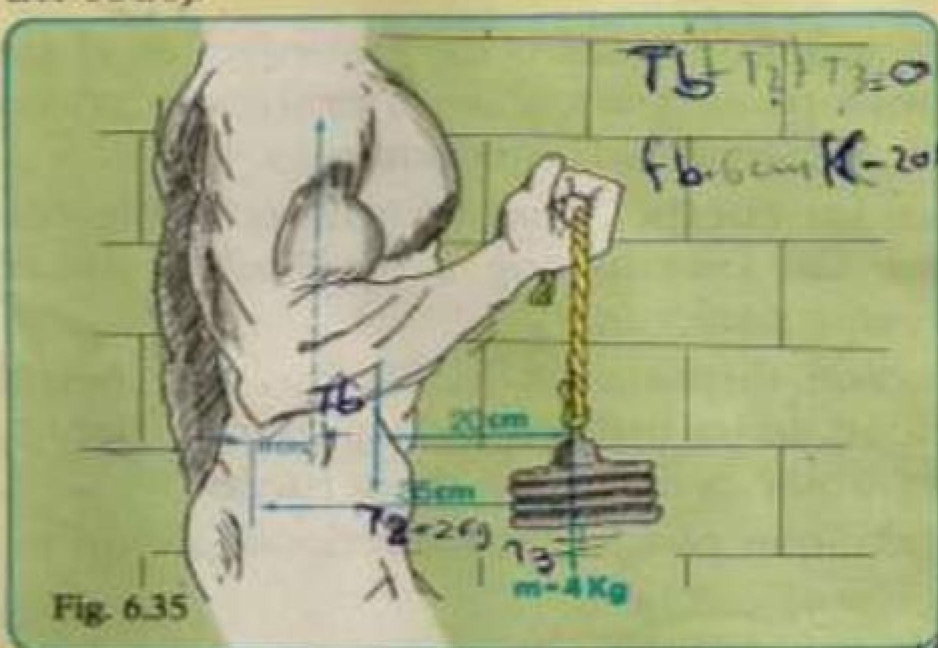


Fig. 6.35

4. Una escalera de 3 m de longitud y 8 kg de masa está recargada sobre una pared sin rozamiento como muestra la figura. Determinar el mínimo coeficiente de fricción (Us) entre el piso y la escalera, para que la escalera no resbale.

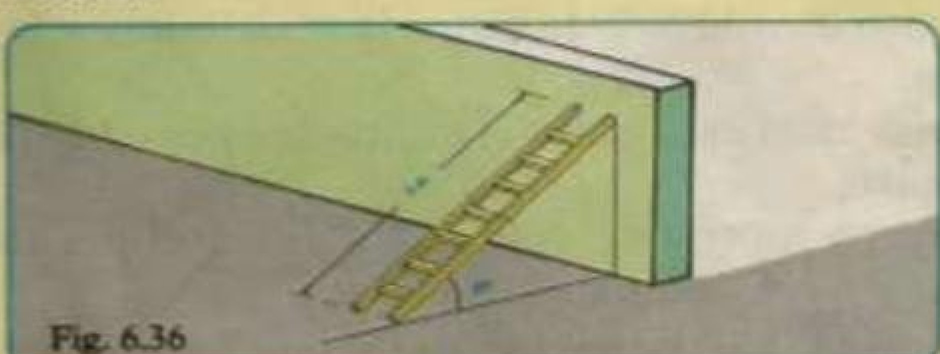


Fig. 6.36

5. Encontrar la masa del cuerpo homogéneo mostrado en la figura, si el dinamómetro marca 35 newton ($g = 10\ m/s^2$).

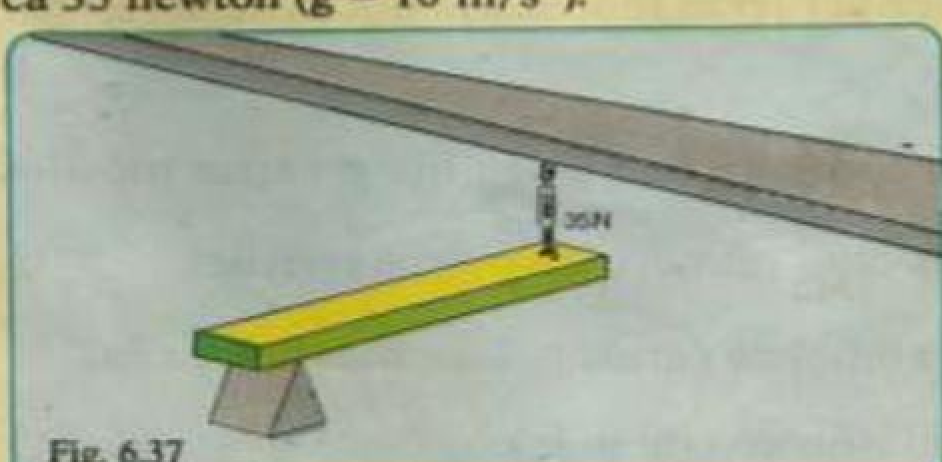


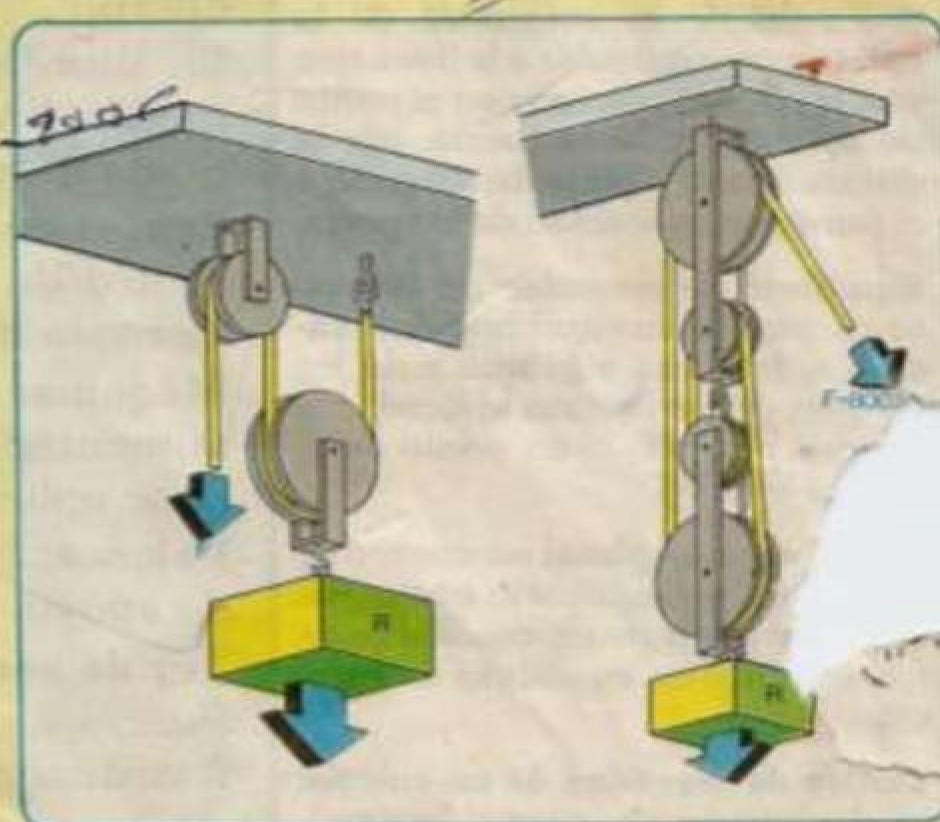
Fig. 6.37

6. En los extremos de una palanca de primer género de 10 kg, cuelgan dos masas de 3 kg y 9 kg. ¿Dónde se encuentra el punto de apoyo, si la palanca mide 40 cm y se encuentra equilibrada?

7. Una palanca de tercer género mide 50 cm y tiene una masa de 250 g; si a 30 cm del punto de apoyo se coloca una masa de 300 g, ¿qué resistencia se podrá equilibrar?

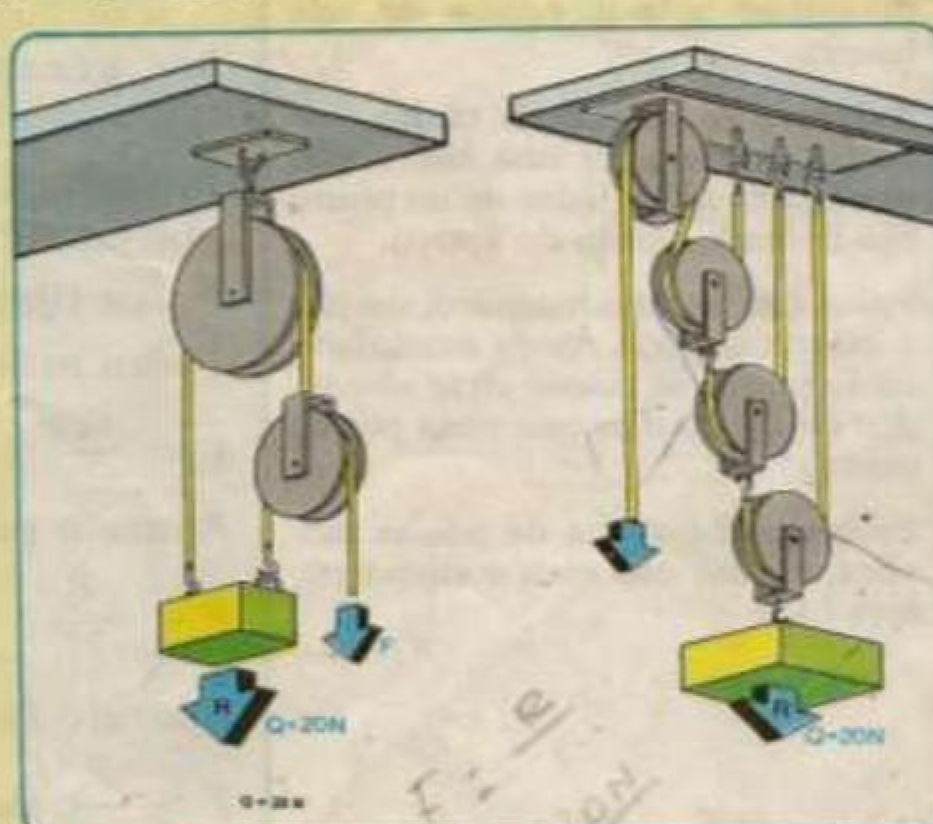
8. En el sistema mostrado en la figura R = 380 N. ¿Cuánto vale la fuerza motriz F?

9. En el polipasto mostrado en la figura, la fuerza F vale 800 N. ¿Cuánto vale la resistencia R?



10. Hallar la fuerza F necesaria para encontrar el equilibrio:

a. Q = 20 N
b. Q = 20 N



Ideas fundamentales

GLOSARIO

Estática: estudia las condiciones de equilibrio de un cuerpo.

Equilibrio de un cuerpo: un cuerpo está en equilibrio cuando su estado de reposo o movimiento no experimenta cambio alguno.

Equilibrio de traslación: un cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación si la suma de las fuerzas que se ejercen sobre él es cero.

Torque o momento de fuerza: es el producto de la magnitud de la fuerza perpendicular a la línea que une el eje de rotación con el punto de aplicación de la fuerza por la distancia entre el eje de rotación y el punto de aplicación de la fuerza.

Equilibrio de rotación: un cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si la suma algebraica de los ...rques de las fuerzas aplicadas al ...rpo, respecto a un punto cual... ...a es cero.

...brio completo: un cuerpo se ...tra en equilibrio completo, s... ...cuentran en equilibrio de tras... ...ón y en equilibrio de rotación.

Centro de gravedad de un cuerpo: es el punto donde se considera aplicado el peso.

Centro de masa: es el punto en el cual al aplicar fuerzas se produce una traslación pura.

Máquina simple: es un dispositivo que se utiliza para transformar la magnitud o la dirección de una fuerza.

Palanca: se considera como máquina simple y es una barra que puede rotar alrededor de un punto fijo llamado punto de apoyo.

Polea fija: es una máquina simple, y consta de una rueda acanalada en su periferia, puede girar alrededor de un eje fijo que pasa por su centro.

Polipastos: sistema de poleas móviles, unidas con una o varias poleas fijas.

Concepto de Estática: estudia las condiciones bajo las cuales un cuerpo se encuentra en equilibrio.

Equilibrio Total: un cuerpo está en equilibrio total si se encuentra:

- **En equilibrio de traslación:** o sea, la suma de las fuerzas que actúa sobre el cuerpo es igual a cero ($\Sigma F = 0$).
- **En equilibrio de rotación:** o sea, la suma o los momentos o torques con respecto a un punto debe ser igual a cero.

Centro de gravedad: es el punto en el cual se considera está concentrado todo el peso del cuerpo, o, el punto de aplicación de la resultante de los pesos de las partículas individuales del cuerpo.

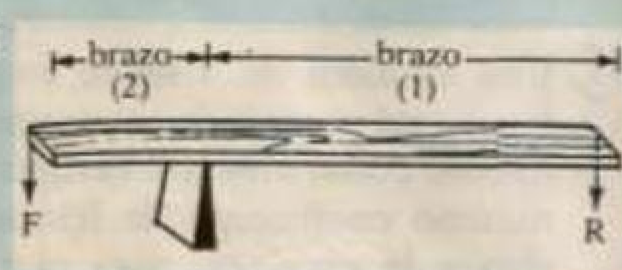
En una barra homogénea el centro de gravedad es el punto medio. En una figura plana triangular el centro de gravedad es el punto de intersección de sus medianas.

Centro de masa: en los cuerpos homogéneos coincide con su centro de gravedad. Las fuerzas que actúan sobre su centro de masa no producen rotaciones.

Máquinas simples: son dispositivos mecánicos que permiten aumentar la velocidad de un trabajo, o disminuir la fuerza que debe aplicarse, o cambiar la dirección de la fuerza.

Palanca: barra rígida, que puede girar alrededor de un punto de apoyo.

Ley de equilibrio de la palanca:
Fuerza motriz × brazo (1) =
Resistencia × brazo (2)



Clasificación de las palancas:

1er género: el punto de apoyo está entre la resistencia y la potencia.

2do. género: la resistencia está entre el punto de apoyo y la fuerza motriz.

3er. género: la fuerza motriz se encuentra entre el punto de apoyo y la resistencia.

Poleas: rueda que puede girar alrededor de un eje fijo que pasa por su centro.

Polea fija: cambia únicamente la dirección de la fuerza.

Polea móvil: reduce la fuerza motriz a la mitad de la resistencia.

$$F = \frac{R}{2}$$

Aparejo potencial: combina una polea fija y varias móviles.

$F = \dfrac{R}{2^n}$ donde n es el número de poleas móviles.

Aparejo factorial: combina varias poleas móviles y fijas.

$F = \dfrac{R}{n}$ siendo n el número de poleas.

Evaluación

A. Selecciona la respuesta correcta:

1. Cuando la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a cero se puede asegurar, que el cuerpo:

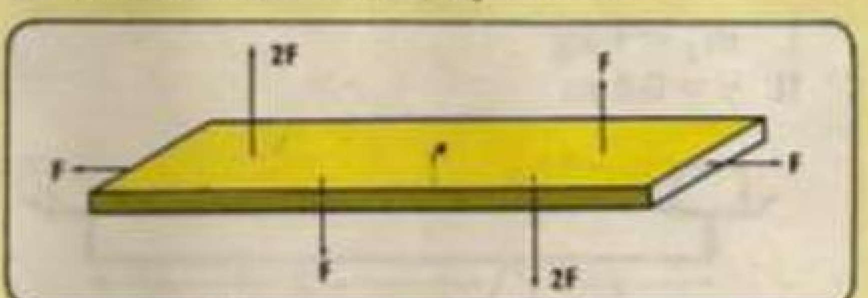
a. Está en reposo.
b. Se mueve con velocidad constante.
c. Está en equilibrio de traslación.
d. Todos los anteriores.

2. Un cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si:

a. La suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es igual a cero.
b. La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es diferente de cero.
c. La suma algebraica de los torques de las fuerzas con respecto a cualquier punto es igual a cero.
d. Si rota con rapidez variable.

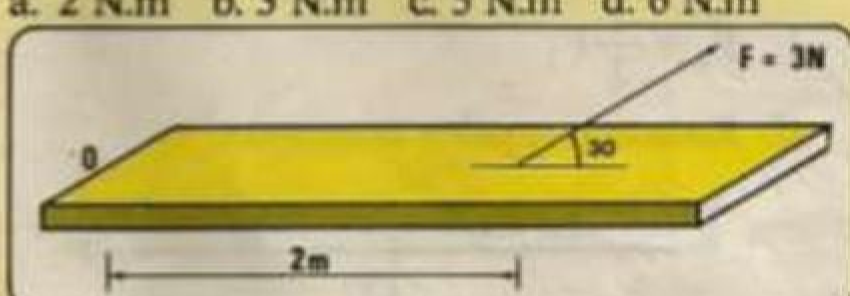
3. El cuerpo mostrado en la figura:

a. Se encuentra en equilibrio completo.
b. Se encuentra en equilibrio de traslación.
c. Se encuentra en equilibrio de rotación.
d. No se encuentra en equilibrio.



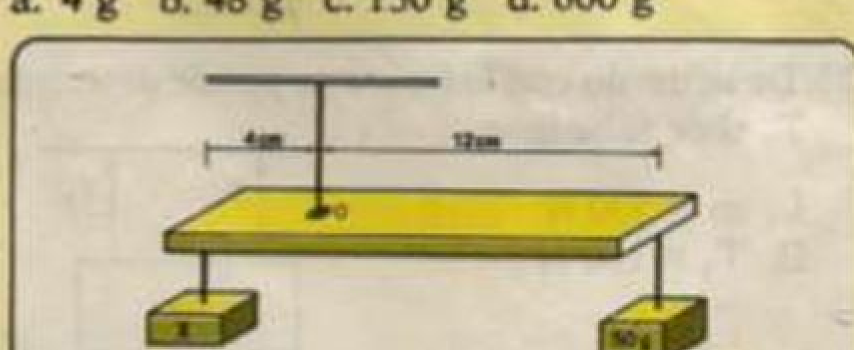
4. En la figura el torque con respecto a *O* producido por la fuerza F es de:

a. 2 N.m b. 3 N.m c. 5 N.m d. 6 N.m



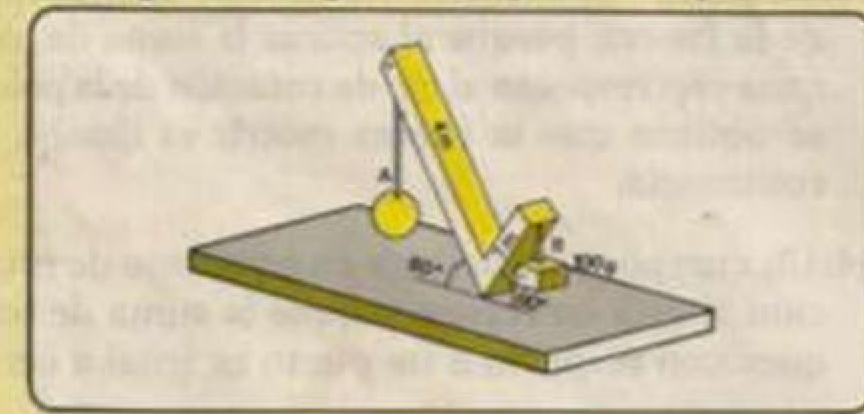
5. La regla mostrada en la figura se encuentra suspendida del punto *O*. El valor de la masa desconocida, que hace que la regla esté en equilibrio es de:

a. 4 g b. 48 g c. 150 g d. 600 g



6. En la figura habrá equilibrio si la masa de A es de:

a. 25 g b. 100 g c. 200 g d. 400 g

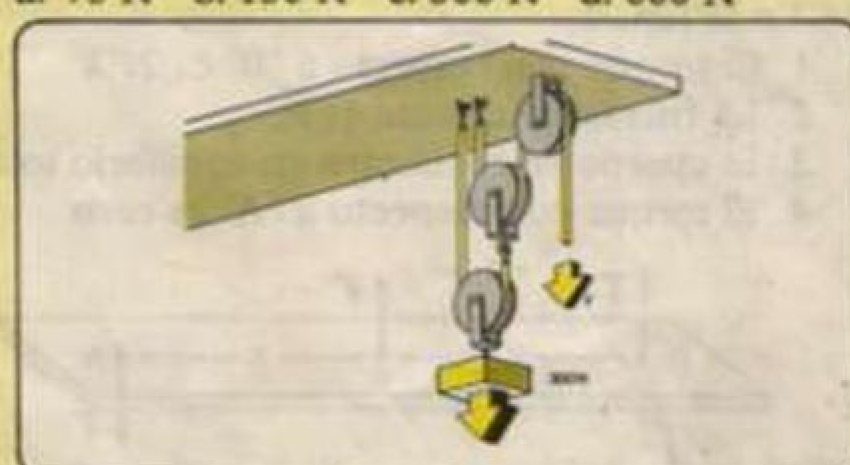


7. Un cuerpo de 20 N pende de una cuerda. La tensión de la cuerda es de:

a. 10 N b. 20 N c. 30 N d. 40 N

8. La fuerza motriz F para que el cuerpo mostrado en la figura ascienda con velocidad constante es de:

a. 75 N b. 150 N c. 300 N d. 600 N



B. Cada enunciado del 9 al 15 consta de una afirmación y una razón precedida de la palabra **"porque"**. Ajusta tus respuestas a las siguientes condiciones:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si ambas, afirmación y razón son falsas.

9. La torre inclinada de Pisa se encuentra en equilibrio total **porque** la suma de fuerzas actúa sobre cualquier punto de la torre es cero.

10. El martillo utilizado para extraer clavos es una palanca de segundo género, **porque** el punto de apoyo está entre la resistencia y la fuerza motriz.

11. El torque o momento es una cantidad vectorial **porque** la fuerza y la distancia entre el eje de rotación, y el punto donde se aplica dicha fuerza son vectores.

EVALUACION

12. El efecto de traslación y rotación de una fuerza depende del punto de aplicación, **porque** si la fuerza se aplica en el centro de gravedad del cuerpo éste no rota sino se traslada.

13. La polea fija únicamente cambia la dirección de la fuerza, **porque** al aplicar la suma de torques con respecto al eje de rotación de la polea se obtiene que la fuerza motriz es igual a la resistencia.

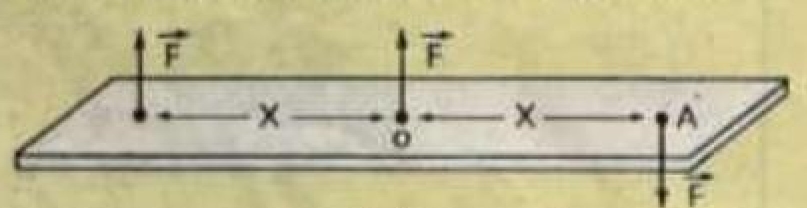
14. Un cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si está en reposo **porque** la suma de torques con respecto a un punto es igual a cero.

15. Para todo cuerpo el centro de masa coincide con el centro de gravedad **porque** al aplicar fuerzas en el centro de gravedad se produce una traslación pura.

C. Selecciona y escribe en tu cuaderno la respuesta correcta.

16. En la figura:

1. El torque con respecto a "0" es 2FX
2. La fuerza resultante es $\vec{F}$.
3. El cuerpo se encuentra en equilibrio total.
4. El torque con respecto a "A" es cero.

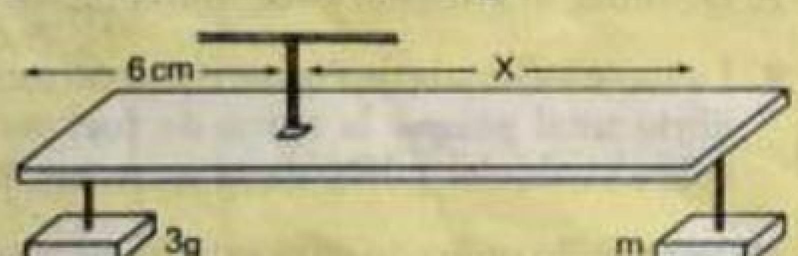


17. Un cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación sí:

1. La suma de torques es igual a cero.
2. No rota.
3. La fuerza resultante que sobre él actúa es cero.
4. Se mueve en línea recta con velocidad constante.

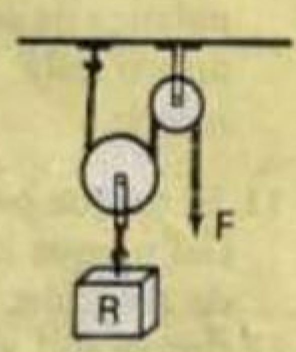
18. Para que la balanza esté en equilibrio:

1. X = 9 cm.   3. m = 2 g.
2. X = 5 cm.   4. m = 3 g.



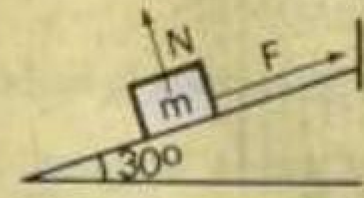
19. Para que el sistema esté en equilibrio se requiere:

1. R = 30 N
2. R = 15 N
3. F = 15 N
4. F = 30 N



20. En la figura:

1. F = mg cos 30°
2. F = mg sen 30°
3. N = mg sen 30°
4. N = mg cos 30°



D. En las preguntas del 21 al 25, decide si las informaciones I y II son necesarias o suficientes para resolver el problema.

Elabora una tabla de respuestas, así:

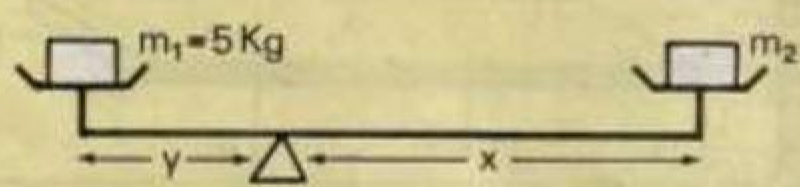
A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son suficientes.
D, si cualquier información I ó II es suficiente.
E, si con la afirmación I y II no es suficiente.

21. Se puede asegurar que un cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación si se sabe que:

I. La suma de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es cero.
II. El cuerpo está en reposo.

22. Se puede conocer el valor de *X* para que la balanza se encuentre en equilibrio si se sabe que:

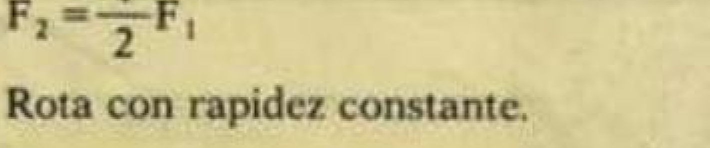
I. $m_2 = 1$ kg
II. y = 0.2 m



23. El cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación si se sabe que:

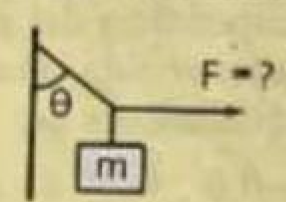
I. $F_2 = \frac{1}{2} F_1$

II. Rota con rapidez constante.



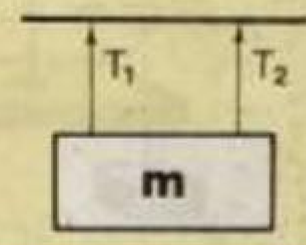
24. Se puede determinar la fuerza F si se sabe que:

I. m = 3 kg
II. $\theta = 30°$

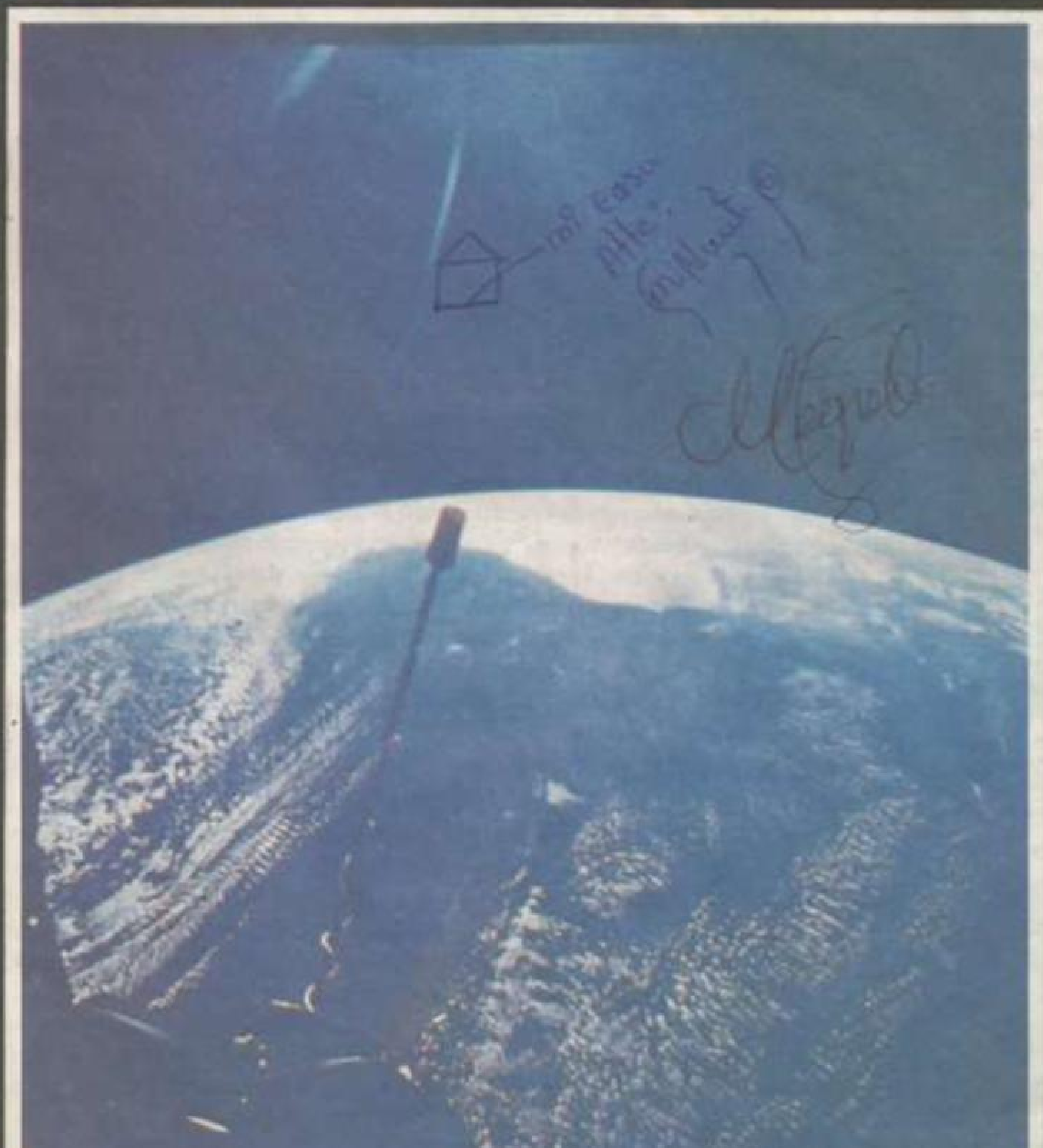


25. De acuerdo con la figura se puede determinar T_1 si se sabe que:

I. m = 300 N
II. $T_2 = 150$ N



UNIDAD 7
Gravitación



Objetivos

1. Reconocer los pasos dados por la humanidad en el conocimiento del universo.
2. Interpretar el movimiento planetario desde un punto de vista científico, aplicando la ley de gravitación universal.
3. Estar en capacidad de recibir información sobre los últimos adelantos en astronomía.

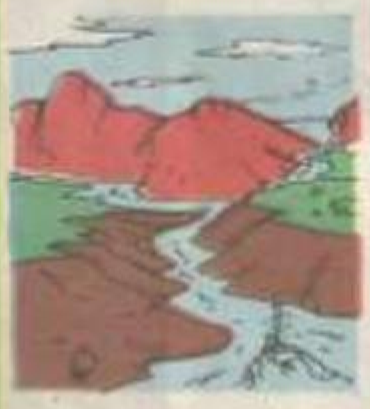
Introducción

La observación de las estrellas, bien sea con fines científicos, supersticiosos y en algunos casos como forma de inspiración poética, ha sido una actividad de la humanidad, durante todos los siglos de civilización. La astronomía fue el pilar de las ciencias en muchas culturas, en especial en la Helenística; hoy en día la astronáutica se ha convertido en fundamento del desarrollo técnico y científico de la actual revolución tecnológica, donde la construcción de satélites, cohetes y laboratorios espaciales involucra un gran número de los hombres dedicados a la ciencia y del presupuesto dedicado para la investigación científica. Gran parte del bienestar de las futuras generaciones será el fruto del actual impulso a la investigación donde la comunicación vía satélite es un ejemplo sencillo de la importancia de los adelantos técnicos en la vida cotidiana.

Agricultura y calendarios

Cuando la economía se basó en la agricultura, los pueblos primitivos, necesitaron de la observación de las estaciones y prever la época de siembra por medio de un calendario que ilustrara debidamente sobre los cambios del año.

Mesopotamia

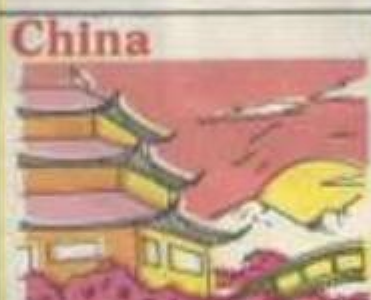


En Mesopotamia, la mayor parte de la tierra pertenecía a los templos. La sucesión de las estaciones estaba regulada por los dioses, por lo tanto las operaciones agrícolas estaban bajo la jurisdicción de las diversas deidades. Los primeros astrónomos fueron los sacerdotes porque disponían del tiempo adecuado al no estar ocupados en actividades agrícolas y estar interesados tanto desde el punto de vista agrícola, como desde el punto de vista ritual. Anualmente se presentaban inundaciones al sur de Mesopotamia, de las cuales dependían todas las actividades agrícolas de la región; su incertidumbre hacía esencial el calendario pero dificultaba su elaboración. El fenómeno más importante que se repetía en forma periódica, era el de los cambios de la Luna. Por tanto el calendario babilónico, se basaba en los meses lunares, de 29 ó 30 días cada uno. La experiencia en un período muy breve, bastó para mostrar que el número de los meses más largos y más cortos era aproximadamente el mismo y que también al término de 12 meses lunares se volvía a las condiciones iniciales de comienzo de estación. De esta forma se constituyó el año lunar.

Egipto

En Egipto al igual que en Mesopotamia, los agricultores, los sacerdotes y más tarde los mercaderes necesitaron una medición del tiempo que regulara sus actividades. Los egipcios tenían la ventaja que la crecida del río Nilo, con su promesa de nueva vida después que la Tierra había sido abrazada hasta la esterilidad por el calor del verano, se repite con asombrosa puntualidad; este era el acontecimiento más importante para el pueblo agrícola. Los egipcios establecieron que la duración media del período entre inundación e inundación era de 365 días, estableciendo de esta forma un año independiente de las observaciones astronómicas. El año se dividió en tres estaciones cada una con cuatro meses de 30 días, inicialmente meses lunares pero luego se organizaron los días de cada mes para ajustar los días del año al día de la inundación.

China



Los chinos utilizaron un calendario mixto lunar-solar. El día comenzaba con la salida del Sol. Los meses eran lunares y comenzaban después de la noche cuando no hay Luna. El mes consistía en 29 ó 30 días. El año estaba compuesto de 365 días, había doce meses en el año y el necesario número de días se completaba con el uso de meses intercalares; el año comenzaba con la primavera, pero el primer mes no era el mismo en todos los calendarios.

América Pre-colombina

En el nuevo mundo también se desarrolló la astronomía relacionada con el calendario. La civilización Maya que florecía en el año 1000 de nuestra era, poseía un lenguaje escrito, destreza en la ingeniería y en las artes; desarrollaron un sistema aritmético mucho más avanzado que el europeo. Por ejemplo tenían un símbolo para el cero y a pesar de ser buenos matemáticos nunca describieron el movimiento de los astros, exceptuando los más sencillos. Sus rituales estaban obsesionados con el paso del tiempo y esta preocupación dominó la astronomía. En el año 776 se reunió una conferencia de astrónomos con el fin de resolver el problema aritmético de computación de los dos calendarios que ellos llevaban, uno divino y el otro profano.

La astronomía en Grecia

Fue en Grecia donde la Astronomía logró grandes avances que influyeron en épocas sucesivas en forma determinante. Las realizaciones con sus protagonistas en este período son:

Tales de Mileto	Sobre este eminente científico son pocos los datos que se tienen. Se calcula su nacimiento alrededor del año 640 antes de nuestra era. Murió a los 78 años de edad. Según Tales, la Tierra tiene forma de disco flotante sobre el agua. La bóveda celeste delimita con otro universo y las estrellas pasan detrás de la Tierra. Según Heródoto, Tales predijo el eclipse solar del 28 de mayo de 585 a. de C.
Ferecides de Lenos	Observó el movimiento aparente del Sol y construyó el primer reloj de sol.
Anaximandro de Mileto	Quien vivió entre 611 y 547 a. de C., fue el primero en describir en forma concreta la superficie de la Tierra y observar las dimensiones y las distancias de los cuerpos celestes. Describió la Tierra como un disco plano en el centro del Universo. El Sol, la Luna y las estrellas estaban incluidos en anillos opacos que giraban alrededor de la Tierra y eran visibles a nosotros por medio de aberturas situadas en estos anillos.
Anaxímenes de Mileto	Nació en 570 a. de C.; amplió las ideas de Anaximandro y pensó que el Universo estaba vivo. Pensó que la Tierra era chata y se sostenía en el aire.
Pitágoras	Concibió la esfericidad de la Tierra. Esta idea tuvo el mérito que ningún filósofo posterior se pudo apartar de la conformación esférica de la Tierra. Pitágoras creó una escuela de tipo místico, donde se destaca su discípulo Filolao de Taranto (480-400) quien sostenía que la Tierra no es el centro del Universo, sino uno de los planetas que al igual que los otros gira alrededor de un fuego central invisible para los hombres, porque estaba situado en la cara terrestre opuesta a la que vivimos. Para equilibrar el sistema planetario supuso la existencia de la "Antitierra". Para Filolao había diez esferas, conformadas por cinco planetas, Sol, Luna, Tierra, Antitierra y esfera de las estrellas.
Platón	(427-347 a. de C.): uno de los más grandes filósofos y admiradores de la astronomía. Platón valoraba la consistencia de una ciencia de acuerdo con su grado de matematización. Por esta razón, consideraba la irregularidad del movimiento en los planetas como incompatibles con la perfección ideal del Universo y por lo tanto trató de verlos como resultado de movimientos circulares simples. Esta idea ha prevalecido hasta la ciencia de hoy y fue muy importante en el desarrollo posterior de la astronomía ya que todos los astrónomos se preocuparon por lograr una simplificación mayor en la descripción del sistema planetario.

Anaxágoras	(500-428), estudió por primera vez un meteorito de lo cual concluyó que el Sol es mineral. Esto le acarreó un juicio por hereje. También analizó el comportamiento de la luz y dedujo que la Luna no tenía luz propia, sino que simplemente reflejaba la luz solar. Explicó las fases de la Luna y el por qué de los eclipses.
Eudoxo de Cnido	Describió el Universo siguiendo las ideas de Platón y consideró que éste estaba conformado por 27 esferas concéntricas, con la Tierra en el centro (concepción geocéntrica). Esta idea fue ampliada por Calipo, quien consideró la existencia de 34 esferas concéntricas y luego por Polemanco hasta 56 esferas.
Aristóteles	El gran sistematizador de las ciencias antiguas. Aristóteles acepta la teoría de Eudoxo, de las esferas concéntricas. Las describe como una serie de esferas cristalinas, en el centro de las cuales estaba la Tierra. La atmósfera circunda la Tierra y alrededor de ésta, de acuerdo con su densidad, están dispuestas las esferas de los elementos naturales puros: tierra, agua, aire y fuego. Además de la esfera del fuego se encontraba el éter, elemento celeste que Aristóteles no describe. Luego, había siete esferas que correspondían a los planetas conocidos y finalmente una esfera fija donde se encontraban las estrellas fijas. Todo este conjunto del Universo estaba encerrado dentro de una gran esfera divina, desde donde se regía todo el movimiento del universo.
Heráclides	Contemporáneo de Aristóteles, pensó por primera vez que la Tierra gira alrededor de su eje en 24 horas, pero consideraba a nuestro planeta inmóvil en el centro del Universo. El Sol giraba alrededor de la Tierra y los planetas Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno, alrededor del Sol.
Aristarco de Somos	Fue el astrónomo más innovador de la antigüedad. Al contrario de Aristóteles, planteó por primera vez el heliocentrismo. Aristarco midió las distancias del Sol a la Tierra y de la Luna a la Tierra, utilizó el método trigonométrico de triangulación y determinó por medio del paralelaje la distancia que separa a las estrellas fijas de la Tierra.
Hiparco	Estableció la posición de 800 estrellas más o menos, y las clasificó de acuerdo con su luminosidad. Introdujo el concepto de los epiciclos y de excentricidad en el movimiento de los planetas. Hiparco logró determinar la duración del mes lunar y la del año solar, con un error respectivamente de un segundo y seis minutos.
Tolomeo	Fue el último y más importante astrónomo de la antigüedad. Realizó un estudio completo sobre Astronomía y Geografía, recopilado en el libro: "El almagesto", publicado el año 150 d. C., traducido al árabe en 827 y al Latín en 1175. Tolomeo consideraba a todos los cuerpos celestes girando con movimiento uniforme en órbitas circulares, cuyos centros se mueven en circunferencias un poco excéntricas alrededor de la Tierra. La Tierra ocupa el centro del Universo y se encuentra respecto a las órbitas planetarias dentro del círculo principal de sus órbitas. La Luna, los planetas Mercurio y Venus, el Sol, y los planetas Marte, Júpiter y Saturno, giraban en torno a la Tierra. Finalmente, las estrellas fijas giraban en una órbita exterior.

De la edad media a la revolución científica

Después de Tolomeo, la civilización griega decayó y fueron escasos los progresos astronómicos. La ciencia queda prácticamente limitada a la cosmogonía de Aristóteles. Tolomeo permaneció como dogma durante más de mil años. Desgraciadamente durante este período se deshechó la idea de heliocentrismo en el movimiento planetario. Sin embargo, varios siglos después de la muerte de Tolomeo, los árabes comenzaron a interesarse seriamente en la astronomía, midieron las posiciones de muchas estrellas con un buen grado de precisión y asignaron nombres a las constelaciones. Sin embargo, sus investigaciones estaban más interesadas en la Astrología que en la Astronomía.

El siglo XVI marca el Renacimiento europeo en todos los aspectos de la cultura: arte, literatura, escultura, música, ciencia, etc., despiertan después de un sueño profundo de 1200 años.

Copérnico

La revolución en Astronomía se inicia con Nicolás Copérnico, distinguido eclesiástico y humanista polaco, quien había estudiado medicina y derecho en Italia, a solicitud del Papa, quien lo contrató para estudiar la reforma al calendario.

Copérnico estudia el legado de las diferentes teorías sobre Astronomía y sintetiza su posición en siete postulados:

Los siete postulados de Copérnico

1. **Todas las esferas celestes tienen un centro común.**
2. **El centro de la Tierra no es el centro del Universo, sino de la gravedad.**
3. **Todos los cuerpos celestes giran alrededor del Sol, que es el centro del Universo.**
4. **La distancia que separa a la Tierra del Sol es insignificante con relación a la distancia que separa a la Tierra de las estrellas fijas.**
5. **El movimiento común de todos los fenómenos celestes se debe, no al movimiento del cielo, sino al de la Tierra.**
6. **El Sol está inmóvil y su movimiento aparente no es más que la proyección en la bóveda celeste del movimiento de la Tierra.**
7. **Las estaciones, las retrogradaciones y otros movimientos, son aparentes y debidos a la proyección del movimiento de la Tierra en la bóveda celeste. De esta forma se había dado un paso en la interpretación del Universo pero las órbitas circulares del sistema copernicano muy pronto se mostraron insuficientes para explicar las nuevas observaciones que se hacían en la época.**

Tycho Brahe

(1546-1601). Durante más de diez años observó los cielos, tomó gran cantidad de datos, fruto de paciencia y dedicación científica nunca antes observadas. Brahe formula una nueva teoría basada en sus observaciones. La Tierra se encontraba en el centro de las órbitas de la Luna, el Sol y de las estrellas fijas, mientras que el Sol era el centro de las órbitas de los otros planetas.

Juan Kepler

Cuando Tycho Brahe muere en 1601, su ayudante Juan Kepler continuó con las observaciones. Kepler rechaza la visión geocéntrica de su predecesor y por primera vez libera a las órbitas del perfeccionismo de la circunferencia; Kepler busca las leyes descriptivas del movimiento planetario sin plantearse nunca las causas dinámicas de este movimiento. Entre 1609 y 1613 formula las tres leyes del movimiento planetario.

Leyes de Kepler

Ley de las órbitas: las órbitas de los planetas son elípticas, en uno de cuyos focos se encuentra el Sol.

Ley de las áreas: el radio que une al Sol con el planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.

Esta ley significa que el movimiento no es circular uniforme.

Ley de los periodos: la relación entre los cubos de los semiejes mayores y los cuadrados de los periodos es la misma para todos los planetas.

$$\frac{R^3}{T^2} = 3.39 \times 10^{18}\ \frac{m^3}{s^2}$$

TALLER 32

La Luna y sus fases

A. La Luna es el cuerpo celeste que más ha influido en el desarrollo cultural de los pueblos. Con este taller vas a iniciar la observación de la Luna y estudiar sus diferentes fases; la duración es aproximadamente de cuatro semanas.

1. Consulta un almanaque y escribe las fechas en las cuales se presenta Luna Nueva, Creciente, Llena y Menguante.

2. Inicia las observaciones en la fecha en que la Luna Creciente es apenas visible en el atardecer. Observa y dibuja con exactitud la posición de la Luna con relación a los accidentes importantes del lugar (torres, edificios, montañas). Determina con la mayor exactitud en grados sobre el horizonte, consigna este dato en el dibujo. Observa también, la dirección de los cuernos de la Luna y la forma del Creciente lo más exactamente posible.
Repite la misma observación dos horas más tarde tomando nota de la hora.

3. Efectúa repetidas observaciones de la misma manera cada noche, durante dos semanas y redacta un informe de estos. Indica la forma como varía de una noche a otra la iluminación de la Luna y su posición aparente, cómo están orientados sus cuernos, cómo varía la posición de la Luna en el curso de una noche, las razones de dicha variación.

4. En las cercanías del Cuarto Menguante (consulta el almanaque) repite las observaciones pero al amanecer. ¿De qué manera concuerdan estas últimas observaciones con las realizadas en el anochecer?
Compara tus observaciones con la información dada en la página 132.

5. La Luna gira alrededor de la Tierra en un período de 27.5 días aproximadamente y al mismo tiempo da una vuelta completa alrededor de su propio eje. Este fenómeno explica el hecho de que la Luna siempre da la misma cara a la Tierra. El diámetro de là Luna es 3 576 km, su masa $\frac{1}{81}$ la masa de la Tierra, la gravedad lunar es tan solo $\frac{1}{6}$ de la gravedad terrestre.
Con los datos anteriores, calcula y contesta las preguntas que se te formulan:
a. Si suponemos la Luna completamente esférica, ¿cuál es su volumen?
b. Calcula la densidad media de la Luna conociendo su masa y su volumen. La masa de la Tierra es 5.98×10^{24} kg.
c. Compara la densidad media de la Tierra con la densidad de la Luna. Recuerda que el radio del Ecuador terrestre es 6.38×10^{6} m.
d. La Luna carece de atmósfera. ¿Cómo explicas este hecho, sabiendo que la gravedad lunar es $\frac{1}{6}$ de la gravedad terrestre.

B. Encontrando distancias del Sol a los planetas.

1. De la tercera ley de Kepler (ley de los períodos) podemos obtener mucha información; por ejemplo calcular la distancia media de la Tierra al Sol. Para tal efecto calculamos previamente el período de la Tierra alrededor del Sol.
La Tierra gira alrededor del Sol en un tiempo de 365.25 días que expresado en segundos equivale a: 365.25 (86 400 s) = 31 557 600 s

Al aplicar la tercera ley de Kepler se obtiene:

$$\frac{r^3}{T^2} = 3.395 \times 10^{18} \frac{m^3}{s^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\left(3.395 \times 10^{18} \frac{m^3}{s^2}\right)(31\,557\,600 \text{ s})^2}$$

$$r = \sqrt[3]{338 \times 10^{33} \text{ m}^3} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

Esta distancia se utiliza en Astronomía y se conoce con el nombre de unidad astronómica.

$$\boxed{1 \text{ u A} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}}$$

2. Calcula la distancia media de cada uno de los planetas al Sol, de acuerdo con la siguiente tabla de datos donde se da el período de cada planeta. Utiliza la primera ley de Kepler.

Planeta	Período sideral
Mercurio	88 días
Venus	224.7 días
Tierra	365.25 días
Marte	687 días
Júpiter	11.9 años
Saturno	29.5 años
Urano	84 años
Neptuno	164.8 años
Plutón	247.7 años

3. Si se descubriera un pequeño planeta cuyo período fuera 5 años, ¿cuál debería ser su distancia media al Sol?

4. El cometa Halley tiene un período aproximado de 76 años. ¿Cuál es su distancia media al Sol?

5. El cometa Kohoutek tiene un período de por lo menos 10^6 años. ¿Cuál es la distancia media al Sol?

6. La tercera ley de Kepler $R^3 = CT^2$, fue descubierta observando los planetas que giran alrededor del Sol. ¿Cómo podría utilizarse para calcular el período de los satélites artificiales que giran alrededor de la Tierra, sabiendo que el período de la Luna es 27.3 días y su distancia media a la Tierra es aproximadamente 60 veces el radio de la Tierra?

C. La cultura griega.

A continuación aparece un cuadro que resume los grandes acontecimientos de la cultura griega. En la columna de la izquierda se presenta una división cronológica que va desde el año 600 a.C., hasta el 200 d.C. En la columna siguiente se bosqueja el desarrollo técnico que caracteriza la época. En la tercera columna se presentan los principales acontecimientos políticos y sociales; finalmente la cuarta columna se encuentra incompleta, solamente figura en ella el nombre de los principales astrónomos o filósofos que aportaron sus ideas a la mayor comprensión del Universo. El estudiante debe completar el cuadro escribiendo el aporte sobre astronomía dado por cada uno de los científicos:

Epoca	Desarrollo técnico	Acontecimientos políticos y sociales	Astronomía
—600	Adquisición de las técnicas.	Epoca de los tiranos.	Tales de Mileto. Ferécides de Levo. Anaximandro de Mileto.
		Conquistas de Jonia por los persas. Grecia se libera de los persas.	Pitágoras.
—500	Minería y metalurgia. Construcción de barcos. Arquitectura y escultura.	Pericles en Atenas. Guerra del Peloponeso. Democracia ateniense.	Filolao. Anaxágoras.
—400	Construcción de ciudades en cuadrícula.	Derrota y reacción en Atenas. Triunfo de Macedonia. Conquista de Alejandro.	Platón. Eudoxo. Aristóteles.
—300	Información geográfica sobre Persia y la India. Gran desarrollo de las obras hidráulicas y militares.	Influencia helénica en Egipto, Persia, India y Asia Central. Guerras púnicas.	Aristarco.
—200	Juguetes mecánicos. Gran propagación de la esclavitud.	Dominio de Roma sobre el mundo griego.	Hiparco.
—100		Guerras civiles romanas. Conquista de los galias.	Tolomeo.
0	Propagación de la arquitectura romana, basada en el arco circular y bóveda.	• César reforma el calendario. • Augusto, primer emperador romano. Rebelión de los judíos. Propagación del cristianismo.	
100		Marco Aurelio, el emperador filósofo.	

TALLER 33

La astronomía moderna

El sistema de Copérnico y las leyes de Kepler se enfrentaron en su época a la reacción medioeval; las victorias de la reforma protestante en el siglo XVI habían llevado a la iglesia católica a organizar una contrarreforma; la reacción contra Lutero se hallaba en pleno auge y se luchaba en toda Europa por el derecho a la autoridad.

El astrónomo Giordano Bruno (1548-1600), de temperamento fogoso, quien se dedicó a agitar la teoría copernicana fue quemado vivo por la inquisición después de haber sido condenado por hereje. La iglesia católica había aceptado el sistema de Tolomeo como si fuera inventado por el mismo Dios.

El modelo heliocéntrico planteado por Copérnico, no dejó de ser sólo especulación hasta que Galileo Galilei enfocó hacia los cielos en 1609 el telescopio inventado por el constructor de lentes Lippershey. Con este instrumento aunque sencillo y poco potente, Galileo observó los cráteres y montañas de la Luna, las manchas del Sol y los satélites de Júpiter girando alrededor de este planeta como un sistema solar en miniatura. Galileo comprobó que la vía láctea estaba formada por millares de estrellas e hizo muchos grandes descubrimientos que anteriormente parecían inconcebibles. Sus observaciones lo convencieron que la teoría de Copérnico era correcta, lo que le costó ser juzgado por la inquisición el 12 de abril de 1673.

Galileo se retracta

Para salvar su vida, el 22 de junio de 1633, Galileo se retractó de su posición de defensa de la teoría copernicana. La siguiente lectura es el texto completo de su defensa.

Yo, Galileo Galilei, hijo del finado Vincenzo Galilei, florentino, de setenta años de edad, compareciendo personalmente ante este tribunal, y de rodillas ante vosotros, eminentísimos y reverendísimos señores cardenales, inquisidores generales contra la depravación herética en toda la Cristiandad, teniendo ante mis ojos y tocando con mis manos los santos evangelios, juro que siempre he creído, como lo sigo haciendo, y con la ayuda de Dios seguiré creyendo en el futuro todo lo que sostiene, predica y enseña la Santa Iglesia Católica, Apostólica y Romana. Pero considerando que, después de un mandato judicial de este Santo Oficio, a efecto de que yo abandone la falsa opinión de que el Sol es centro del mundo y que es inamovible, y que la Tierra no es el centro del mundo, y que se mueve, y que no debería sostener, defender ni enseñar de ninguna manera, verbalmente o por escrito, la susodicha doctrina, y después de haber sido notificado que tal doctrina contraviene las Sagradas Escrituras, escribí y publiqué un libro en que discuto esta doctrina, ya condenada, y en el cual presento argumentos que a las claras están a su favor, sin presentar solución alguna a ellos; y es por esta razón que el Santo Oficio ha pronunciado vehementemente que soy sospechoso de herejía, es decir, de haber sostenido y creído que el Sol es el centro del mundo y es inamovible, y que la Tierra no constituye el centro y se mueve.

Por lo tanto, deseando borrar de las mentes de vuestras eminencias, así como de las de todos los fieles cristianos, esta grave sospecha, concebida razonablemente en mi contra, con el corazón contrito e inquebrantable fe, yo abjuro, maldigo y detesto los susodichos errores y herejías, y en general cualquier otro error y ofensa contrario a la dicha Santa Iglesia; asimismo, juro que en lo futuro nunca expresaré ni aseveraré, verbalmente o por escrito, nada que pueda dar ocasión a sospecha similar contra mi persona; y de llegar a tener conocimiento de cualquier herejía o persona sospechosa de herejía, lo denunciaré al Santo Oficio, o al inquisidor y ordinario del lugar en que me encuentre. Juro y prometo, además, acatar y observar íntegramente todas las penitencias que me hayan sido o me sean impuestas por este Santo Oficio. Y, en caso de contravenir (¡que Dios no lo permita!) cualquiera de éstas mis promesas, protestas y juramentos, me someteré a todas las penas y penitencias impuestas y promulgadas por los sagrados cánones y otras constituciones, en general y en particular, contra tales delincuentes. Así sea con la ayuda de Dios y estos santos evangelios que sostengo en mis manos.

Yo, el antedicho Galileo Galilei, he abjurado, jurado, prometido y me he obligado a cumplir lo que antes he declarado; y como testimonio de la verdad aquí manifestada, he escrito con mi propia mano el presente documento de mi abjuración, y leídolo palabra por palabra en Roma, en el Convento de Minerva, este vigésimo segundo día de junio de 1633.

Yo Galileo Galilei, he abjurado, con mi propia mano, como antes lo he declarado.

Para discutir en grupo:

- ¿Benefició a la ciencia la actitud de Galileo?
- Galileo muere en 1642 y el eje científico se trasladó del Mediterráneo al norte de Europa. ¿Cómo se relacionan este hecho y la inquisición?

Ley de la gravitación universal

La fuerza de atracción gravitacional es directamente proporcional al producto de las masas.

El año de 1687 Isaac Newton publicó "Philosophie Naturalis Principia Mathematica" donde se concluyeron todos los estudios de Astronomía iniciados por Nicolás Copérnico.

Newton descubre la ley de gravitación universal, demostrando de esta forma que el movimiento de los cuerpos celestes puede predecirse.

La ley de gravitación universal se puede demostrar al suponer las órbitas de los planetas circulares y aplicar la tercera ley de Kepler.

Consideremos que el planeta se mueve con velocidad v alrededor del Sol en una circunferencia de radio r.

Si el movimiento es circular uniforme, el planeta en el periodo T, recorre una distancia $2\,\pi\, r$, ya que $v = \frac{2\,\pi\, r}{T}$

Como el movimiento es circular uniforme, la fuerza resultante sobre el planeta es una fuerza centrípeta. $f_c = m\,\frac{4\,\pi^2\, r}{T^2}$

Al aplicar la tercera ley de Kepler: $r^3 = c\,T^2$, tenemos:

$f_c = m\frac{4\,\pi^2\, r}{r^3}\cdot c$, de donde $f_c = \frac{m\,4\,\pi^2\, c}{r^2}$

Newton concluyó que la fuerza de atracción gravitacional depende directamente de la masa (m) del planeta y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia media del planeta al Sol. Al considerar la ley de acción y reacción, esta fuerza de atracción también debe depender de la masa del Sol. Es decir, en la constante c está involucrada la masa del Sol.

$fg \propto \frac{m_s\, m}{r^2}$ donde m_s es la masa del Sol.

$$\boxed{f_g = \frac{G\, m_s\, m}{r^2}}$$

donde G es la constante de gravitación universal.

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\,\frac{N.m^2}{kg^2}$$

La ley de gravitación universal queda enunciada de la siguiente forma:

La fuerza de atracción gravitacional entre dos masas es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

La fuerza de atracción gravitacional es inversamente proporcional a la distancia.
La primera medida de la constante de gravitación universal fue hecha por Henry Cavendish en 1798 con una balanza de torción.

Esta fuerza de atracción existe entre dos masas cualquiera aunque su valor es insignificante. Por ejemplo, la atracción gravitacional entre dos masas de 100 kg y 80 kg separadas 2 m es:

$$fg = \frac{G\,M_1\,M_2}{d^2} = \frac{\left(6.67\times 10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}\right)(100\ kg)\,(80\ kg)}{4\ m^2}$$

$$fg = 1.334 \times 10^{-7}\ N$$

Movimiento de satélites

La Luna es el único satélite natural de la Tierra; está alejada de ella por 380.000 km, o sea 60 veces el radio terrestre. Su diámetro es de 3.500 km, más o menos.

La Luna es un astro apagado. No es una fuente real de luz pero envía al espacio una gran parte de la luz que recibe del Sol.

El piso lunar está más iluminado (y caliente) que el piso terrestre por la falta de atmósfera; que en la Tierra, tranca gran parte de la luz emitida por el Sol.

Culturalmente, la Luna es el cuerpo celeste que más ha influido en el desarrollo de los pueblos y es el único satélite natural de la Tierra. Gira alrededor de nuestro planeta en un período de 27.3 días. También da en el mismo tiempo una vuelta alrededor de su propio eje y por ello siempre mantiene la misma cara dirigida hacia la Tierra. Este fenómeno llamado "rotación capitulada" es debido a la fuerte atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre la Luna.

Al aplicar la ley de gravitación universal entre la Tierra y la Luna podemos calcular el radio de la órbita lunar.

Consideramos la órbita circular y despreciamos la fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre la Luna, lo mismo que la de los otros cuerpos celestes. De esta forma la única fuerza que actúa sobre la Luna es la fuerza de atracción gravitacional terrestre, que sería una fuerza centrípeta, ya que el movimiento lo hemos supuesto circular.

Fuerza resultante = Fuerza de atracción gravitacional.

$$M_L\, a_c = F_g$$

$$m_L \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{G M_t m_L}{r^2}$$

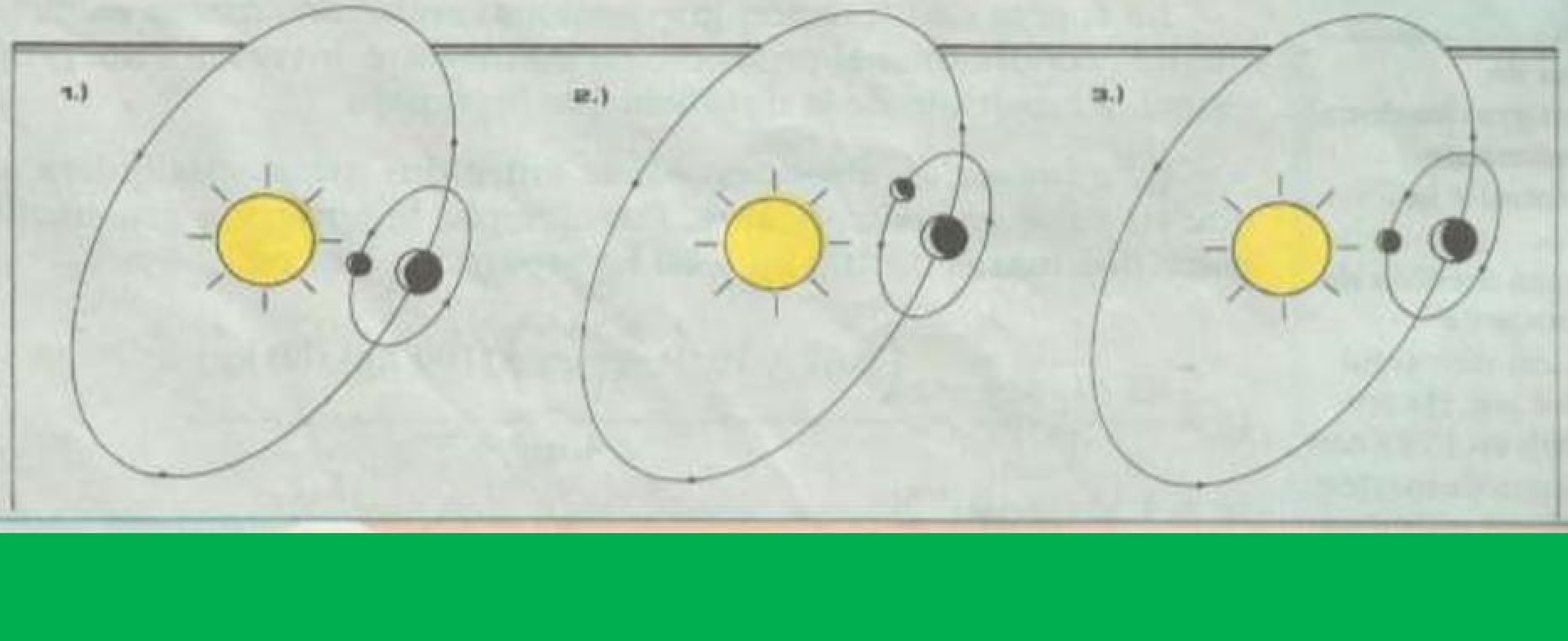
Se cancela m_L y se despeja r.

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{G M_t}{r^2} \quad \text{de donde} \quad r = \sqrt[3]{\frac{G M_t T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6.67\times10^{-11}\,\frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}\,(5.98\times10^{24}\text{ kg})\,(27.3\times 86400\text{ s})^2}{4\pi^2}} \Rightarrow$$

$$r = 3.83\times10^{8}\text{ m}$$

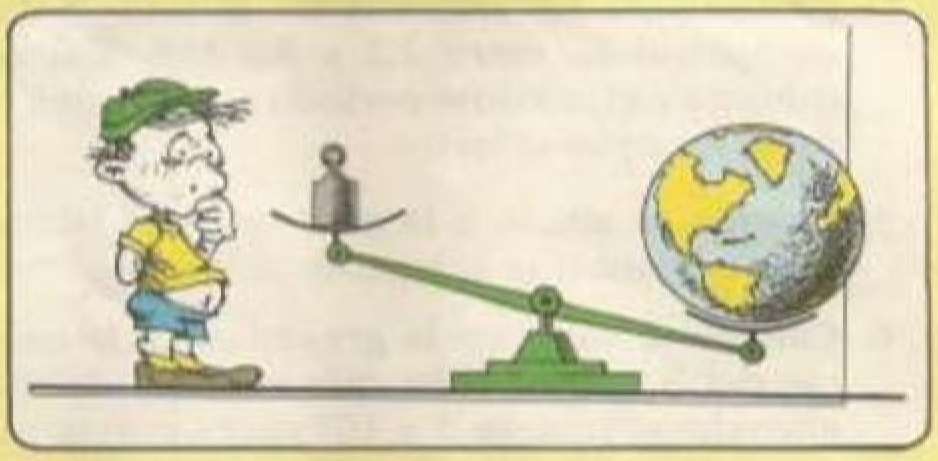
Movimiento de la Luna y la Tierra



TALLER 34

La masa de la Tierra

1. Cavendish entregó los resultados de su experimento en un artículo titulado "el peso de la Tierra".
Veamos cómo podemos obtener la masa de la Tierra a partir de la ley de gravitación universal.



El peso de un cuerpo en la superfice de la Tierra se calcula por medio de la expresión $P = mg$, donde m es la masa del cuerpo y $g = 9.8\ m/s^2$.
Este peso es igual a la fuerza de atracción gravitacional

$$fg = \frac{G\ M_t\ m}{r_t^2}$$

Al igualar las dos expresiones tenemos

$$mg = \frac{G\ M_t\ m}{r_t^2}. \qquad \text{Luego: } g = \frac{GM_t}{r_t^2};$$

como: $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$

$g = 9.8\ m/s^2$; $r_t = 6.38 \times 10^6\ m$

Se halla el valor de M_t

$$M_t = \frac{gr_t^2}{G}$$

$$\frac{(9.8\ m/s^2)\ (6.38 \times 10^6\ m)^2}{667 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}}$$

$$= 5.98 \times 10^{24}\ kg$$

2. En el anterior ejemplo se encontró que la aceleración de la gravedad "g" no es constante, porque depende de la masa del planeta y del radio; aun en la Tierra el valor de "g" varía dependiendo de la distancia del punto donde la consideremos al centro de la Tierra.

En el siguiente cuadro aparecen los planetas con su radio ecuatorial y sus respectivas masas. Calcula para cada uno el valor de la gravedad en su superficie.

Planeta	Radio Ecuatorial (m)	Masa del planeta (kg)
Mercurio	2.413×10^6	3.33×10^{23}
Venus	6.195×10^6	4.87×10^{24}
Tierra	6.380×10^6	5.98×10^{24}
Marte	3.4×10^6	6.44×10^{23}
Júpiter	7.065×10^7	1.9×10^{27}
Saturno	6×10^7	5.7×10^{26}
Urano	2.34×10^7	8.68×10^{25}
Neptuno	2.5×10^7	1.03×10^{26}
Plutón	3.25×10^6	5.5×10^{24}

3. Resuelve los siguientes problemas:

a. Las masas en un aparato tipo Cavendish son $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 10$ gr, separados sus centros 5 cm. ¿Cuál es la fuerza de atracción gravitacional entre las masas?
b. ¿Cuál sería el peso de una persona de 80 kg en la superficie de Marte?
c. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra el valor de la gravedad terrestre es 4.9 m/s?
d. La masa del Sol es 300000 veces la masa de la Tierra y su radio es cien veces mayor que el de la tierra. ¿Cuál es la masa del Sol? ¿Cuál es su radio ecuatorial? ¿Cuál es el valor de la gravedad solar?

Altura de los satélites

La altura sobre la superficie terrestre de los satélites artificiales se puede calcular utilizando el mismo método de aplicar la segunda ley de Newton a la fuerza de atracción gravitacional.

Para cualquier satélite que orbita alrededor de la Tierra se cumple que:

$$m_s a_c = \frac{G\ M_t\ m_s}{(r_t + h)^2},$$

donde M_t = masa de la Tierra.

h = altura sobre la superficie de la Tierra.

Observa que el período es independiente de la masa del satélite ya que ésta se cancela al igualar la expresión.

$$\frac{4\ \pi^2\ (r + h)}{T^2} = \frac{G\ M_t}{(r + h)^2}$$

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. El 4 de octubre de 1957 la Unión Soviética puso en órbita el primer satélite artificial alrededor de la Tierra. El Sat-1 tuvo una vida de 92 días y el período de su órbita 96.17 minutos. Calcula a qué altura sobre la superficie de la Tierra se colocó el satélite.

2. Los países que quedan sobre la línea ecuatorial discuten en las Naciones Unidas el derecho que poseen sobre la órbita geoestacionaria (igual período al de rotación de la Tierra). Calcula a qué altura sobre la superficie de la Tierra se debe colocar un satélite geoestacionario.

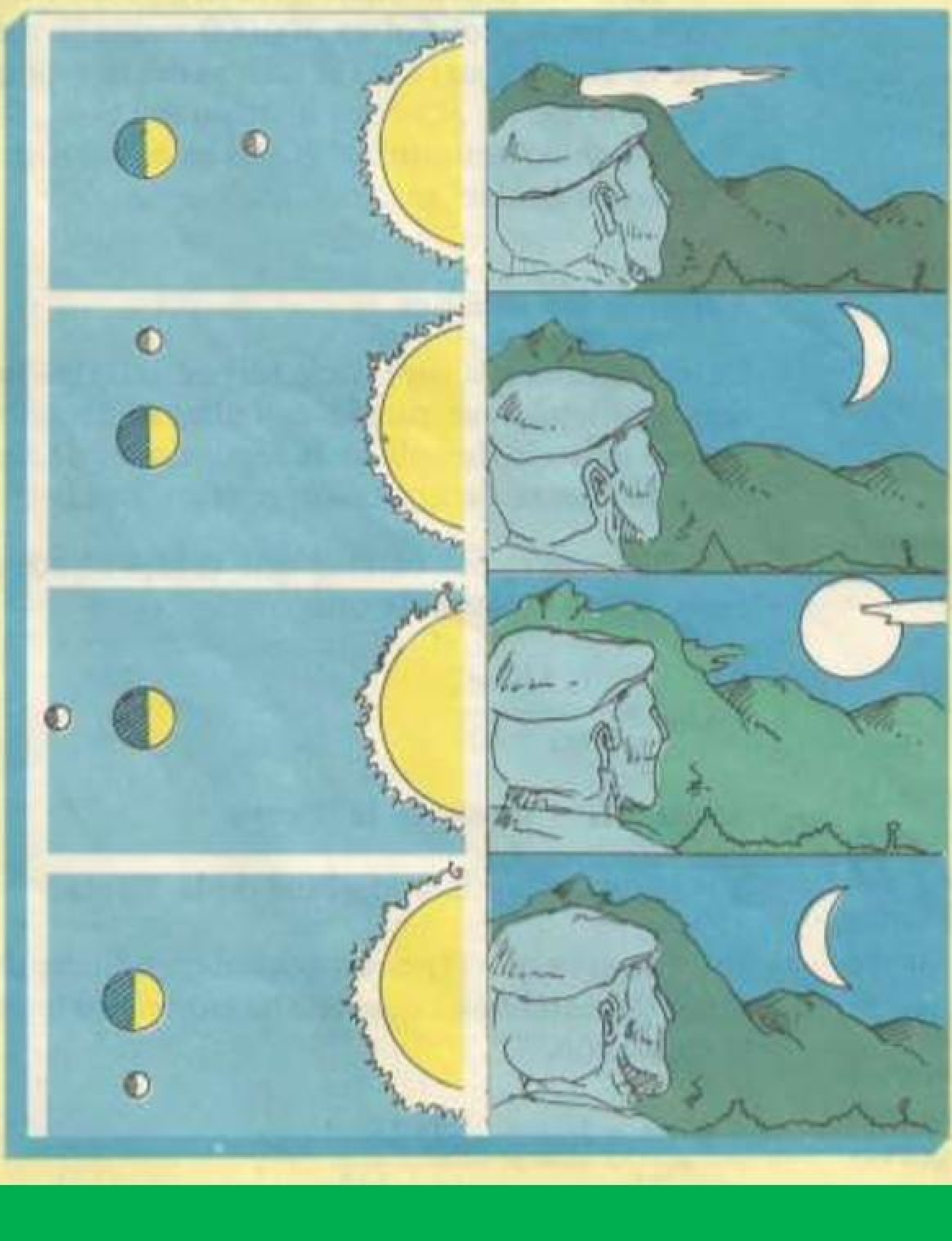
3. Calcula la fuerza de atracción de la Tierra sobre la Luna, si la $m_L = 7.35 \times 10^{22}$ kg.

4. En el sistema solar no únicamente existen los grandes planetas ya conocidos, sino que entre Marte y Júpiter orbitan infinidad de pequeños planetas. Los más voluminosos tienen un diámetro de varios cientos de kilómetros y los más pequeños, menos de un kilómetro. Los científicos han considerado que estos planetoides son restos de un gran planeta. Estos planetoides se encuentran a una distancia comprendida entre 2.2 y 3.6 U.A. Calcula el mínimo y el máximo período que pueden tener estos cuerpos celestes.

5. Calcula la altura a la cual se debe lanzar un satélite para que sea geoestacionario.

6. Calcula el valor de la gravedad en la superficie del Sol; si se sabe que la masa del Sol es aproximadamente 3×10^5 veces mayor que la masa de la Tierra y el radio es 100 veces mayor que el radio de la Tierra.

Las fases de la Luna



Posiciones del Sol, la Tierra y la Luna vistas por un observador situado en un lugar de la Tierra donde la Luna es visible (no se tienen en cuenta las proporciones reales).

Luna Nueva

La cara de la Luna volteada hacia la Tierra no está iluminada por el Sol; se encuentra en la sombra.

El observador que está mirando en dirección de la Luna no la puede ver. **Es la luna nueva.**

Cuarto Creciente

Siete días y nueve horas después, el observador ve la mitad derecha de la superficie iluminada. **Es el cuarto creciente.**

Luna Llena

Siete días y nueve horas después, toda la cara iluminada de la Luna está volteada hacia la Tierra. El observador ve un disco luminoso. **Es la luna llena.**

Cuarto Menguante

Siete días y nueve horas después, el observador ve la mitad izquierda de la superficie iluminada de la Luna. **Es el cuarto menguante.**

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Epiciclo: círculo cuyo centro se encuentra en la circunferencia de otra mayor.

Geocentrismo: teoría astronómica que considera a la Tierra como el centro del Universo. Actualmente se llama geocéntrica a la órbita de los satélites alrededor de la Tierra.

Heliocentrismo: teoría astronómica que considera al Sol como el centro del Universo. En la actualidad se llama heliocéntrica a la órbita de cuerpos celestes, o artificiales alrededor del Sol.

Cometa: cuerpo celeste que describe alrededor del Sol una curva muy excéntrica.

La astronomía nace en los pueblos agricultores debido a la necesidad que estos tienen de medir el tiempo y poder predecir las épocas de siembras. El calendario es el primer gran fruto de la indagación de los fenómenos celestes por los antiguos.

La astronomía adquiere un gran desarrollo en Babilonia, Egipto, la India y principalmente en la Grecia Helenística, donde se formulan las más diversas teorías sobre el Universo, culminando este desarrollo en el modelo de Tolomeo que consideraba a la Tierra como el centro del Universo. Esta tesis geocéntrica perduró por más de 1000 años y se convirtió en doctrina de la iglesia hasta la gran revolución científica del siglo XVI.

Con el Renacimiento Europeo se presenta un proceso revolucionario en todas las ciencias y en las artes, en cuanto a la astronomía el modelo heliocéntrico formulado por Copérnico toma muchos adeptos entre los cuales los más importantes son Kepler, Giordano Bruno, Galileo y Newton; cada uno de éstos aportando un nuevo impulso al desarrollo de esta ciencia.

Kepler se basa en las observaciones hechas por Tycho Brahe y formula sus tres leyes:

1. Las órbitas de los planetas alrededor del Sol son elípticas y el Sol se encuentra en uno de los focos.
2. El radio que une al Sol con el planeta, barre áreas iguales, en tiempos iguales.
3. En las órbitas de todos los planetas la razón entre el cubo del radio promedio y el cuadrado del período es constante.

Newton parte de los estudios hechos por Galileo en la superficie terrestre y de las leyes de Kepler y formuló la ley de Gravitación Universal que por primera vez explica dinámicamente el sistema planetario.

La fuerza de atracción gravitacional entre dos masas es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Esta corresponde a la formulación de la ley de gravitación universal.

$$f_g = \frac{G\,M_t\,m_2}{d^2}$$

La constante G se llama constante de gravitación universal y su valor fue calculado experimentalmente por el físico Henry Cavendish.

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$$

IDEAS FUNDAMENTALES

EVALUACION

Evaluación

A. Cada enunciado del 1 al 10 se completa correctamente con una sola de las opciones que siguen.

Elabora una tabla de respuestas con las opciones escogidas.

1. El filósofo griego que concibió la esfericidad de la Tierra y redujo el sistema planetario a una relación de tipo numérico fue:

a. Pitágoras
b. Anaximandro de Mileto.
c. Anaxágoras
d. Aristóteles
e. Aristarco de Somos.

2. "El almagesto" recopila las estaciones de astronomía de:

a. Galileo
b. Kepler
c. Copérnico
d. Tolomeo
e. Pitágoras

3. Las leyes de Kepler están basadas en las mediciones astronómicas obtenidas por:

a. Galileo
b. Copérnico
c. T. Brahe
d. Newton
e. Tolomeo

4. De acuerdo con el tamaño de la órbita, de menor a mayor, el orden de los cuatro planetas más cercanos al Sol son:

a. Venus, Mercurio, Tierra, Marte.
b. Venus, Tierra, Mercurio, Marte.
c. Mercurio, Venus, Tierra, Marte.
d. Marte, Mercurio, Venus, Tierra.
e. Tierra, Venus, Mercurio, Marte.

5. La relación correcta entre el radio medio de una órbita y su correspondiente período es:

a. La razón entre el radio y el período es constante.
b. La razón entre el cuadrado del radio y el período es constante.
c. La razón entre el cubo del radio y el cuadrado del período es constante.
d. La razón entre el cuadrado del radio y el cubo del período es constante.
e. La razón entre el cubo del radio y el período es constante.

6. Una unidad astronómica U.A, es equivalente a:

a. El diámetro de la órbita terrestre.
b. El radio del Sistema Solar.
c. La distancia del Sol a la estrella más cercana.
d. La distancia de la Tierra a la Luna.
e. El radio de la órbita terrestre.

7. La cantidad $6.67 \times 10^{-11} \dfrac{N.m^2}{kg^2}$ corresponde a:

a. La distancia de la Tierra a la Luna.
b. La constante de gravitación universal.
c. El periodo de la Luna.
d. La masa de la Tierra.

8. El valor que más se acerca a la masa de la Tierra es:

a. 6×10^{24} kg
b. 8×10^{26} kg
c. 4×10^{12} kg
d. 3.6×10^{6} kg
e. 8.4×10^{18} kg

9. Para percibir la gravedad terrestre en la mitad de su valor en la superficie terrestre, una nave espacial debe separarse a una distancia de la superficie igual a:

a. r/2 b. 2 r c. 3 r d. 4 r e. r

10. La aceleración de la gravedad en la Luna es:

a. Igual a la de la Tierra.
b. No existe gravedad.
c. La mitad de la gravedad terrestre.
d. La sexta parte de la gravedad terrestre.
e. La tercera parte de la gravedad terrestre.

B. En las preguntas 11 a 17 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

Elabora una tabla de respuestas, así:

A, si solamente es necesario la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I ó II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

11. Calcular la distancia de la Tierra a la Luna.

I. Si se conoce la masa de la Tierra.
II. Si se conoce el período de la Luna.

EVALUACION

12. Calcular la aceleración de la gravedad en un planeta sí:

I. Se conoce la masa del planeta.
II. Se conoce el radio de la órbita del planeta.

13. Hallar la fuerza de atracción entre dos cuerpos de masa dada sí:

I. Se conoce la distancia que los separa.
II. Se conoce la gravedad terrestre.

14. Calcular la distancia media de un planeta al Sol sí:

I. Se conoce la tercera ley de Kepler.
II. Se conoce el período del planeta.

15. Calcular la masa de la Tierra:

I. El radio de la Tierra es 6.4×10^6 m.
II. La distancia de la Tierra al Sol es de 1.5×10^{11} m.

16. Calcular el peso de un cuerpo en un planeta, si se conoce:

I. El radio ecuatorial del planeta.
II. La aceleración de la gravedad en el planeta.

17. Calcular la altura a la cual orbita un satélite geoestacionario si se conoce:

I. Masa del satélite y período de la Tierra.
II. Masa y radio de la Tierra.

C. En las preguntas 18 a 26 el enunciado es una afirmación seguida de la palabra **"porque"** y una razón o justificación.

Elabora una tabla de respuestas así:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si la afirmación y la razón son verdaderas.

18. El invento del calendario es fruto de la necesidad de medir el tiempo por los agricultores, **porque** se conoce de esta forma el tiempo para sembrar.

19. El calendario chino se basaba en las inundaciones del río Nilo **porque** se utilizaba para el riego de las tierras estériles del desierto.

20. La Luna mantiene una cara oculta a la Tierra **porque** no posee movimiento de rotación.

21. El valor $g = 9.8$ m/s^2 es constante para todos los planetas **porque** "g" es el valor de la constante de gravitación universal.

22. El planeta más cercano al Sol posee el menor período **porque** el período es directamente proporcional al radio de la órbita.

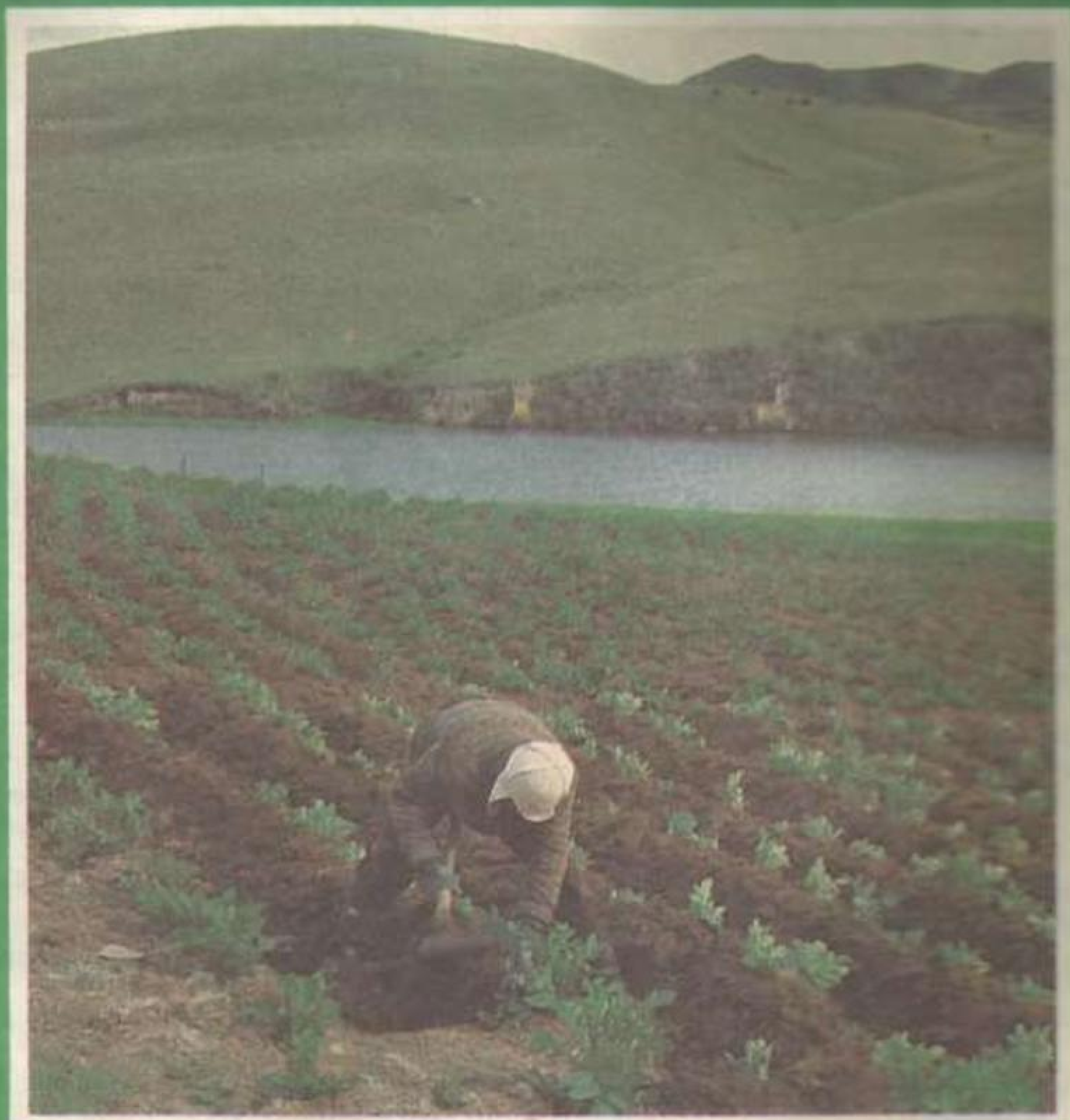
23. La ley de Kepler de las áreas iguales es válida **porque** la fuerza de atracción gravitacional varía inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

24. El período de revolución de un satélite alrededor de la Tierra no depende de la masa del satélite **porque** en la órbita no hay gravedad.

25. Un satélite puede permanecer en órbita alrededor de la tierra **porque** la fuerza centrípeta es igual en magnitud a la fuerza centrífuga.

26. La aceleración de la gravedad en la Luna es menor a la aceleración de la gravedad en la Tierra **porque** la Luna gira alrededor de la Tierra.

UNIDAD 8
Trabajo y energía



Objetivos

1. **Identificar el tipo de energía mecánica que posee un cuerpo.**
2. **Definir los conceptos de trabajo, potencia y energía.**
3. **Aplicar el principio de conservación de la energía mecánica en la solución de problemas.**

Introducción

El término de energía es pronunciado diariamente por políticos, economistas, físicos, químicos, biólogos y toda persona que de una u otra forma se ha planteado como tarea el enfrentar la crisis energética y luchar por la conservación de los recursos naturales no renovables.

Casi toda la energía utilizada por el hombre se ha originado a partir de la radiación solar llegada a la Tierra. Un 96% de las necesidades energéticas quedan satisfechas por la combustión de carburantes fósiles como carbón, petróleo y gas natural que representan la energía química almacenada biológicamente durante el largo pasado de la Tierra. Cuando estas fuentes se hayan agotado, el hombre deberá buscar cada vez con mayor dedicación los carburantes nucleares (fusión nuclear y fisión nuclear), la energía de gravitación en las mareas y la energía solar.

En esta unidad se estudiarán los conceptos fundamentales de la energía mecánica y las leyes de su conservación.

Concepto de trabajo

Si la fuerza se ejerce en la dirección del movimiento:
$T = F . x$

Si la fuerza se ejerce tomando un ángulo con la dirección del movimiento:
$T = F \, x \cos \theta$

El concepto de trabajo científicamente utilizado, es diferente al que se tiene sobre toda actividad donde se realice esfuerzo corporal.

Consideremos un cuerpo sobre el cual se ejerce una fuerza F, constante; de tal forma que el movimiento del cuerpo se produce en la dirección en que actúa la fuerza.

Se define el trabajo realizado por la fuerza como el producto de la fuerza por el desplazamiento:

$$\boxed{T = F \, . \, \Delta\vec{x}}$$

Si la fuerza no actúa en la dirección en que se produce el movimiento.

Se define el trabajo hecho por la fuerza sobre el cuerpo como el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento por la distancia que el cuerpo se mueve.

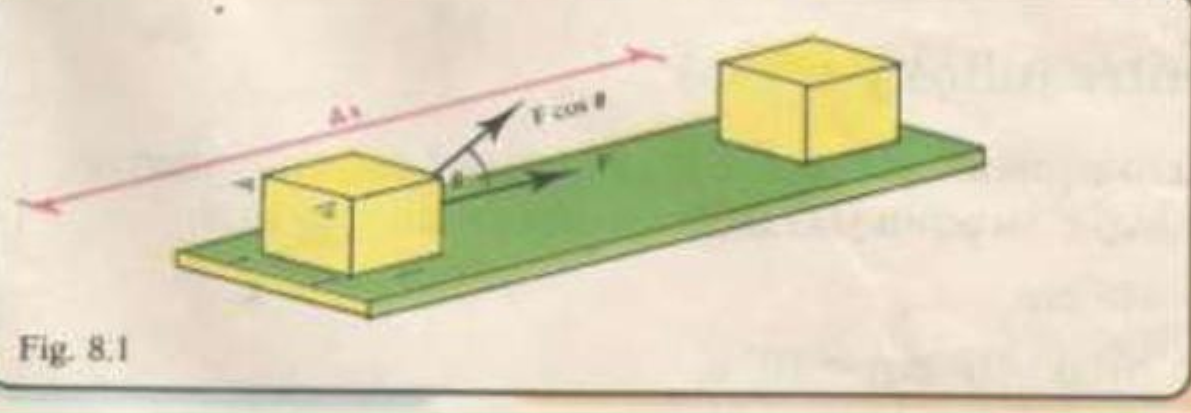


Fig. 8.1

$$\boxed{T = (F \cos \theta) \, \Delta x}$$

Cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares, la fuerza no realiza trabajo.

En el ejemplo anterior observemos que sobre el cuerpo actúan además de F, otras fuerzas como el peso, la normal y la fuerza de rozamiento. El trabajo T se refiere únicamente al realizado por la fuerza F.

El trabajo hecho sobre el cuerpo por las otras fuerzas se debe calcular separadamente y **el trabajo neto o total ejercido sobre el cuerpo es igual a la suma de todos los trabajos realizados sobre el cuerpo.**

De acuerdo con la definición de trabajo, al sostener un cuerpo levantado durante un largo o corto período de tiempo no se produce trabajo porque el desplazamiento es nulo; lo mismo que al transportar una maleta horizontalmente tampoco se realiza trabajo porque el ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento es 90^o y $\cos 90^o = 0$.

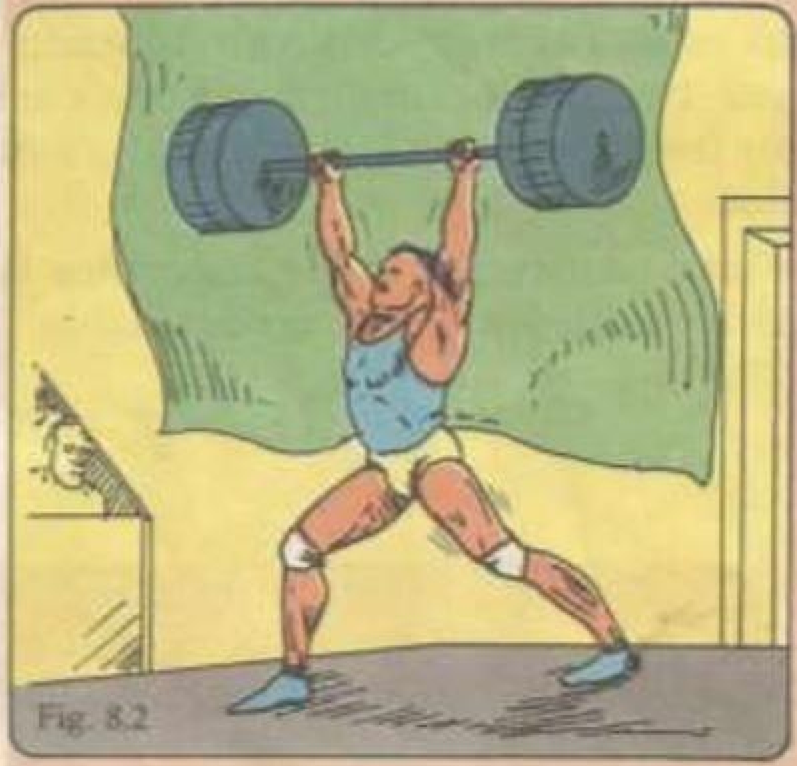


Fig. 8.2

Fig. 8.3

Unidades de trabajo

De acuerdo con la definición operacional de trabajo, sus unidades son las de fuerza multiplicadas por las unidades de longitud.

En el sistema internacional, la unidad de trabajo es el **julio**, que se define como el trabajo realizado por la fuerza de un Newton que actúa en la dirección del movimiento cuando el desplazamiento es un metro.

$[T] = [F]\,[\Delta x]$ $\qquad [T] = N\,.\,m$ $\qquad [T] = J$ (Julio)

En el sistema C.G.S la unidad es el **ergio**, que se define como el trabajo realizado por la fuerza de una dina que actúa en la dirección del movimiento cuando el desplazamiento es un centímetro.

$[T] = [F]\,[\Delta x]$ $\qquad [T] = d\,.\,cm$ $\qquad [T] = e$ (Ergio)

Unidades de trabajo:
S.I.: Julio (J)
S.C.G.S.: ergio (e)

$$\boxed{1\ J = 10^7\ e}$$

Equivalencia entre julios y ergios

Se puede encontrar la equivalencia entre la unidad del sistema internacional de trabajo y la del sistema C.G.S.; teniendo en cuenta que:

$1\ N = 10^5\ d$ y $1\ m = 10^2\ cm$,

o sea $1\ J = 1\ N.m = 10^5\ d\,.\,10^2\ cm = 10^7\ e$.

TALLER 35

Problemas sobre trabajo

1. Indica en cuáles de las siguientes actividades se está realizando físicamente trabajo.

a. Transportar un bulto muy pesado por una carretera horizontal.
b. Transportar el mismo bulto por una escalera inclinada que forma un ángulo de 30° con la horizontal.
c. Ascender verticalmente con el bulto a la espalda y sujeto a una cuerda.
d. Subir el bulto utilizando una polea y ejerciendo la fuerza verticalmente hacia abajo.
e. Subir el bulto con una polea y ejerciendo la fuerza diagonalmente formando un ángulo de 45° con la horizontal.
f. Atar una piedra a una cuerda y hacerla girar en un plano horizontal.
g. Dejar caer un cuerpo libremente desde cierta altura.

2. Examina la solución dada a los siguientes problemas:

a. El siguiente gráfico de F contra *x*, muestra la fuerza ejercida sobre un cuerpo en la dirección del movimiento y el desplazamiento de éste.

1. Calcula el trabajo realizado cuando el cuerpo se ha desplazado 6 m.

$T = F\,\Delta x$

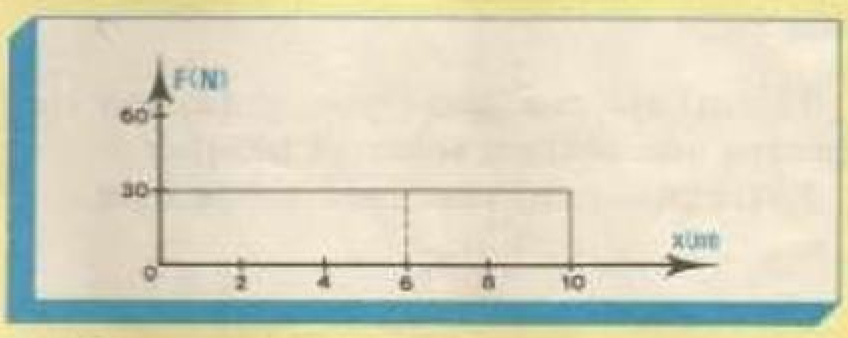


Fig. 8.2

Observa que el trabajo en un gráfico de F contra *x* se calcula hallando el área bajo la curva. En este caso el área es la de un rectángulo de altura 30 N y base 6 m.

$$T = (30\ \text{N})\ (6\ \text{m}) = 180\ \text{J}.$$

2. Calcula el trabajo para llevar al cuerpo desde la posición $x = 6$ m hasta $x = 10$ m.

De la misma forma el trabajo realizado es el área bajo la curva.

$T = F\,\Delta x$; $T = (30\ \text{N})\ (10\ \text{m} - 6\ \text{m})$
$T = (30\ \text{N})\ (4\ \text{m}) = 120\ \text{J}.$

b. Una fuerza de 12 N se ejerce sobre un cuerpo de 8 kg, formando un ángulo de 30° con la horizontal. Si el cuerpo se desplaza 15 m horizontalmente, calcula el trabajo realizado por la fuerza. (Fig. 8.3).

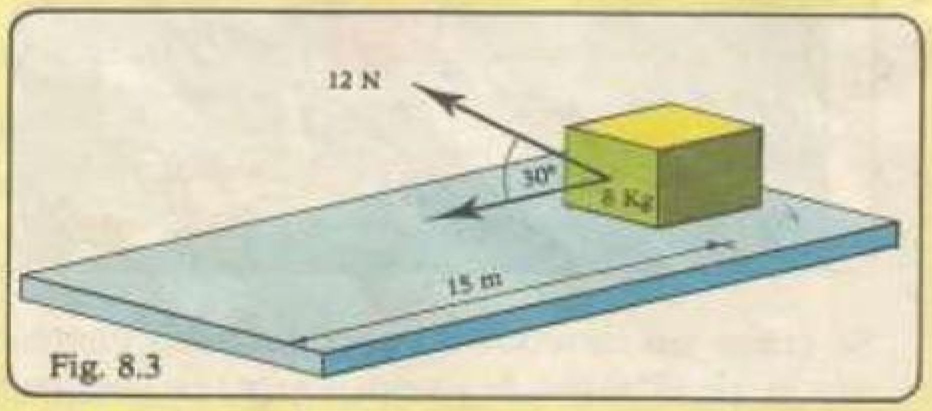


Fig. 8.3

$T = F\,.\,x\cos\theta$
$T = (12\ \text{N})\ (15\ \text{m})\cos 30°$
$T = 155.88\ \text{J}.$

c. Un cuerpo de 80 kg se desea levantar hasta una altura de 10 m por medio de un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Si la fuerza que se ejerce a través de la cuerda es de 600 N y el coeficiente de rozamiento cinético entre la superficie y la masa es 0.2 (Fig. 8.4). Calcular:

1. El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
2. El trabajo neto realizado.

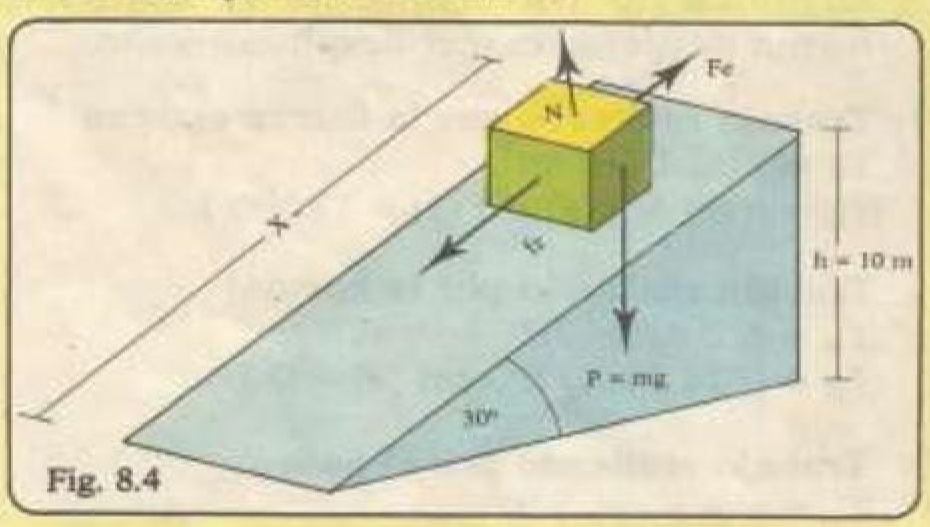


Fig. 8.4

Solución

a. Se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
Fe = fuerza externa
Fr = fuerza de rozamiento
N = normal
P = peso = m.g donde $g = 9.8\ \text{m/s}^2$

b. Se calcula el desplazamiento del cuerpo hasta llegar a la parte superior. Para tal efecto se utiliza la relación trigonométrica seno.

$$\text{Sen } 30° = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\text{sen } 30°} \qquad x = \frac{10\ \text{m}}{0.5} = 20\ \text{m}$$

c. Se halla el valor de cada una de las fuerzas.

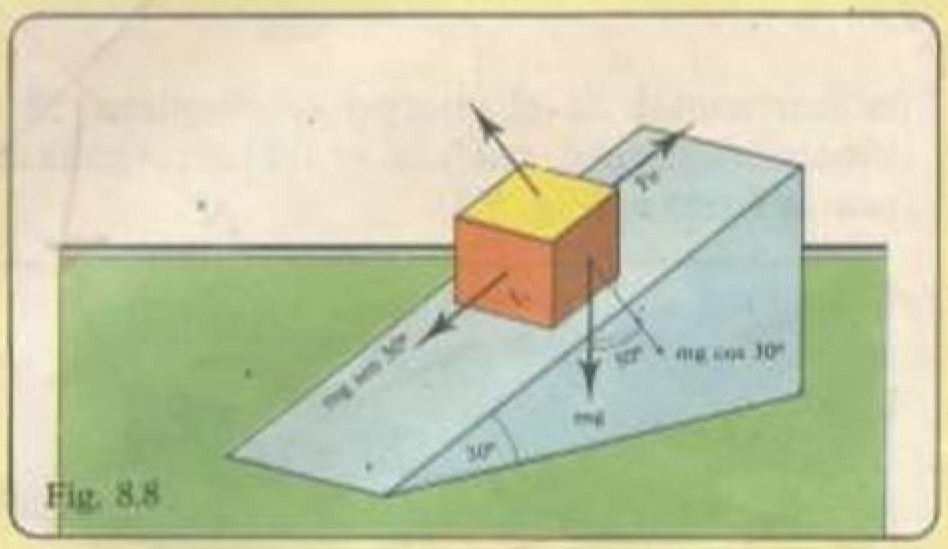


Fig. 8.8

Se traza un sistema de coordenadas cartesianas y se dibujan las componentes rectangulares de cada fuerza; luego se plantea una ecuación para la suma de las fuerzas en x, con el fin de hallar el valor de la normal y el de la fuerza de rozamiento.

$N - mg \cos 30° = 0$
$N = mg \cos 30°$
$N = (80 \text{ kg})\left(9.8 \dfrac{m}{s^2}\right)(0.86) = 674.24 \text{ N}$
$Fr = \mu N$
$Fr = (0.2)\ (674.24 \text{ N}) = 134.85 \text{ N}$

d. Se halla el trabajo realizado por cada fuerza identificando correctamente el ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento.

Trabajo realizado por la fuerza externa
$Te = Fe\ .\ x \cos 0°$
$Te = (600 \text{ N})\ (20 \text{ m})\ (1) = 12000 \text{ J}$

Trabajo realizado por la normal
$T_N = N\ .\ x \cos 90°$
$T_N = (674.24 \text{ N})\ (20 \text{ m})\ (0) = 0 \text{ J}$

Trabajo realizado por el peso
$T_p = mg\ x \cos 120°$
$T_p = (784 \text{ N})\ (20 \text{ m})\ (-0.5) = -7840 \text{ J}$

Trabajo realizado por la fuerza de rozamiento
$T_{fr} = (N)\ (x) \cos 180°$
$T_{fr} = (134.85 \text{ N})\ (20 \text{ m})(-1) = -2697 \text{ J}$
Finalmente se calcula el trabajo neto:
$T_{neto} = 12000 \text{ J} + 0 \text{ J} - 7840 \text{ J} - 2697 \text{ J}$
$T_{neto} = 1463 \text{ J}$

3. Resuelve los siguientes problemas

a. ¿Qué trabajo realiza una fuerza de 15 N, cuando desplaza un cuerpo 13 m en la dirección en que se aplicó?
b. Un bulto de cemento de 30 kg es conducido horizontalmente por un operario una distancia de 24 m, luego lo lleva hasta una plataforma que se encuentra a 6.4 m de altura. ¿Qué trabajo realiza el operario?
c. Un deportista de 75 kg asciende por una cuerda hasta una altura de 5.6 m. ¿Qué trabajo realiza el deportista?
d. La locomotora de un tren ejerce una fuerza constante de 50000 N sobre el tren cuando lo arrastra por una vía horizontal a la velocidad de 50 km/h. ¿Qué trabajo realiza la locomotora en cada kilómetro de recorrido?
e. Un bloque de 9 kg es empujado mediante una fuerza horizontal de 150 N durante un trayecto de 26 m. Si el coeficiente de rozamiento entre la superficie y el bloque es 0.3. Calcula el trabajo realizado por la fuerza externa, por la fuerza de rozamiento y el trabajo neto.
f. Un bloque de 70 kg es empujado 16 m sobre un piso horizontal mediante una fuerza que forma hacia arriba un ángulo de 30° respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es 0.25 y el bloque se mueve con velocidad constante. Calcula el trabajo realizado por la fuerza externa, por la fuerza de rozamiento y el trabajo neto.
g. Un bloque de 12 kg es empujado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 38° con la horizontal hasta una altura de 4 m, mediante una fuerza de 480 N paralela a la superficie del plano, si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0.18. Calcula:

1. El trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el bloque.
2. El trabajo neto realizado sobre éste.

Potencia

Operacionalmente, potencia es la razón entre el trabajo realizado y el tiempo empleado.

$$P = \frac{T}{t}$$

La potencia se define como la rapidez con la que se efectúa un trabajo.

Por lo tanto, a una cantidad dada de trabajo efectuado en un intervalo largo de tiempo le corresponde una potencia muy baja, mientras que si la misma cantidad de trabajo se efectúa en un corto intervalo de tiempo, la potencia desarrollada es considerable.

En el sistema internacional (SI) la potencia se mide en vatios en honor a James Watt, quien desarrolló la máquina de vapor antecesora de las grandes máquinas de la actualidad.

$$[P] = \frac{[T]}{[t]} \quad [P] = \frac{J}{s} = W \text{ (vatio)}$$

Es muy frecuente el emplear como unidad de trabajo el producto de una unidad de potencia por una unidad de tiempo.

Un vatio es la potencia que desarrolla una máquina que realiza un trabajo de un Julio en un segundo.

$$T = P \cdot t$$

Por ejemplo el kilovatio hora es el trabajo hecho por una máquina que desarrolla una potencia de un kilovatio durante una hora.

Energía cinética

Supongamos que la fuerza resultante que obra sobre un cuerpo es diferente de cero, por lo cual éste posee un movimiento acelerado. Si cuando la fuerza F comienza a actuar sobre el cuerpo de masa m, éste posee una velocidad inicial v_i y cuando la fuerza deja de actuar, la velocidad del cuerpo es v_f, tenemos:

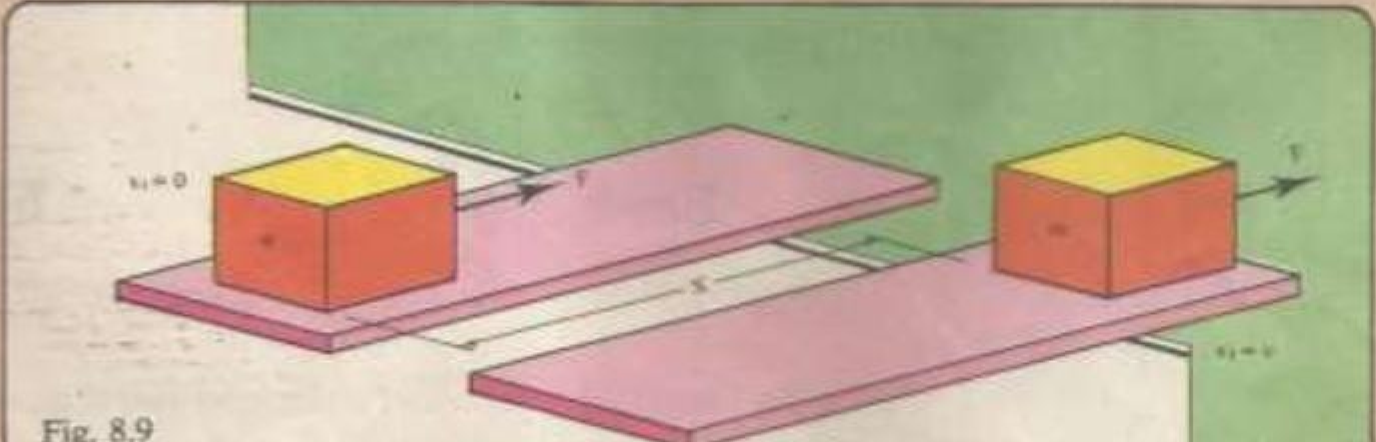


Fig. 8.9

Un vatio es la potencia que desarrolla una máquina que realiza un trabajo de un Julio en un segundo.

El trabajo realizado es el producto de la fuerza por el desplazamiento.

$$T = F\,\Delta x$$

El kilovatio hora es el trabajo hecho por una máquina que desarrolla una potencia de un kilovatio durante una hora.

Y la fuerza es el producto de la masa del cuerpo por la aceleración de acuerdo con la segunda ley de Newton.

$$T = ma\,\Delta x$$

De la cinemática tomamos la expresión $2ax = v_f^2 - v_i^2$, de donde se tiene que: $T = m\frac{(v_f^2 - v_i^2)}{2}$, haciendo $\Delta x = x$. (¿Por qué?).

Al aplicar la propiedad distributiva tenemos:

$$\boxed{T = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}}$$

Esta expresión indica que el trabajo efectuado para acelerar un cuerpo desde la velocidad v_i hasta la velocidad v_f, sólo depende de la masa y de las magnitudes de las velocidades final e inicial. Es independiente de la trayectoria que sigue durante el tiempo que actúa la fuerza y del mismo tiempo que tarda en alcanzar la velocidad final. También es independiente de la forma como actúa la fuerza en tanto las velocidades final e inicial sean las mismas.

El resultado anterior

$$\boxed{T = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}}$$

Se conoce con el nombre del teorema del trabajo y la energía.

Un cuerpo de masa m que se mueva con velocidad v posee energía cinética igual a: $Ec = \frac{mv^2}{2}$

La cantidad $\frac{mv^2}{2}$ se llama la energía cinética del cuerpo de masa m que posee una velocidad v:

$$\boxed{Ec = \frac{mv^2}{2}}$$

De donde se tiene que, las energías cinéticas final e inicial del cuerpo son respectivamente:

$$\boxed{Ec_f = \frac{mv_f^2}{2}} \quad y \quad \boxed{Ec_i = \frac{mv_i^2}{2}}$$

Por lo tanto el trabajo realizado para acelerar un cuerpo desde la velocidad v_i hasta la velocidad v_f es igual a la variación de sus energías cinéticas.

$$\boxed{T = Ec_f - Ec_i} \qquad \boxed{T = \Delta Ec}$$

Si la energía cinética final del cuerpo es cero, resulta que la energía cinética del cuerpo es la capacidad que posee de realizar trabajo antes de detenerse.

TALLER 36

Unidades de energía cinética

Las unidades de la energía cinética son las mismas que las del trabajo. **Julio** en el sistema internacional y **ergio** en el sistema C.G.S.

$[Ec] = [m]\,[v^2]$

SI: $[Ec] = kg\ \frac{m^2}{s^2} = J$

C.G.S: $[Ec] = gr\ \frac{cm^2}{s^2} = e$

Problemas sobre potencia

Recuerda que potencia es el trabajo realizado en la unidad de tiempo, pero además el trabajo se calcula al realizar el producto entre la fuerza ejercida en la dirección del desplazamiento y la velocidad del movimiento.

$P = \frac{T}{t}$ o sea, $P = \frac{F \cdot x}{T}$ es decir $P = F \cdot v$

En otras palabras la potencia se puede calcular realizando el producto entre la fuerza y la velocidad.

1. Sigue el desarrollo del siguiente problema:

a. Un hombre levanta un cuerpo de 50 kg, hasta una altura de 12 metros. ¿Qué potencia desarrolla si el trabajo lo realiza en un tiempo de medio minuto?

$m = 50$ kg
$h = 12$ m
$t = 30$ s

$$P = \frac{T}{t} = \frac{F \cdot h}{t} = \frac{m\,g\,h}{t}$$

$$P = \frac{(50\,kg)(9.8\,m/s^2)(12\,m)}{30\,s} = 196\ w$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

a. Al realizar un trasteo, entre varios hombres suben un escritorio 120 kg, hasta el tercer piso de un edificio que está a una altura 8.40 m, ¿Qué trabajo realizan? ¿Qué potencia desarrollan si el trabajo lo realizan en 240 s?

b. Calcula la potencia que desarrolla la locomotora del problema d del taller 53, cada 25 km de recorrido.

c. Un motor tiene una potencia de 20 kw. ¿Con qué velocidad subirá una plataforma de 800 kg de masa?

d. ¿Cuánto tiempo tarda un motor de 25 kw en realizar un trabajo de 12 kw-h?

e. Un cuerpo de 8 kg cae desde una altura de 42 m. ¿Qué trabajo realiza la Tierra? ¿Cuál es su potencia?

f. Un cuerpo de 20 kg desciende por un plano inclinado que forma un ángulo de 42° con la horizontal. Si el cuerpo inicialmente se encontraba a una altura de 16 m y el coeficiente de rozamiento cinético entre el cuerpo y el plano es 0.2. Calcula:

1. El trabajo neto realizado sobre el cuerpo.
2. La potencia desarrollada.

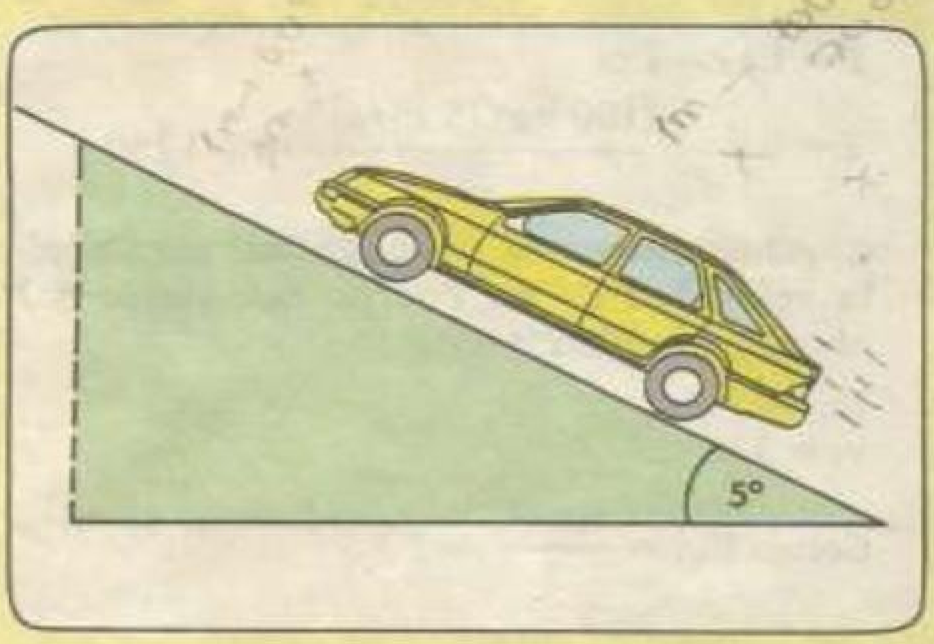
g. Un hombre arrastra un bulto de harina de 60 kg por 8 m a lo largo del piso con una fuerza de 30 N y luego lo levanta hasta un camión a 70 cm de altura.

1. Calcular el trabajo realizado por el hombre.
2. ¿Cuál es la potencia desarrollada si el proceso dura 3 minutos?

h. Un hombre de 70 kg sube por un plano inclinado 12° con respecto a la horizontal, a una velocidad de 1.5 m/s. Calcular la potencia desarrollada.

i. Un ascensor levanta 6 pasajeros 30 m en 1 min. Cada pasajero tiene una masa de 65 kg y el ascensor una masa de 900 kg. Calcular la potencia desarrollada por el motor.

j. El automóvil de la gráfica sube con una velocidad constante de 14 m/s. La masa del automóvil es de 1 500 kg.



1. ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor?

2. ¿Cuál es el trabajo efectuado en 12 segundos?

TALLER 37

Problemas sobre energía cinética

1. Estudia con atención el desarrollo de los siguientes problemas:

a. ¿Qué trabajo se debe realizar sobre un cuerpo de 10 kg para que incremente su velocidad de 2 m/s a 8 m/s?

$m = 10\ kg$
$v_i = 2\ m/s$
$v_f = 8\ m/s$
$T = ?$

El trabajo es igual a la variación de la energía cinética.

$$T = Ec_f - Ec_i$$
$$T = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$
$$T = \frac{(10\ kg)\ (8\ m/s)^2}{2} - \frac{(10\ kg)\ (2\ m/s)^2}{2}$$
$$T = 320\ J - 20\ J = 300\ J$$

b. ¿Qué trabajo se debe realizar para detener un cuerpo de 100 kg que viaja a la velocidad de 18 km/h?

$m = 100\ kg$
$v_i = 18\ km/h$
$v_f = 0$

Previamente al desarrollo del problema expresamos la velocidad en el sistema internacional de unidades.

$$v_i = 18 km/h = 18\ \frac{1000\ m}{3600\ s} = 5\ m/s$$
$$T = Ec_f - Ec_i$$
$$T = 0\ J - \frac{(100\ kg)\ (5\ m/s)^2}{2} = -1250\ J$$

c. ¿Qué trabajo se debe realizar para triplicar la velocidad de un cuerpo que posee 8 J de energía cinética inicial?

$Ec_i = 8\ J$
$v_f = 3\ v_i$

Como $Ec_i = \frac{mv_i^2}{2} = 8\ J$

y $T = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$, se expresa la velocidad final v_f en función de la velocidad inicial.

$$T = \frac{m\ (3\ v_i)^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$
$$T = \frac{m\ 9\ v_i^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}$$
$$T = 9\ \frac{mv_i^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} = 8\ \frac{mv_i^2}{2}$$
$$T = 8\ (8\ J) = 64\ J$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Qué energía cinética posee un cuerpo de 20 kg que lleva una velocidad de 9 km/h?

b. ¿Qué trabajo se debe realizar para duplicar la velocidad de un cuerpo de 8 kg que viaja a la velocidad de 6 m/s?

c. ¿Qué velocidad adquirirá un cuerpo de 4 kg que viaja a la velocidad de 3 m/s, cuando sobre él se realiza un trabajo de 72 J?

d. ¿Qué energía cinética adquiere un cuerpo de 6 kg que se deja caer libremente desde una altura de 104 m?

e. Un cuerpo de 0.5 kg se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 25 m/s. Calcular:
1. La energía cinética en el momento del lanzamiento.
2. La energía cinética cuando llega a la altura máxima.
3. La energía cinética cuando ha ascendido los 3/4 de su altura máxima.

f. Sobre un cuerpo de 16 kg, inicialmente en reposo, se ejerce una fuerza horizontal de 100 N. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0.24, calcula:
1. La energía cinética del cuerpo a los 8 s.
2. El trabajo realizado hasta los 12 s.
3. La energía cinética que adquiriría el cuerpo si no existiera el rozamiento.
4. La velocidad del cuerpo cuando ha recorrido 30 m.
5. ¿Qué cantidad de energía se disipa en forma de calor en el primer metro de recorrido?

g. Un bloque de 12 kg es empujado mediante una fuerza de 60 N sobre una superficie lisa horizontal durante un trayecto de 9 m:
1. ¿Cuánto trabajo ha realizado?
2. ¿Cuál es la energía cinética al final del movimiento?
3. Si la superficie no fuera lisa, sino que existiera un rozamiento con coeficiente cinético 0.24. ¿Cuánta energía se dispersaría en forma de calor?

Energía potencial gravitacional

En el apartado anterior estudiamos la energía cinética de un cuerpo como la capacidad de realizar trabajo en virtud de su movimiento, antes de detenerse; pero no es el único tipo de energía mecánica que existe. Por ejemplo un cuerpo en **virtud de su posición** está en capacidad de realizar trabajo. Un objeto colocado a cierta altura sobre la superficie de la Tierra puede realizar trabajo al bajar hasta el suelo, por ejemplo puede comprimir un resorte, producir un movimiento mecánico o inclusive poner a funcionar una lámpara por medio de un generador eléctrico.

Supongamos un cuerpo de masa m que inicialmente se encuentra a una altura h_i de un nivel de referencia fijo. Si variamos la posición del cuerpo subiéndolo hasta una altura h_f con velocidad constante para no variar su energía cinética, vemos como la fuerza aplicada sobre el cuerpo debe ser igual a su peso y el trabajo realizado equivale al producto de la fuerza aplicada en la dirección del movimiento por el desplazamiento. $T = mg\,(h_f - h_i)$

Al aplicar la propiedad distributiva se obtiene: $T = mgh_f - mgh_i$

Vemos cómo el trabajo realizado no depende para nada de la trayectoria que se sigue para llevar el cuerpo desde la posición h_i hasta la posición h_f sino que depende exclusivamente de las posiciones final e inicial que ocupa el cuerpo.

Las cantidades **mgh_f** y **mgh_i** se llaman respectivamente **energía potencial gravitacional final** y **energía potencial gravitacional inicial del cuerpo**. $T = Ep_f - Ep_i$

Donde $Ep_f = mgh_f$ y $Ep_i = mgh_i$

Todo cuerpo que se encuentre a una altura h respecto a un nivel dado, posee una energía potencial gravitacional igual a

$$\boxed{E_p = mgh}$$

Unidades de la energía potencial gravitacional

La energía potencial gravitacional se mide en las mismas unidades que la energía cinética y el trabajo.

$[Ep] = [m]\,[g]\,[h]$ S.I: $[Ep] = kg \,.\, m/s^2 \,.\, m = J$

C.G.S: $[Ep] = g \,.\, cm/s^2 \,.\, cm = e$

Energía potencial elástica

A la energía que gana un sistema masa-resorte cuando se deforma la llamaremos energía potencial elástica.

Consideremos una masa ligada horizontalmente a un resorte, tal como se observa en la figura. Al aplicar una fuerza F sobre la masa con el fin de estirar el resorte, logramos que la masa m se desplace respecto a la posición $x = 0$ que ocupaba inicialmente.

Si se realiza este movimiento con velocidad constante, es claro que la masa no gana energía cinética y como el movimiento se realiza horizontalmente tampoco hay incremento de energía potencial gravitacional. ¿En qué tipo de energía se convierte el trabajo realizado sobre m al desplazarla? Si dejamos en libertad la masa luego de haberla separado de su posición inicial, ésta regresa hacia dicho punto convirtiendo el tipo de energía que poseía en energía cinética.

Previo al cálculo de la expresión que permite calcular la energía potencial elástica se debe examinar el tipo de fuerza que se debe aplicar sobre la masa para lograr que ésta se desplace con velocidad constante.

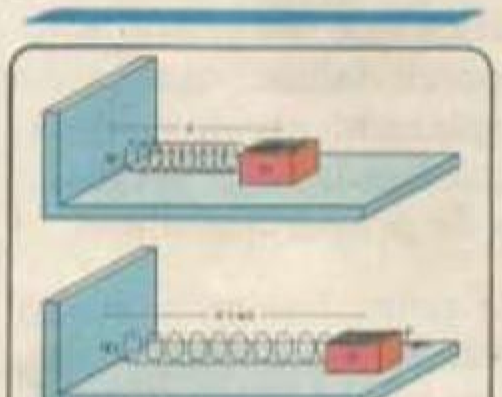


Fig. 8.11

TALLER 38

A. Observa la solución dada a los siguientes problemas:

Un cuerpo de 4 kg se levanta hasta una altura de 6 m. Calcular cuánta energía potencial ganó. Se considera cero la energía potencial inicial y por lo tanto la energía potencial ganada será la final.

Solución:

$Ep = mgh$

$Ep = (4\text{ kg})\,(9.8\text{ m/s}^2)\,(6\text{ m}) = 235.2\text{ J}$

¿Qué trabajo debe hacerse para elevar un cuerpo de 8 kg, desde un punto situado a 3 m hasta un punto situado a 12 m?

Solución:

$h_i = 3\text{ m}$

$h_f = 12\text{ m}$

$m = 8\text{ kg}$

$T = Ep_f - Ep_i$

$T = mgh_f - mgh_i = mg\,\Delta h$

$T = (8\text{ kg})\,(9.8\text{ m/s}^2)\,(12\text{ m} - 3\text{ m}) = 705.6\text{ J}$

Resuelve los siguientes problemas:

1. Calcula la energía potencial que posee un cuerpo de 15 kg, situado a una altura de 16 m.
2. ¿Qué trabajo se debe hacer para elevar un cuerpo de 10 kg desde una altura de 18 m hasta 24 m?
3. Un avión de 15000 kg vuela a una altura de 1200 m con velocidad de 320 km/h. Calcula la energía cinética y potencial del avión.
4. Un cuerpo de 20 kg se encuentra a una altura de 80 m y se deja caer libremente. Calcula la pérdida de energía potencial cuando el cuerpo ha descendido durante 3 s.
5. Un ascensor transporta 5 personas de 70 kg cada una desde el primer piso de un edificio hasta una altura de 35 m. Si la masa del ascensor es 2500 kg, calcula el incremento de la energía potencial.

B. Deducción de la expresión que permite calcular la energía potencial elástica.

En este taller vas a determinar el tipo de fuerza que se debe aplicar sobre el sistema masa-resorte para deformarlo y encontrar una expresión para la energía potencial elástica.

Consideremos un resorte sujeto horizontalmente del cual está ligado la masa m sobre la cual ejercemos la fuerza externa. De acuerdo con la primera ley de Newton la fuerza resultante que debe actuar sobre el sistema debe ser nula, por consiguiente debemos ejercer sobre la masa m una fuerza equivalente a la ejercida por el resorte para que de esta forma se anulen.

La experiencia que realizaremos en ir deformando el resorte, lentamente, midiendo con un dinamómetro en cada centímetro de deformación la fuerza ejercida por el resorte, para que de esta forma podamos conocer la fuerza equivalente que se debe ejercer sobre la masa.

En la figura se ilustra la fuerza que mide el dinamómetro en cada una de las posiciones dadas.

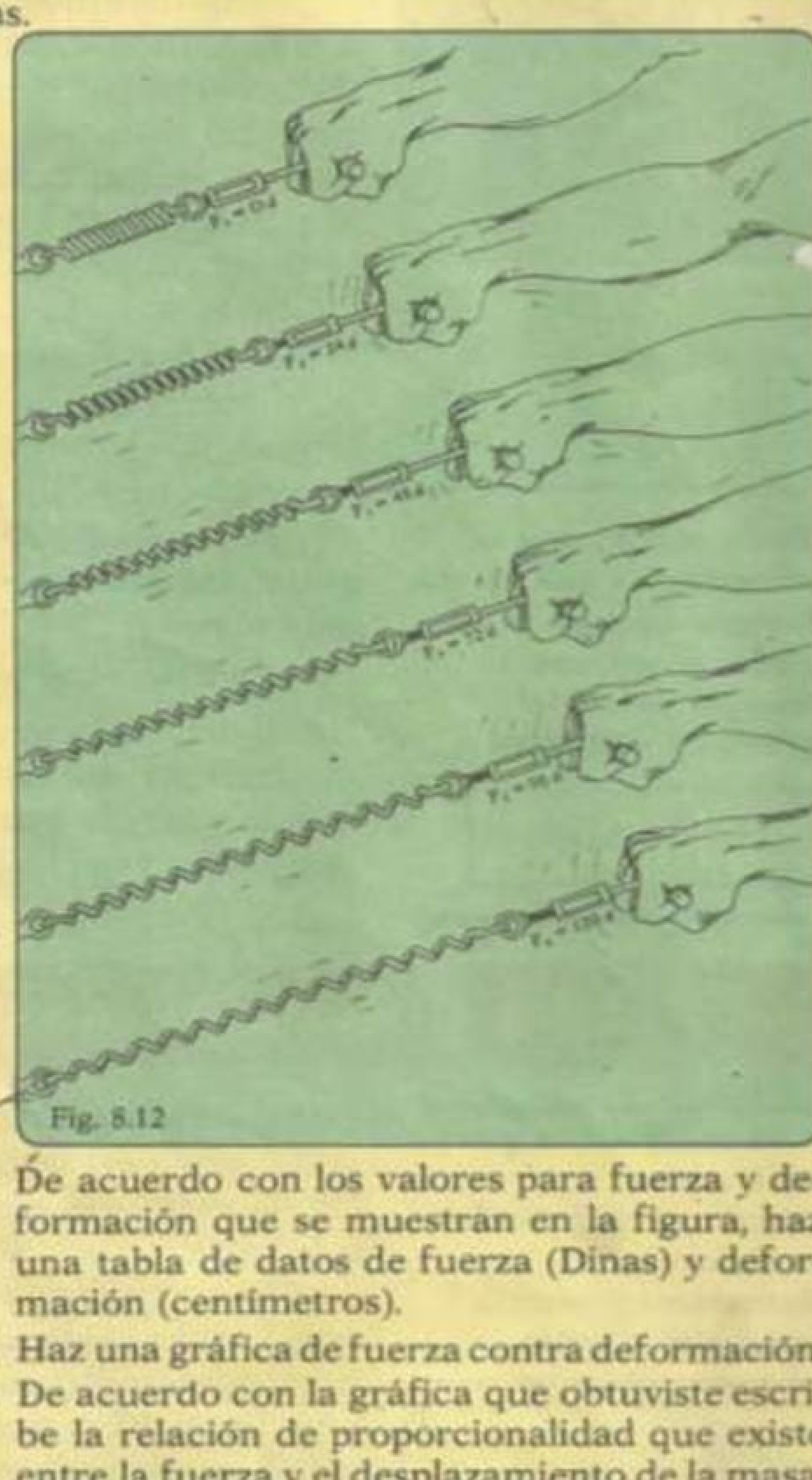


Fig. 8.12

1. De acuerdo con los valores para fuerza y deformación que se muestran en la figura, haz una tabla de datos de fuerza (Dinas) y deformación (centímetros).
2. Haz una gráfica de fuerza contra deformación.
3. De acuerdo con la gráfica que obtuviste escribe la relación de proporcionalidad que existe entre la fuerza y el desplazamiento de la masa.
4. Escribe la ecuación que liga las dos variables y calcula la constante de proporcionalidad.

Hasta ahora en este taller has encontrado que las dos magnitudes son directamente proporcionales porque la representación gráfica es una recta que pasa por el origen.

La ecuación que se obtiene es de la forma $F = Kx$ donde F es la fuerza ejercida por el dinamómetro, x el desplazamiento de la masa y K la constante de proporcionalidad, llamada en este caso constante de elasticidad del resorte. ¿Cuáles son sus unidades?

Tal como se estudió en el segundo apartado de esta unidad en un gráfico de F contra x, el área bajo la curva representa el trabajo realizado.

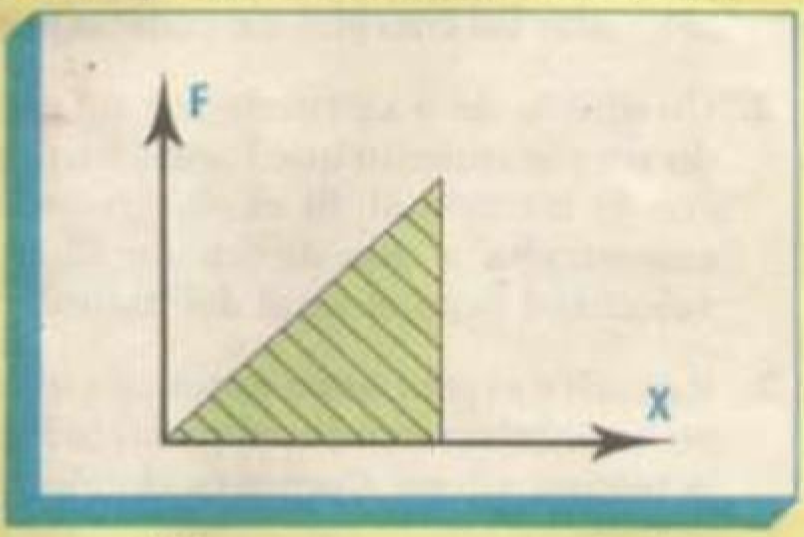


Fig. 8.13

Vemos que la fuerza no es constante sino que aumenta linealmente a medida que el desplazamiento lo hace de la misma forma.

Como la figura que se obtiene es un triángulo, el área se calcula con la fórmula elemental de geometría $A = \frac{b.h}{2}$, en nuestro caso.

$T = \frac{F.x}{2}$ donde $F = Kx$, luego $T = \frac{k.x^2}{2}$

El trabajo realizado sobre el sistema masa-resorte le incrementa su energía en una cantidad igual a $Ep = \frac{kx^2}{2}$, llamada energía potencial elástica del sistema masa-resorte.

C. Resuelve los siguientes problemas:

1. La constante de elasticidad de un resorte es 24 N/m. Calcula la energía potencial elástica que posee un cuerpo de 5 kg sujeto al resorte que se desplaza 0.8 m de su punto de equilibrio.
2. Una masa de 1 kg se encuentra verticalmente sujeta a un resorte de 24 N/m de constante de elasticidad. Si la masa se aleja hacia abajo 18 cm de su punto de equilibrio, calcula la pérdida de energía potencial gravitacional y la ganancia de energía potencial elástica.
3. ¿Cuánto se debe estirar un resorte de constante de elasticidad 50 N/m para que una masa sujeta horizontalmente posea una energía potencial elástica de 800 J?

Ley de conservación de la energía

Fuerzas conservativas

En los dos últimos apartados de esta unidad se definió, tanto la energía potencial gravitacional como la energía potencial elástica, como una función Ep que depende exclusivamente de la posición que ocupa el cuerpo; las fuerzas que dieron origen a esta energía son constantes como el peso con cierta aproximación o depende de la posición como la fuerza recuperadora que ejerce el resorte.

Las fuerzas que no se pueden calcular conociendo la posición de la partícula, no son conservativas, por ejemplo la fuerza de rozamiento o la realizada por un agente externo.

Cuando en un sistema, sólo actúan fuerzas conservativas se dice que el sistema es conservativo, y el trabajo realizado para transportar una partícula a lo largo de una trayectoria cerrada debe ser nulo.

D. Conservación de la energía mecánica.

Un cuerpo de 1 kg de masa se encuentra inicialmente a una altura de 100 m y se deja caer libremente.

La energía potencial inicial del cuerpo es: $p_i = mgh_i$

$$p_i = (1\ kg)\ (9.8\ m/s^2)\ (100\ m) = 980\ J.$$

Mientras que su energía cinética inicial es cero ya que el cuerpo todavía no ha ganado velocidad.

Calcula la energía potencial cuando el cuerpo ha descendido 10 m, es decir, se encuentra a una altura de 90 m y calcula también la velocidad y energía cinética que ha ganado en esos 10 metros de recorrido. Recuerda que $v^2 = v_o^2 + 2gy$, donde v es la velocidad ganada en un espacio y y de recorrido.

Repite los cálculos para cada 10 metros de recorrido y completa una tabla como la que se presenta a continuación:

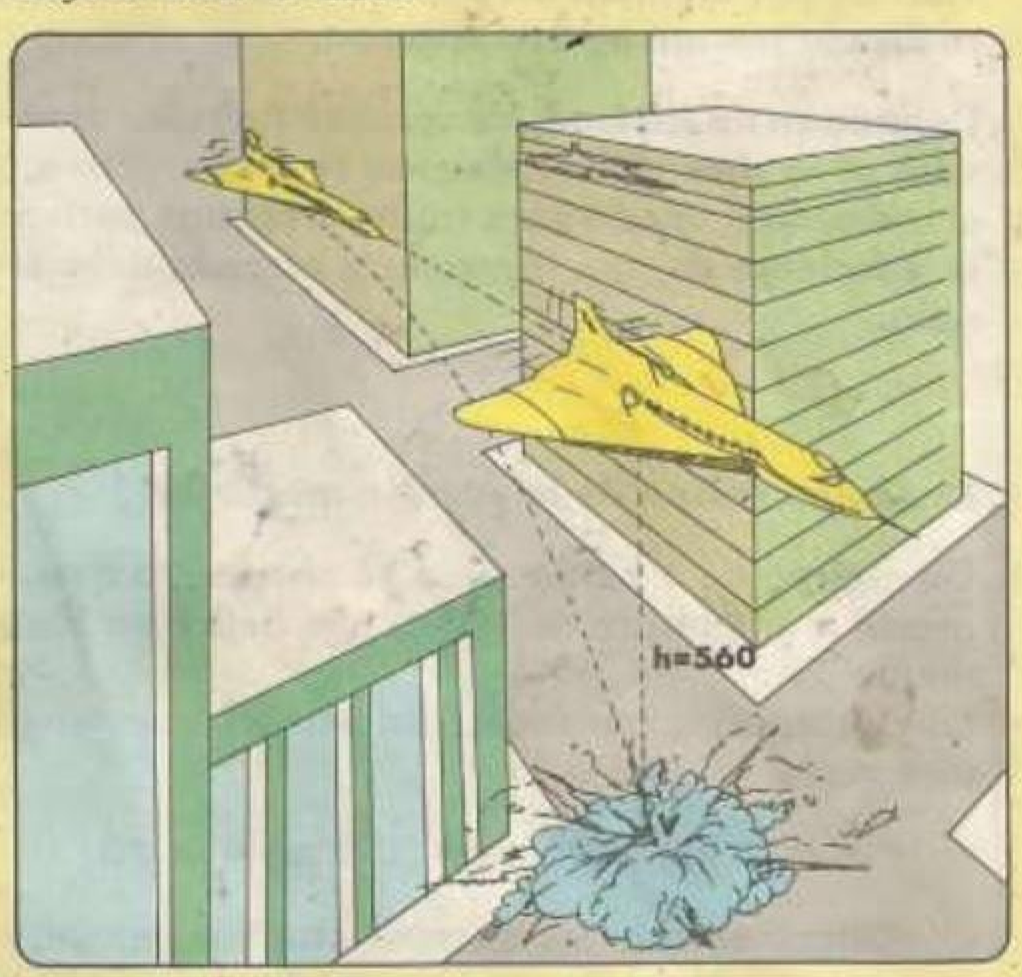
Altura	Energía potencial Ep	Energía cinética Ec	Ep + Ec
100 m	980 J	0 J	980 J
90m	882J	98J	980J
0 m	0 J		

En el ejercicio anterior observaste que al sumar la energía potencial y la energía cinética en un mismo instante, este valor es siempre constante y se llama energía mecánica del sistema.

En un sistema conservativo la energía mecánica permanece constante y es igual a la suma de la energía cinética y la potencial.

La anterior ley de conservación permite resolver problemas con mayor sencillez como aparece en el siguiente ejemplo:

Un aeroplano que vuela a la velocidad de 240 m/s deja caer un objeto de 50 kg desde una altura de 560 m. Calcular la velocidad con que el objeto toca el suelo.



Como el sistema tierra-cuerpo es conservativo, la energía mecánica del objeto debe ser constante; en particular, la energía mecánica inicial es igual a la energía mecánica final.

$v_i = 240\ m/s$
$h_i = 560\ m$
$m = 50\ kg$

$$E_{mi} = E_{mf}$$
$$E_{pi} + E_{ci} = E_{pf} + E_{cf}$$
$$E_{pi} + E_{ci} = E_{cf} \text{ porque } E_{pf} \text{ es cero}$$

$$mgh_i + \frac{mv_i^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

Donde v es la velocidad con la cual el cuerpo llega al suelo. Al cancelar m en todos los términos y despejar v obtenemos:

$v^2 = v_i^2 + 2gh_i$
$v^2 = (240\ m/s)^2 + 2\ (9.8\ m/s^2)\ (560\ m)$
$v = 261.87\ m/s$

E. Resuelve los siguientes problemas aplicando la ley de conservación de la energía:

1. Desde un aeroplano que está a 300 m y vuela con una velocidad de 180 m/s, se deja caer un objeto. Calcula la velocidad con que dicho objeto llega al suelo. (Observa que la masa no es necesario conocerla porque ésta se cancela al igualar las energías mecánicas inicial y final).

2. Un objeto de 8 kg rueda por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 36° con la horizontal. Si el objeto inicialmente se encontraba a una altura de 12 m, ¿con qué velocidad llega al final del plano?

3. Resuelve el problema anterior cuando el cuerpo cae libremente sin el plano inclinado desde la misma altura. Compara el valor de las velocidades.

4. Un cuerpo de 2 kg está sujeto horizontalmente a un resorte de constante de elasticidad 28 N/m. Calcula la velocidad que lleva el cuerpo en el punto de equilibrio, cuando se estira 20 cm el resorte y luego se deja libre.

5. Un bloque de 9 kg se desliza sobre un plano inclinado 18° con la horizontal, desde una altura de 12 m. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es 0.2, calcula:
   a. La energía potencial inicial del cuerpo.
   b. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.
   c. La energía cinética al final del plano.

6. Un automóvil de 1300 kg sube por un plano inclinado de 10° con respecto a la horizontal, con velocidad constante de 36 km/h. Calcular el trabajo efectuado por el motor en 6 minutos y la potencia desarrollada por él.

7. Un cuerpo de 0.2 kg cae libremente desde una altura de 3 m sobre un montón de arena. Si el cuerpo penetra 3 cm antes de detenerse, ¿qué fuerza constante ejerció la arena sobre él?

8. Un cuerpo de 0.5 kg se deja caer libremente desde una altura de 1 m sobre un pequeño resorte vertical sujeto y de constante $k = 2 \times 10^3$ N/m. Calcular la máxima deformación del resorte.

   Para la solución de este problema ten en cuenta que:

   $E_{mi} = E_{mf} \quad E_{pi} + E_{ci} = E_{pf} + E_{cf} + E_{pe}$

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Trabajo: es la medida del cambio de energía de un cuerpo.

Energía: capacidad de realizar trabajo que posee un cuerpo.

Potencia: trabajo realizado por una máquina en la unidad de tiempo.

Energía cinética: energía que posee un cuerpo en virtud de su velocidad.

Energía potencial: energía que posee un cuerpo en virtud de su posición.

Energía mecánica: suma de la energía cinética y potencial de un cuerpo.

Concepto de trabajo: operacionalmente, trabajo se define como el producto de la componente de la fuerza en la dirección del movimiento de un cuerpo por el desplazamiento que sufre el cuerpo. $T = Fx \cos \theta$

Unidades de trabajo: en el sistema internacional la unidad de trabajo es el julio.
Julio = Newton . metro

En el sistema C.G.S la unidad de trabajo es el ergio.
Ergio = Dina . cm.

Potencia: es la rapidez con que se efectúa un trabajo; su unidad en el sistema internacional es el watio que se define como la potencia desarrollada por una máquina que realiza el trabajo de un Julio en un segundo.

Teoremas de trabajo y energía

Si al realizar trabajo sobre un cuerpo, éste experimenta una variación de la velocidad, el trabajo realizado es igual a la variación de la energía cinética.

$$T = Ec_f - Ec_i \text{ donde } Ec = \frac{mv^2}{2}$$

Si al realizar trabajo sobre un cuerpo, éste varia su distancia a la superficie de la Tierra, el trabajo realizado es igual a la variación de la energía potencial.

$$T = Ep_f - Ep_i$$
$$T = mgh_f - mgh_i \text{ donde } Ep = mgh$$

Si el trabajo realizado es sobre una masa ligada a un resorte, el trabajo realizado es igual a la variación de la energía potencial elástica.

$$T = Ep_f - Ep_i$$

$$T = \frac{KX_f^2}{2} - \frac{KXi^2}{2}, \text{ donde } Ep = \frac{KX^2}{2}$$

Ley de conservación de la energía: en un sistema conservativo, la energía mecánica permanece constante.

$$Em = Ec + Ep = K$$

Fuerzas conservativas: son aquellas que no realizan trabajo en un camino cerrado.

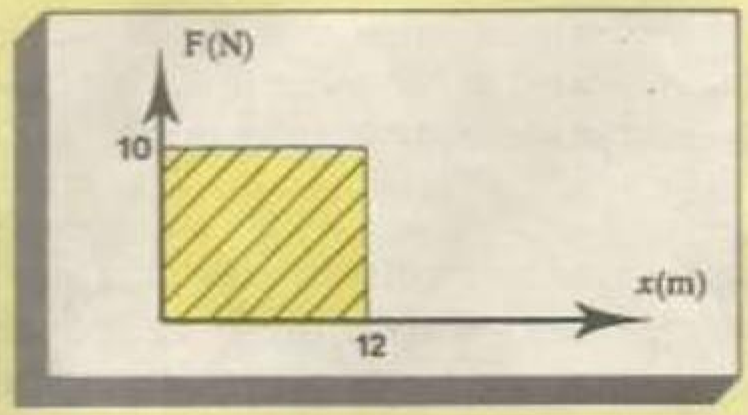
IDEAS FUNDAMENTALES

Evaluación

A. Selecciona la respuesta correcta y escríbela en tu cuaderno:

1. En el gráfico de F contra X el trabajo realizado sobre el cuerpo es:

a. 1.2 J   b. 10 J   c. 12 J   d. 120 J



2. Si una fuerza de 24 d se aplica sobre un cuerpo produciendo en éste un desplazamiento de 6 cm en la dirección de aplicación, el trabajo realizado es:

a. 3 e   b. 144 e   c. 72 e   d. 4 e

3. Si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza se puede afirmar:

a. Sólo la fuerza resultante realiza trabajo.
b. El trabajo neto es igual a la suma de los trabajos realizados por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
c. El trabajo neto siempre es diferente de cero.
d. Todas las fuerzas aplicadas realizan trabajo.

4. El kilovatio hora es unidad de:

a. Potencia
b. Trabajo
c. Trabajo en el sistema C.G.S
d. Potencia en el sistema C.G.S

5. Si una piedra se ata a una cuerda y se pone a girar con m.c.u en un plano horizontal, entonces:

a. El trabajo realizado por la fuerza de tensión es nulo.
b. El trabajo realizado por el peso es nulo.
c. Ninguna de las dos situaciones anteriores.
d. Las dos situaciones anteriores.

6. Si una fuerza de 12 N se aplica formando un ángulo de 60° con la dirección del movimiento de un cuerpo que se desplaza 20 m, entonces el trabajo realizado es:

a. 120 J   b. 240 J   c. 206.4 J   d. 232 J

7. El trabajo realizado para duplicar la velocidad de un cuerpo que posee 12 J de energía cinética es:

a. 12 J   b. 24 J   c. 36 J   d. 48 J

8. La energía cinética de un cuerpo de 8 kg que posee una velocidad de 4 m/s es:

a. 64 J   b. 32 J   c. 16 J   d. 128 J

9. Un cuerpo de 9 kg a una altura de 6 m posee una energía potencial de:

a. 529.2 J   b. 54 J   c. 24.8 J   d. 87.2 J

10. Si se desea duplicar la altura de un cuerpo que posee 20 J de energía potencial se debe realizar un trabajo de:

a. 20 J   b. 40 J   c. 60 J   d. 80 J

B. En las preguntas 11 a 15 el enunciado es una afirmación seguida de la palabra **"porque"** y una razón o justificación.

Marca en la tabla la respuesta así:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si la afirmación y la razón son verdaderas.

11. De acuerdo con la figura, el peso del cuerpo no realiza trabajo **porque** éste es perpendicular al desplazamiento.

12. Si se lanza verticalmente un cuerpo hacia arriba, la energía potencial que posee el cuerpo en la altura máxima, es igual a su energía mecánica total **porque** en la altura máxima la velocidad del cuerpo es igual a cero.

13. La fuerza gravitacional es conservativa **porque** el trabajo realizado en un camino cerrado es igual a cero.

14. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en un camino cerrado es igual a cero **porque** la fuerza de rozamiento realiza un trabajo negativo cuando el cuerpo regresa a su punto de partida.

15. La fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo no realiza trabajo **porque** la fuerza resultante siempre es igual a cero.

C. Selecciona y escribe en tu cuaderno las respuestas correctas.

16. Un cuerpo de 5 kg se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 10 m/s.

1. La altura que alcanza es de 5 m.
2. La energía potencial en el punto más alto es de 250 J.
3. La altura que alcanza es de 10 m.
4. La energía potencial en el punto más alto es de 500 J.

17. Desde una altura de 100 m se deja caer libremente un cuerpo de 2 kg.

1. La energía mecánica del cuerpo es de 2000 J.
2. La energía mecánica del cuerpo es de 0 J.
3. La energía cinética que posee el cuerpo cuando llega al suelo es de 2000 J.
4. La energía cinética que posee el cuerpo cuando llega al suelo es de 200 J.

18. De acuerdo con la figura:

1. $T_{fr} = 9$ J
2. $T_{fr} = -95$
3. $T_f = -9$ J
4. $T_f = 9$ J

19. Una fuerza de 12 N actúa sobre un cuerpo haciendo que se mueva 8 m.

1. Si el ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento es 0° el trabajo realizado es de 9.6 J.
2. Si el ángulo entre las direcciones de la fuerza y el desplazamiento es 90° el trabajo realizado es 0 J.
3. El trabajo realizado por la fuerza es de 96 J.
4. El trabajo realizado por la fuerza es de 0 J.

20. Cuando se deja caer un cuerpo (m) libremente de una altura h.

1. La energía potencial inicial del cuerpo es mg.
2. La energía cinética en el momento de tocar el piso es $\frac{mv_i}{2}$.
3. La energía cinética final es mv.
4. La energía potencial inicial es igual a mgh.

D. En las preguntas 21 a 26 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I ó II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

Elabora una tabla de respuestas, de acuerdo con los siguientes criterios:

21. Encontrar el trabajo que realiza una fuerza si se sabe:

I. La fuerza es de 20 N.
II. Se desplaza 15 m.

22. Calcular el tiempo gastado por una máquina en realizar un trabajo si se conoce:

I. La potencia del motor.
II. El trabajo que realiza.

23. Determinar la energía cinética de un cuerpo si se sabe:

I. La masa del cuerpo es de 3 kg.
II. Se mueve con una velocidad de 4 m/s.

24. Determinar el trabajo que se debe realizar sobre un cuerpo si se conoce.

I. La masa del cuerpo es de 2 kg.
II. Tiene una variación de velocidad de 3 m/s.

25. Calcular la energía potencial elástica que posee un cuerpo sujeto a un resorte si se sabe que:

I. El cuerpo tiene una masa de 4 kg.
II. La constante del resorte es 2 N/m.

26. Determinar la energía cinética de un cuerpo si se sabe:

I. Parte del reposo.
II. El trabajo realizado es de 12 J.

UNIDAD 9

Impulso y cantidad de movimiento

Objetivos

1. Identificar los conceptos de impulso y cantidad de movimiento.
2. Enunciar ejemplos donde se relacione impulso y cantidad de movimiento.
3. Diferenciar fuerzas internas y externas.
4. Identificar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.
5. Aplicar la ley de la conservación de la cantidad de movimiento a la solución de problemas.
6. Identificar choques elásticos e inelásticos.
7. Comprobar el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Introducción

En este capítulo estudiaremos las interacciones entre cuerpos de un sistema, examinando cómo se altera el estado de movimiento de las partes del sistema como del sistema en su totalidad. Por ejemplo, cuando un bate entra en contacto con una pelota, el movimiento adquirido por el bate y la pelota después de la interacción depende del movimiento de los cuerpos antes de la interacción.

Cuando chocan dos cuerpos, las fuerzas que intervienen suelen ser muy grandes y su duración temporal es muy corta. Por ejemplo, en la interacción entre un taco de billar y una bola, durante el contacto, la fuerza no se mantiene constante sino que varía. Debido a esto, suele ser conveniente estudiar los problemas de choque desde el punto de vista de la cantidad de movimiento.

Por último, nos ocuparemos de estudiar las condiciones bajo las cuales la cantidad de movimiento de un sistema conserva un valor fijo, mientras las partes del sistema experimentan variaciones.

Impulso y cantidad de movimiento

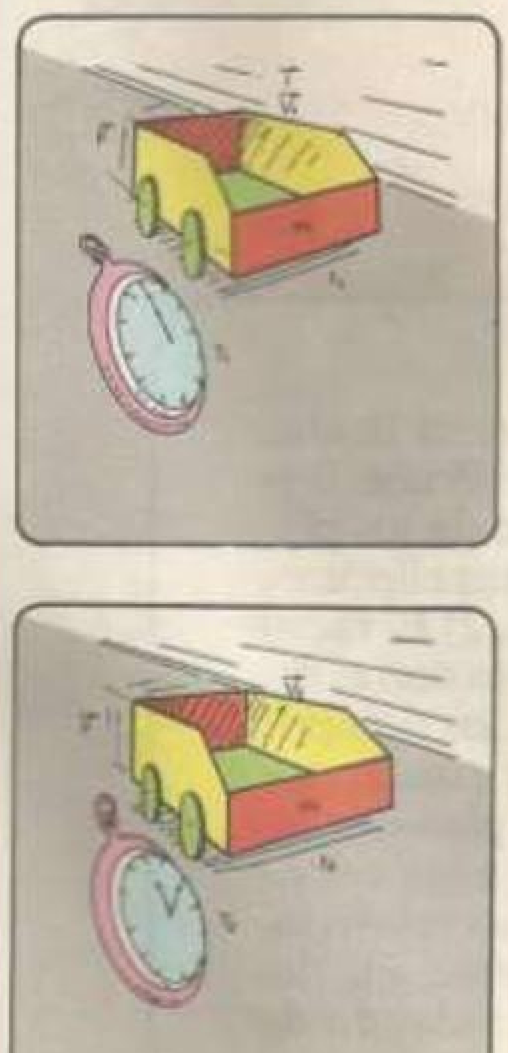


Fig. 9.1

Consideremos que un cuerpo de masa **m** se mueve con una velocidad $\vec{v}_1$ y que una fuerza resultante $\vec{F}$ constante, actúa sobre el cuerpo durante un intervalo de tiempo Δt.

La fuerza hará que el cuerpo adquiera una velocidad $\vec{v}_2$ y por lo tanto experimente una aceleración **a.** De acuerdo con la segunda ley de Newton se tiene: $\vec{F} = m.\vec{a}$

pero se sabe que $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$

entonces, $\vec{F} = m \, . \, \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

$$\text{ó } \vec{F}\,\Delta t = m \, . \, \Delta \vec{v} \text{ ó } \vec{F}\,\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1{}^{*}$$

Obsérvese que la variación de la velocidad del cuerpo depende de su masa, de la fuerza que se ejerce y del intervalo de tiempo en que actúa. El producto de la fuerza por el tiempo durante el cual actúa recibe el nombre de impulso I.

$$\vec{I} = \vec{F} \, . \, \Delta t$$

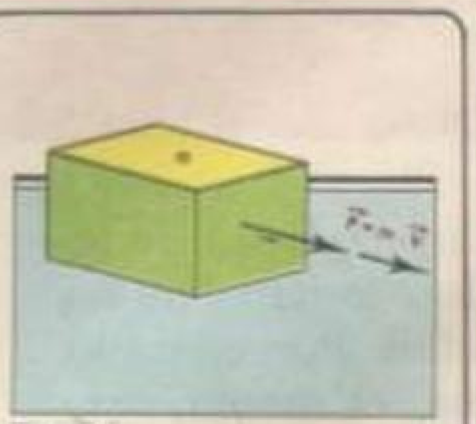


Fig. 9.2

El impulso mide la acción de una fuerza en un intervalo de tiempo. I es un vector, que tiene la misma dirección y sentido de F. El impulso da lugar a la variación de movimiento $mv_2 - mv_1$ expresada en la ecuación con asterisco. El producto de la masa m de un cuerpo por su velocidad v recibe el nombre de cantidad de movimiento P, o sea:

$$\boxed{\vec{P} = m.\vec{v}}$$

Todo cuerpo en movimiento posee una cantidad de movimiento, esta cantidad es vectorial, siendo su dirección y sentido los de la velocidad. Si volvemos a la ecuación*, ésta se puede escribir:

$$\boxed{\vec{F}\,.\,\Delta t = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 \text{ ó } \vec{I} = \Delta\vec{P}}$$

que indica que el impulso de la fuerza resultante, que actúa sobre un cuerpo durante un intervalo de tiempo, produce una variación de la cantidad de movimiento del cuerpo en el mismo intervalo de tiempo.

Unidades de impulso y cantidad de movimiento

1. Unidades de impulso

En el sistema internacional (S.I), $\vec{I}$ está dado por:
$[I] = [F] . [\Delta t]$ = 1Newton . segundo = 1 N.s

En el sistema C.G.S: [I] = 1 dina . segundo = 1 d.s

2. Unidades de cantidad de movimiento

En el S.I, $\vec{P}$, está dado por: $[P] = [m]\,[v]$ = 1 kg . m/s

En el sistema C.G.S: [P] = 1 gr . cm/s

KEPLER JOHANNES (1571 - 1630)

Astrónomo alemán, asistente de Tycho Brahe. Basándose en las observaciones de Brahe formuló tres leyes sobre el movimiento de los planetas. 1) Los planetas describen órbitas elípticas, de las que el Sol es uno de los focos. 2) El radio vector al alcanzar el centro del planeta con el del Sol, describe áreas proporcionales a los tiempos empleados para describirlas. 3) Los cuadrados de los tiempos de revolución de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de los semiejes mayores de las órbitas relativas. Newton partió de estas leyes para llegar a la definición de la gravedad universal fundando de esta manera la *mecánica celeste*.

TALLER 39

Observa y analiza el desarrollo del siguiente problema:

Un cuerpo de 1200 kg que se mueve a 36 km/h choca contra una pared y se detiene en 0.02 s.

a. ¿Cuál es el valor de la variación de la cantidad de movimiento del cuerpo?
b. ¿Cuál es el impulso que ejerce la pared sobre el auto?
c. ¿Cuál es la fuerza media que se ejerce sobre el auto?

Solución:

a. Se sabe que: $m = 1200$ kg; $v_i = 36$ km/h $= 10$ m/s; $v_f = 0$ y $t = 0.02$ s.
La variación de la cantidad de movimiento viene dada por:
$\Delta P = (m\Delta v) = m.\Delta v = m\,(v_f - v_i) = 1200 \text{ kg } (0 - 10 \text{ m/s})$
$\Delta P = -1.2 \times 10^4$ kg . m/s

b. El impulso viene dado por:
$I = \Delta P = -1.2 \times 10^4$ N . s

c. La fuerza media ejercida por la pared se obtiene a partir de la ecuación $\vec{F} . \Delta t = \Delta \vec{P}$ de donde

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-12000 \text{ N.s}}{0.02 \text{ s}} = -6 \times 10^5 \text{ N}$$

Contesta las siguientes preguntas.

A. Newton en su famoso libro, "Principios Matemáticos de Filosofía Natural", expresó la segunda ley del movimiento en función de la cantidad de movimiento. La ley dice "que la variación en unidad de tiempo de cantidad de movimiento de un cuerpo es proporcional a la fuerza resultante que se ejerce sobre él". De esta forma se puede escribir:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$$

1. A partir de la ecuación anterior obtén la ecuación $\vec{F} = m.\vec{a}$, (recuerda que $P = m.v$).

2. Demuestra que 1 N.s = 1 kg . m/s.

3. Dos cuerpos de masas $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 5$ kg, se encuentran inicialmente en reposo. Sobre cada cuerpo se ejerce un impulso de 3 N.s. De acuerdo con dicha información, analiza los siguientes enunciados y clasifícalos según sean falsos o verdaderos:
   a. La cantidad de movimiento adquirida por m_1 es igual a la adquirida por m_2.
   b. La cantidad de movimiento adquirida por m_1 es mayor a la adquirida por m_2.
   c. La velocidad adquirida por m_1 es mayor que la velocidad adquirida por m_2.

4. Un cuerpo se mueve realizando un m.c.u (ver figura).
   a. Representa los vectores velocidad y cantidad de movimientos en las posiciones A, B, C y D.
   b. ¿La cantidad de movimiento del cuerpo varía de una posición a otra? ¿Por qué?

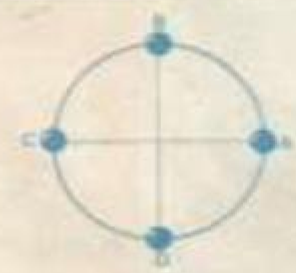


Fig. 9.3

B. Resuelve los siguientes problemas:

1. Una pelota de 40 g avanza horizontalmente hacia una pared con una velocidad de 5 m/s, choca contra ésta y regresa horizontalmente con la misma velocidad. Calcular:
   a. El impulso sobre la pelota (considera P (+) hacia la derecha y P (–) hacia la izquierda).
   b. La fuerza media que la pared ejerció a la pelota, si la interacción tuvo una duración de 0.01 s.

2. Sobre un cuerpo de 280 g que se encuentra inicialmente en reposo, se ejerce un impulso de 5.4 N.s. Calcular la velocidad que adquiere.

3. Sobre un cuerpo de 20 g inicialmente en reposo actúa una fuerza de 3 N, en una distancia de 20 m. Calcular:
   a. El impulso que actúa sobre el cuerpo.
   b. La cantidad de movimiento que adquiere el cuerpo.

4. Calcular el valor de la cantidad de movimiento de la Tierra, si se considera como una esfera uniforme de 5.9×10^{24} kg de masa que gira en torno al Sol en 365 días, siguiendo aproximadamente una circunferencia de 1.5×10^8 km de radio.

5. Un electrón tiene una masa de 9.1×10^{-31} kg, gira alrededor de un núcleo con una velocidad de 2.2×10^6 m/s. Hallar la magnitud de su cantidad de movimiento.

Cantidad de movimiento de un sistema de partículas

Consideremos un sistema de tres partículas cuyas masas son m_1, m_2 y m_3 respectivamente. Las cantidades de movimiento de las partículas

será: $$\vec{P}_1 = m_1\,\vec{v}_1; \quad \vec{P}_2 = m_2\,\vec{v}_2 \text{ y } \vec{P}_3 = m_3\,\vec{v}_3$$

La cantidad de movimiento total del sistema $\vec{P}$ es igual a la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas que lo componen. O sea:

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3$$

Si se utiliza un sistema de coordenadas cartesianas, las componentes P_x y P_y del vector P están dadas por:

$$\vec{P}_x = \vec{P}_{1x} + \vec{P}_{2x} + \vec{P}_{3x} \qquad \vec{P}_y = \vec{P}_{1y} + \vec{P}_{2y} + \vec{P}_{3y}$$

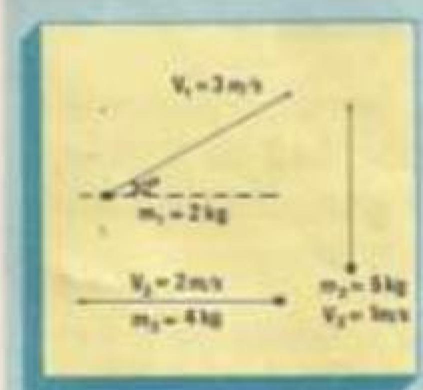


Fig. 9.5 a

Ejemplo:
Determinar la magnitud, dirección y sentido de la cantidad de movimiento total del sistema mostrado en la figura 9.5 a.

Solución:
Las magnitudes de las cantidades de movimiento de cada una de las partículas será:

$$P_1 = m_1 v_1 = 2\text{ kg} \,.\, 3\text{ m/s} = 6\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$
$$P_2 = m_2 v_2 = 5\text{ kg} \,.\, 1\text{ m/s} = 5\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$
$$P_3 = m_3 v_3 = 4\text{ kg} \,.\, 2\text{ m/s} = 8\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$

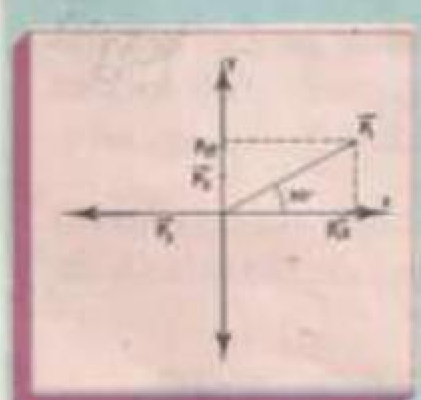


Fig. 9.5 b

Para hallar la cantidad de movimiento total P del sistema, se colocan los vectores $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ y $\vec{P}_3$ sobre un sistema de coordenadas cartesianas como muestra la figura 9.5 b.

Ahora se halla:

$$P_x = P_{1x} - P_3 = P_1 \cos 30° - 8\text{ kg} \,.\, \text{m/s} = -2.81\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$

$$P_y = P_{1y} + P_2 = P_1 \text{ sen } 30° + 5\text{ kg} \,.\, \text{m/s} = 8\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$

La cantidad de movimiento total del sistema P será:

$$P = \sqrt{(P_x)^2 + (P_y)^2} = \sqrt{(-2.81\text{ kg} \,.\, \text{m/s})^2 + (8\text{ kg} \,.\, \text{m/s})^2}$$
$$P = 8.47\text{ kg} \,.\, \text{m/s}$$

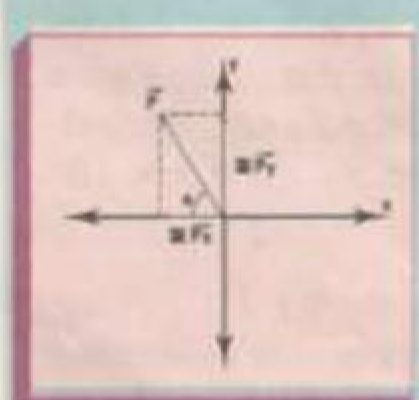


Fig. 9.5 c

La dirección de P está determinada por el ángulo θ (figura 9.5 c).

$$\text{Tan } \theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8\text{ kg} \,.\, \text{m/s}}{2.81\text{ kg} \,.\, \text{m/s}} = 2.84; \qquad \theta = 70.6°$$

Fuerzas externas e internas de un sistema

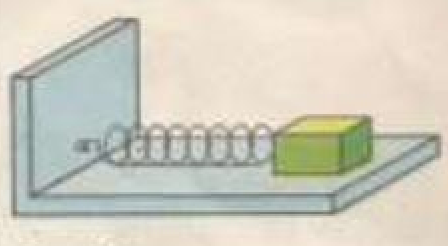


Fig. 9.6

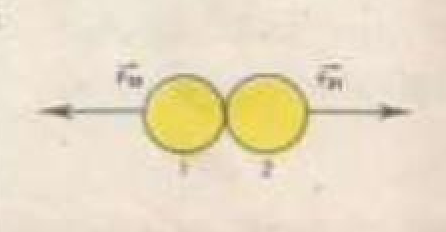


Fig. 9.7

Los cuerpos que constituyen un sistema, suelen ejercer fuerzas entre sí. Estas son **fuerzas internas** si alteran las cantidades de movimiento de cada una de las partes del sistema, pero no alteran la cantidad de movimiento del sistema en su conjunto. Si la fuerza que actúa sobre una de las partículas del sistema fuese ejercida por un agente que no pertenezca a éste, se refiere a una **fuerza externa**; dichas fuerzas harán variar la cantidad de movimiento del sistema. Por ejemplo si se considera un sistema constituido por un resorte y un cuerpo, las fuerzas internas son las ejercidas por el cuerpo sobre el resorte y por el resorte sobre el cuerpo y las externas serían el peso del cuerpo, el peso del resorte, la fuerza ejercida por la superficie sobre el cuerpo, etc.

Conservación de la cantidad de movimiento

Si sobre un sistema de cuerpos no se ejerce una fuerza resultante externa, la cantidad de movimiento del sistema no variará. Es decir, se conserva.

Si sobre un sistema de cuerpos no se ejerce una fuerza resultante externa, la cantidad de movimiento del sistema no variará. Es decir, se conserva.

Esto es: $\boxed{\text{si } \vec{F}_r \text{ externa} = 0} \Rightarrow \boxed{\Delta\vec{P} = \text{constante}}$

Este enunciado constituye **el principio de conservación de la cantidad de movimiento**, que es aplicable al movimiento de una partícula o a toda interacción entre dos o más partículas.

Deducción analítica del principio anterior

Consideremos que una partícula 1 de un sistema ejerza una fuerza $\vec{F}_{21}$ sobre otra partícula 2 del mismo sistema (Fig. 9.7).

La partícula 2 ejercerá sobre la partícula 1 una fuerza $\vec{F}_{12}$ de igual magnitud y de sentido contrario; de acuerdo con la tercera ley de Newton, esto es: $\boxed{\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}}$

Como el tiempo de interacción para las dos partículas es el mismo, entonces el impulso $\vec{I}_{21}$ ejercido sobre la partícula 2 y el impulso $\vec{I}_{12}$ ejercido sobre la partícula 1 son de igual magnitud y de sentido contrario.

Esto es: $\boxed{\vec{I}_{21} = -\vec{I}_{12}}$

$$\Delta\vec{P}_{21} = -\Delta\vec{P}_{12}$$

El impulso $\vec{I}_{21}$ origina una variación de cantidad de movimiento $\Delta\vec{P}_{21}$, y, el impulso $\vec{I}_{12}$ origina una variación de cantidad de movimiento $\Delta\vec{P}_{12}$, es decir: $\vec{I}_{21} = \Delta\vec{P}_{21}$ y $\vec{I}_{12} = \Delta\vec{P}_{12}$

Esto indica que las variaciones de las cantidades de movimiento de cada partícula son iguales y contrarias, o lo que es equivalente a escribir:

$$\boxed{\Delta\vec{P}_{21} + \Delta\vec{P}_{12} = 0}$$

Lo que indica que la suma de las variaciones de $\vec{P}$ permanece constante, es decir, aunque se altera la cantidad de movimiento en cada partícula del sistema, no se altera la cantidad de movimiento del sistema en su totalidad. También se puede asegurar que la cantidad de movimiento del sistema antes de la interacción es igual a la cantidad de movimiento de éste, después de la interacción.

$$\vec{P}_a = \vec{P}_d$$

Choques elásticos e inelásticos

El principio de conservación de la cantidad de movimiento tiene su mayor aplicación en el estudio de los choques o interacciones entre dos o más cuerpos. En todo choque o interacción se conserva la cantidad de movimiento: "**la cantidad de movimiento total antes del choque es igual a la cantidad de movimiento total después de él**". En el choque se conserva la energía, pero el tipo de energía puede transformarse en otras formas, por ejemplo en calor.

En los choques elásticos, además de la cantidad de movimiento, se conserva la energía cinética.

En los choques **elásticos** se conserva la energía cinética: "la energía cinética de las partículas antes del choque es igual a la energía cinética total después del choque".

En los choques inelásticos no se conserva la energía cinética.

En el choque de dos bolas de billar o dos autos, la energía cinética total nunca aumenta, sino que suele disminuir a consecuencia del choque. Existen algunos casos donde al interactuar dos partículas existe liberación de energía, por ejemplo, al chocar una partícula con un núcleo atómico da como resultado una gran energía cinética de las partículas que se producen. A estos choques en los cuales no se conserva la energía cinética se les da el nombre de **inelásticos**.

Problemas resueltos

1. Un arma de 3 kg dispara una bala de 2×10^{-3} kg con velocidad de 480 m/s. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del arma?

Solución:
El retroceso de las armas de fuego constituyen un ejemplo de conservación de la cantidad de movimiento. La cantidad de movimiento $\vec{P}_a$ del arma y la bala es cero antes de la explosión.

$\vec{P}_a = 0$ (1)


Fig. 9.8

Después de la explosión, la bala gana cantidad de movimiento hacia adelante y por tanto el arma deberá ganar una cantidad de movimiento igual, pero hacia atrás para que la suma siga siendo cero.

Si llamamos: $\vec{v}_b$ velocidad de la bala y m_a, masa del arma se tiene que:

$\vec{P}_d = m_b \cdot \vec{v}_b + m_a \cdot \vec{v}_a$ (2)

Como $\vec{P}_a = \vec{P}_d$ entonces, $0 = m_b v_b + m_a v_a$

Si se considera la cantidad de movimiento positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda, se tiene que:

$m_a v_a + m_b(-v_b) = 0$

De donde $v_a = \dfrac{m_b \cdot v_b}{m_a}$ ó $v_a = \dfrac{2\times10^{-3}\,kg \cdot 480\ m/s}{3\ kg} = 0.32\ m/s$

2. Un cuerpo de masa $m_1 = 40$ g se mueve hacia la derecha con una velocidad $v_1 = 90$ cm/s, y otro cuerpo de masa $m_2 = 140$ g se mueve hacia la izquierda con una velocidad $v_2 = 10$ cm/s. Si los cuerpos chocan y quedan unidos, ¿cuál será la velocidad del conjunto? Ver figura.

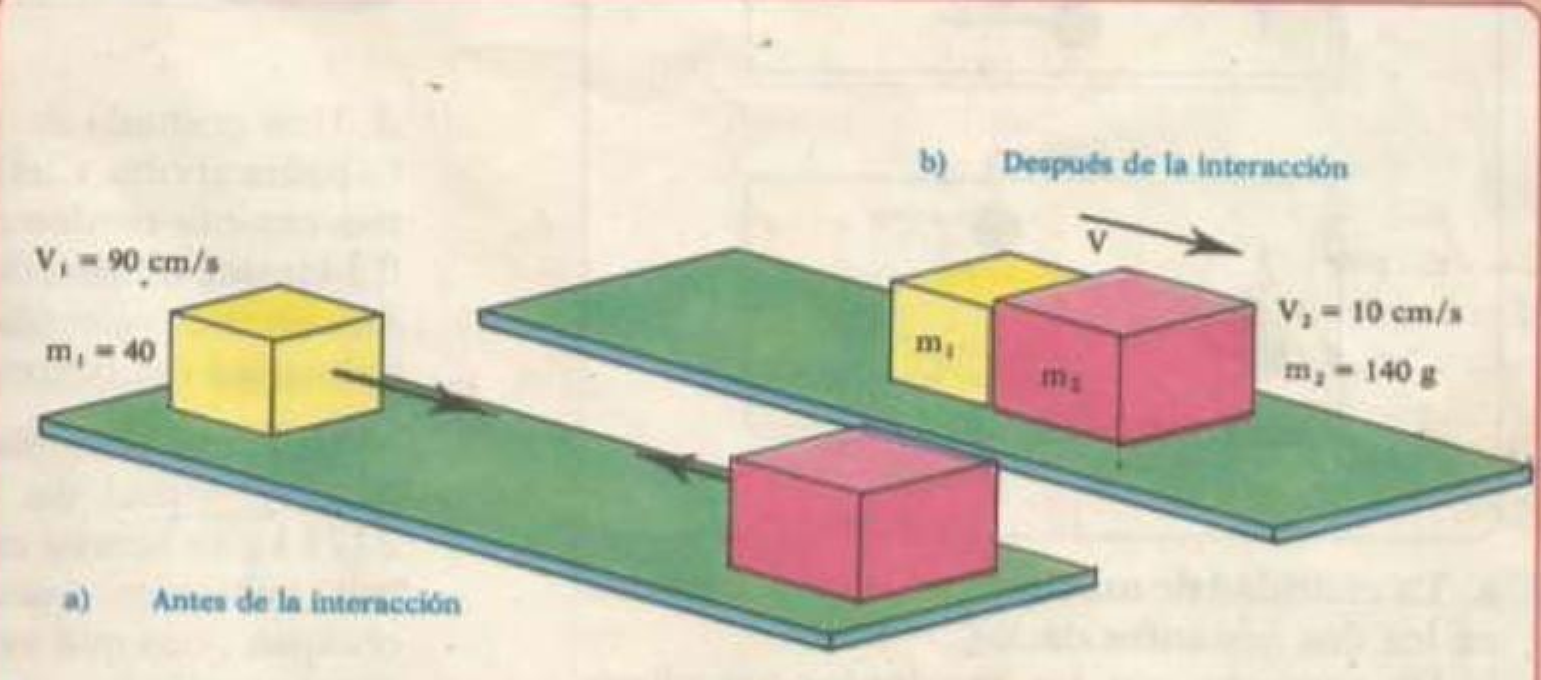


Fig. 9.9

Solución:

Antes de la interacción la cantidad de movimiento P_a del sistema es:

$\vec{P}_a = m_1\vec{v}_1 + m_2(-\vec{v}_2)$

$P_a = (40\ g)(90\ cm/s) - (140\ g)(10\ cm/s)$

$P_a = 2200\ g \cdot cm/s$

Después de la interacción, la cantidad de movimiento P_d del sistema vale:

$$P_d = (m_1 + m_2)\,v = (40\ g + 140\ g) \cdot v = 180\ g \cdot v$$

Ya que los cuerpos se mueven unidos con una velocidad v.
Como la cantidad de movimiento se conserva, se tiene que:

$$\vec{P}_a = \vec{P}_d$$

$2200\ g \cdot cm/s = 180\ g \cdot v$, de donde

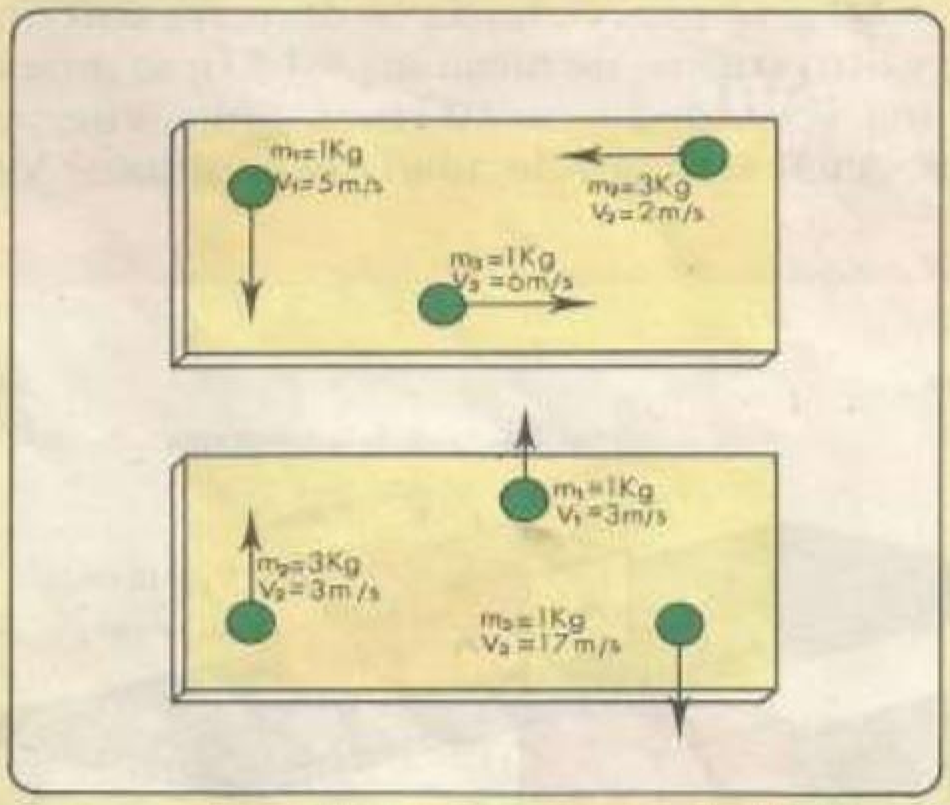
$$v = \frac{2200\ g \cdot cm/s}{180\ g} = 12.22\ cm/s$$

TALLER 40

1. Indica las fuerzas internas que actúan en los sistemas que a continuación se enuncian:

a. Sistema revólver-bala.
b. Sistema proyectil que explota en el aire.
c. Sistema de dos cuerpos que se mueven en sentidos contrarios y chocan.
d. Sistema cohete combustible.

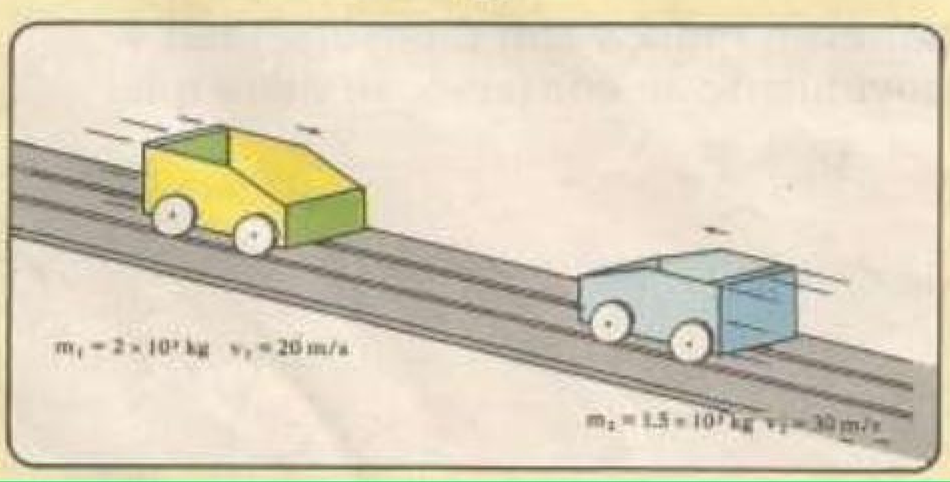
2. La figura a muestra un sistema de tres partículas en un instante dado. Después de transcurrir cierto tiempo las partículas ocupan las posiciones mostradas en la figura b. Calcular:



a. La cantidad de movimiento total del sistema en los dos instantes dados.
b. De acuerdo con los resultados anteriores se puede asegurar que no actuaron fuerzas externas sobre las partículas ¿Por qué?
c. ¿Se conserva la cantidad de movimiento del sistema?

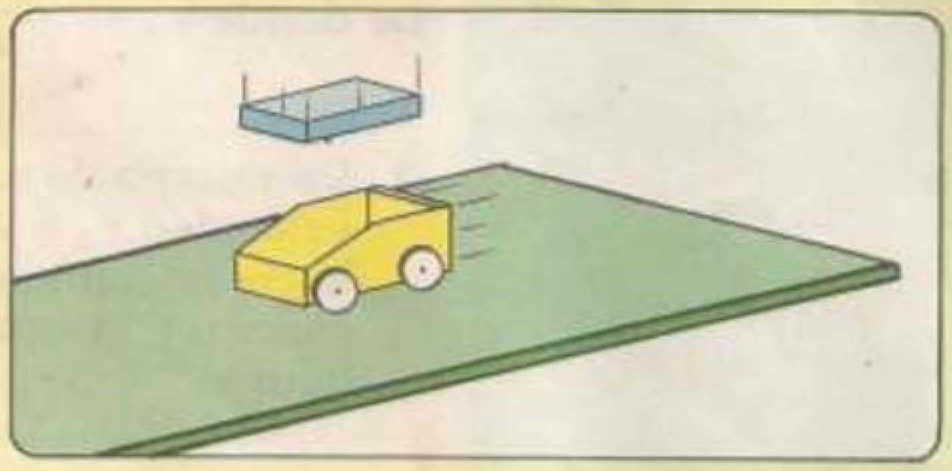
3. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un fusil de 6 kg dispara una bala de 8 g con una velocidad de 800 m/s. Calcular la velocidad de retroceso del fusil.
b. Dos vagones se mueven en sentido contrario como muestra la figura.



Si después de que chocan se mueven unidos, calcular su velocidad.

c. Un carro de laboratorio de masa 2.5 kg, se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento a una velocidad de 0.5 m/s. Un bloque de madera de 1 kg cae verticalmente sobre el carro. Calcular la velocidad del sistema carro-bloque.

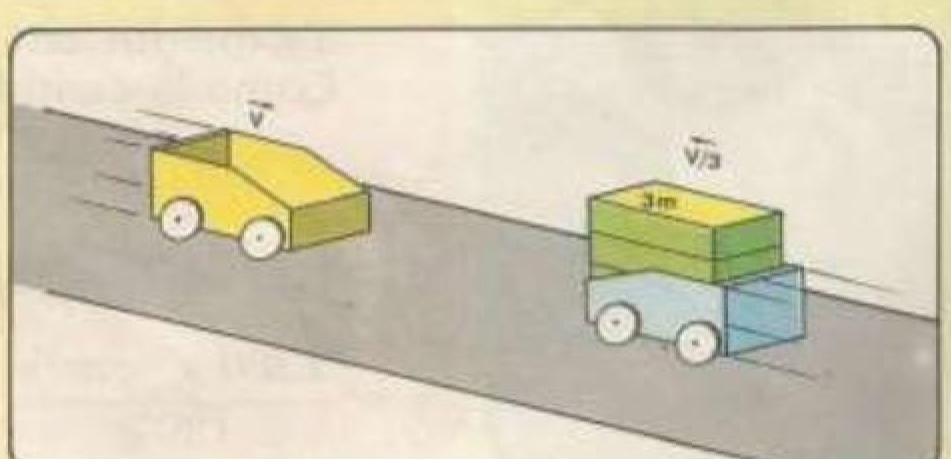


d. Una granada de 1 kg, se lanza verticalmente hacia arriba. Cuando llega a su altura máxima explota en dos pedazos. Un fragmento de 0.3 kg sale disparado verticalmente hacia abajo, con una velocidad de 750 m/s. Calcular la velocidad del fragmento restante.

e. Un automóvil de 1450 kg se mueve con una velocidad de 90 km/h. Un camión de 2175 kg se acerca en sentido contrario. Si ambos vehículos quedan quietos después del choque, ¿con qué velocidad se estaba moviendo el camión?

f. Una locomotora de juguete viaja a 20 m/s, choca y engancha a un vagón inicialmente en reposo viajando luego los dos a una velocidad de 16 m/s. Si la cantidad de movimiento del sistema locomotora-vagón es de 128 kg . m/s, calcular la masa de cada cuerpo.

g. Dos carros de laboratorio se mueven en sentido contrario como se muestra en la figura. Calcular la velocidad de los carros después de la interacción.

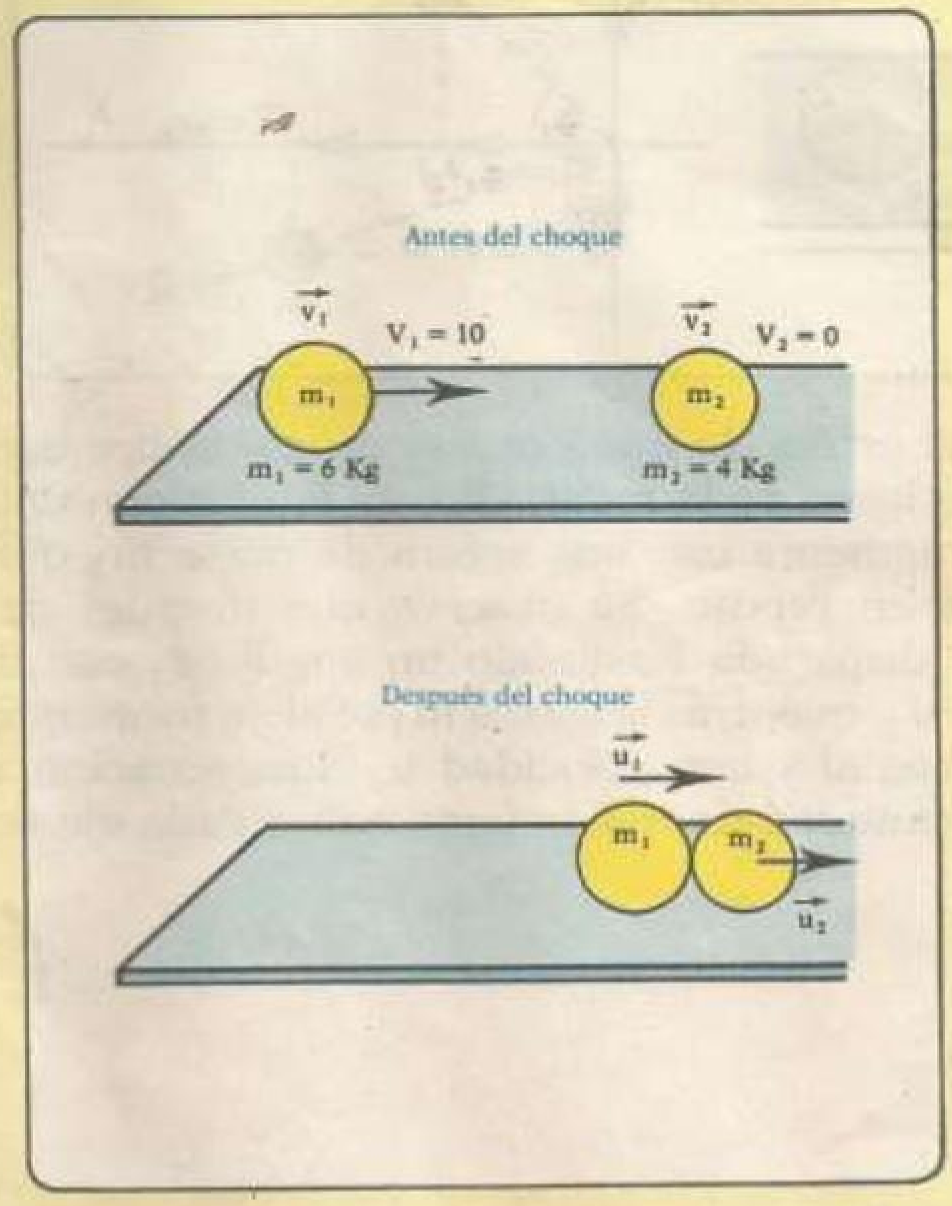


4. Observa la solución de los siguientes problemas:

a. *Una esfera de 6 kg se mueve con una velocidad de 10 m/s y choca con una esfera de 4 kg que se encuentra en reposo. ¿Cuáles son sus velocidades después del choque, si éste es perfectamente elástico?*

Solución:
Si llamamos v_1 y v_2 las velocidades después del choque de m_1 y m_2 respectivamente, de acuerdo con la ley de conservación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$\vec{P_a} = \vec{P_d}$$
$$m_1 \vec{v_1} = m_1 \vec{u}\ \vec{u_1} + m_2 \vec{u_2}$$



Dado que la energía cinética se conserva tenemos: $E_{ca} = E_{cd}$

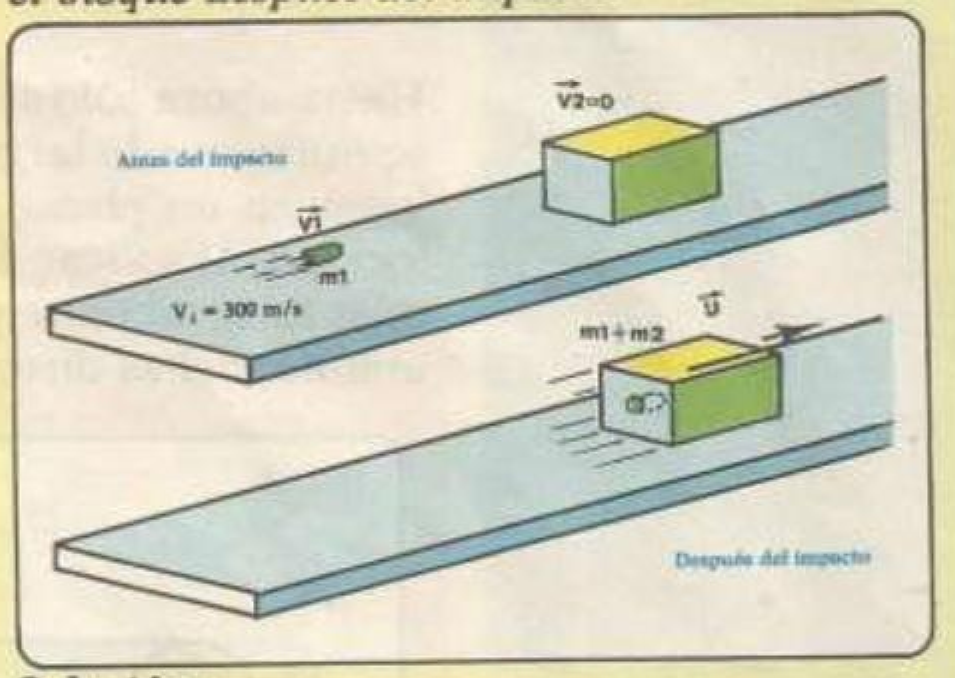
$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolviendo el sistema se encuentra que:

$$u_2 = \frac{2\, m_1\, v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2\, .\, (6\text{ kg})\,(10\text{ m/s})}{(6\text{ kg} + 4\text{ kg})} = 12\text{ m/s}$$

$$u_1 = u_2 - v_1 = 12\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b. *Una bala de 8 g de masa se mueve horizontalmente con una velocidad de 300 m/s y se introduce en un bloque de 400 g, inicialmente en reposo. ¿Cuál es la velocidad de la bala y el bloque después del impacto?*



Solución:
Se sabe que: $m_1 = 8\text{ g} = 8 \times 10^{-3}\text{ kg}$; $m_2 = 400\text{ g} = 0.4\text{ kg}$ y $v_1 = 300\text{ m/s}$.

Si u representa la velocidad de $m_1 + m_2$ después del impacto, la ley de conservación de la cantidad de movimiento será:

$$\vec{P_a} = \vec{P_d}$$
$$m_1\, v_1 = (m_1 + m_2)\, u$$

con la cual se obtiene:

$$u = \frac{m_1\, v_1}{m_1 + m_2} = \frac{8 \times 10^{-3}\text{ kg}\, .\, 300\text{ m/s}}{8 \times 10^{-3}\text{ kg} + 0.4\text{ kg}}$$
$$= 5.88\text{ m/s}$$

5. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un pez de 6 kg está nadando a 0.3 m/s hacia la derecha. Se traga otro pez de 0.3 kg que nada hacia él a 2 m/s o sea hacia la izquierda. Calcular la velocidad del pez grande después de la comida.

b. Un pedazo de plastilina de 15 g de masa se mueve con una velocidad de 60 m/s y se adhiere a un bloque de 60 g de masa inicialmente en reposo. Calcular la velocidad del sistema plastilina-bloque después de la interacción.

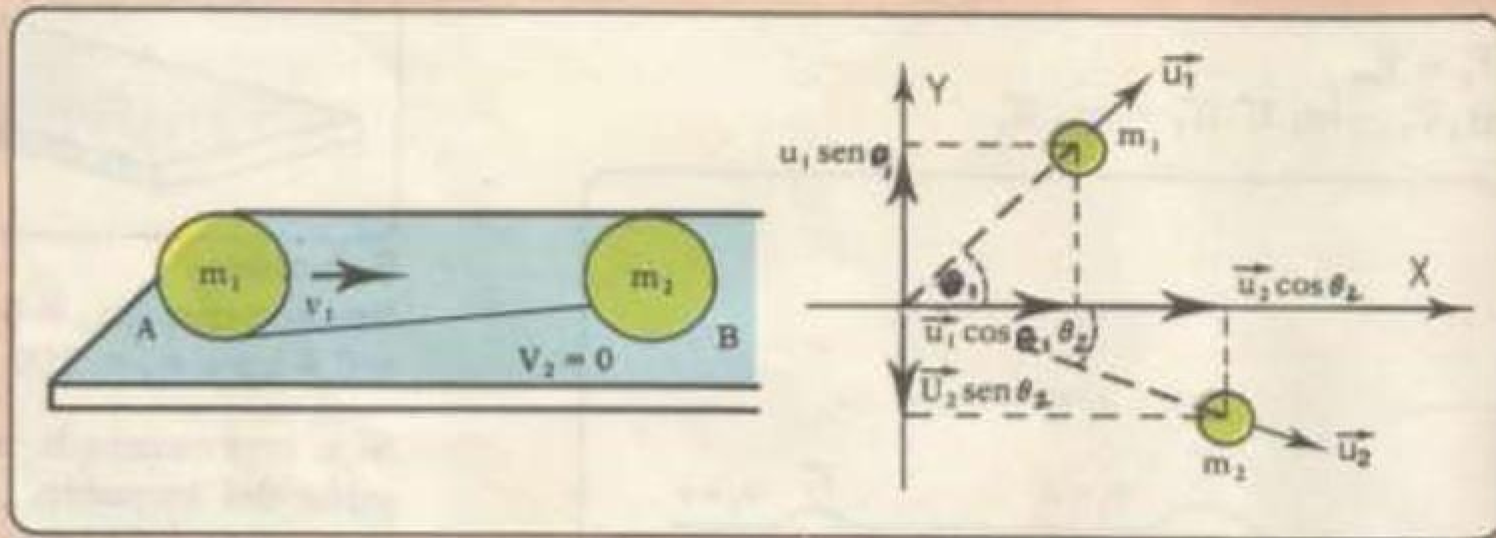
c. A partir de las ecuaciones planteadas en el ejemplo 1, demuestra que:

$$u_2 = \frac{2\, m_1\, v_1}{m_1 + m_2} \quad \text{y} \quad u_1 = u_2 - v_1$$

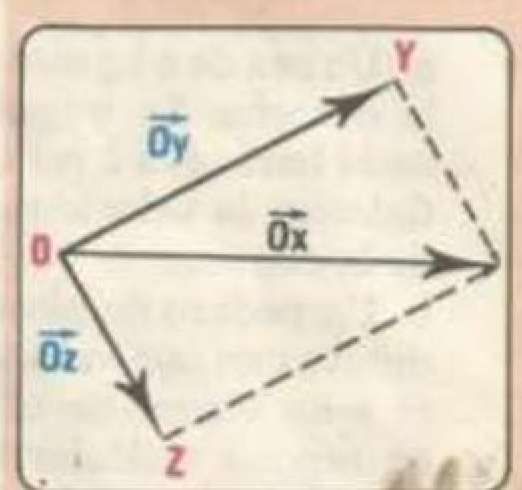
d. Un bloque de 10 kg se mueve con una velocidad de 5 m/s y choca con un bloque de 3 kg que se encuentra en reposo. Calcular las velocidades de los bloques después del choque si éste es elástico.

Choques de cuerpos que no se mueven sobre una misma línea recta

Hasta ahora sólo se han estudiado choques en los que los dos cuerpos se mueven a lo largo de una misma recta. Si los movimientos tuvieran lugar en un plano, se debe considerar las dos componentes de la velocidad. Al aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento se obtiene por separado la cantidad de movimiento en cada una de dichas direcciones.



Consideremos que una esfera de masa m_1, se mueve sobre una mesa lisa y horizontal a lo largo de la recta AB (ver figura) con una velocidad v_1. Choca oblicuamente con una esfera de masa m_2 que inicialmente se encuentra en reposo. Se observa que después del choque la esfera m_1 sale disparada formando un ángulo θ_1 con la horizontal y con velocidad u_1, mientras la esfera m_2 se aleja formando un ángulo θ_2 con la horizontal y con velocidad u_2. Las ecuaciones de la conservación de la cantidad de movimiento sobre cada eje de coordenadas serán:

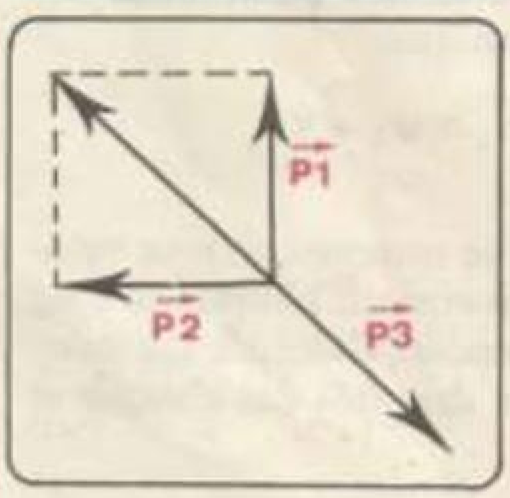


Sobre el eje *x* $\quad \vec{P}_a = \vec{P}_d$

$$m_1 v_1 = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2$$

Sobre el eje *y*

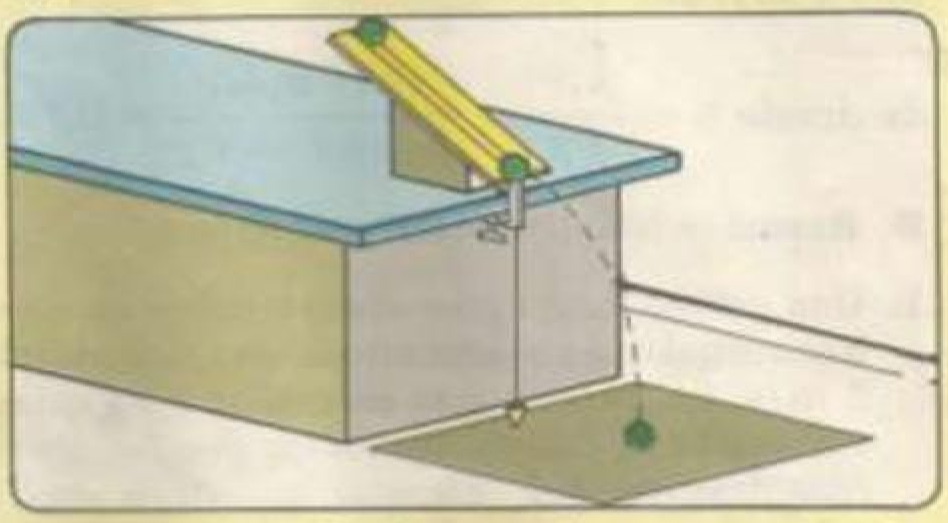
$$0 = m_1 v_1 \text{ sen } \theta_1 - m_2 v_2 \text{ sen } \theta_2$$



TALLER 41

En este taller vas a comprobar el carácter vectorial de la cantidad de movimiento y el principio de conservación de dicha cantidad en dos dimensiones.

1. Para realizar esta actividad de laboratorio, debes utilizar los siguientes elementos:
   a. Reglas de plástico con muesca.
   b. Tabla que sirva de plano inclinado.
   c. Dos esferas de masas iguales.
   d. Tornillo que sirve de soporte de esferas.
   e. Papel periódico y papel carbón.
   f. Cuerda con masa suspendida que sirva de plomada.
   g. Cinta pegante.
2. Organiza los elementos de acuerdo con la figura:



3. Coloca el tornillo formando un pequeño ángulo con respecto a la dirección de la esfera incidente.
4. Con ayuda de la plomada marca sobre el papel el punto directamente debajo del tornillo. A este punto llámalo "O".
5. Haz rodar por la muesca de la regla la esfera incidente cinco veces. Para esta parte la esfera blanco no se coloca sobre el tornillo. Encierra en un círculo los puntos del papel sobre los que cae la esfera. Este círculo llámalo "X".
6. Ahora coloca la esfera "blanco" sobre el tornillo y deja rodar la masa incidente por el plano inclinado desde la misma altura. Hazlo cinco veces.
7. Encierra en un círculo los puntos del papel sobre los que cae la esfera incidente y llámalos "Y". Haz lo mismo con los puntos que marca la esfera blanco y llámalo "Z".
8. Traza los vectores desplazamiento, tomando como origen el punto "O" y como extremos los centros de los círculos X, Y y Z.
9. Suma gráficamente los vectores OY y OZ.
10. Compara el vector resultante del punto anterior con el vector OX. ¿Qué puedes concluir?
11. ¿Se cumple el principio de conservación de la cantidad de movimiento? ¿Por qué?

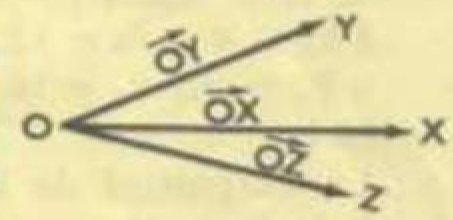
Conclusiones

La figura muestra uno de los posibles resultados que se obtiene en el experimento. Se puede observar que cuando se trabaja con esferas de igual masa, las cantidades de movimiento actúan representadas por los vectores de desplazamiento $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ y $\overrightarrow{OZ}$.

$\overrightarrow{OX}$: cantidad de movimiento antes del choque.

$\overrightarrow{OY}$ y $\overrightarrow{OZ}$: cantidades de movimiento después del choque o sea:

$$\boxed{\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OY} + \overrightarrow{OZ}}$$

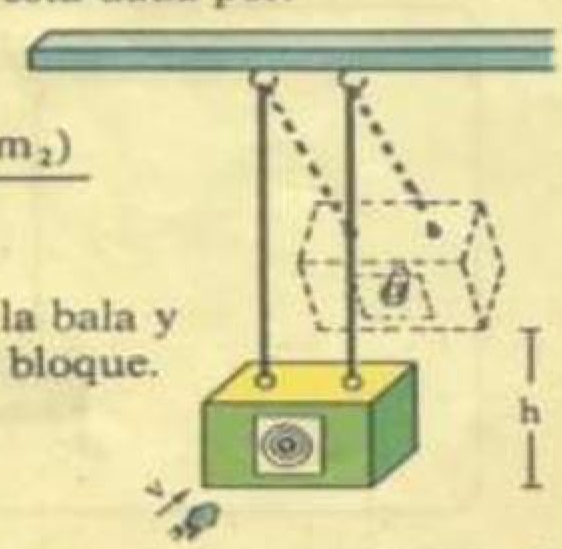


Problemas adicionales sobre impulso y cantidad de movimiento

1. Un automóvil de 1 400 kg aumenta su velocidad de 2 km/h a 36 km/h en 10 s. Determina:
   a. La fuerza constante que debe ejercer el motor del automóvil.
   b. La variación de la cantidad de movimiento.
   c. La variación de la energía cinética.
   d. El impulso recibido y el trabajo efectuado por la fuerza.
2. De acuerdo con la figura demuestra que la velocidad de la bala está dada por:

$$v = \frac{\sqrt{2gh}\,(m_1 + m_2)}{m}$$

donde:
m_1 es la masa de la bala y
m_2 es la masa del bloque.



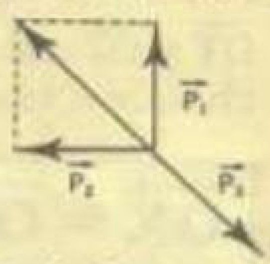
Nota: aplica el principio de conservación de $\overrightarrow{P}$ antes y después de incrustada la bala. Luego aplica el principio de conservación de la energía mecánica después de incrustada la bala en el bloque y en la altura h.

A. Observa el desarrollo de los siguientes problemas:

1. *Una explosión rompe un objeto en tres partes. Una de ellas de masa $m_1 = 3$ kg sale disparada con una velocidad $v_1 = 4$ m/s formando un ángulo recto con la velocidad $v_2 = 1$ m/s, de la segunda parte cuya masa es $m_2 = 16$ kg. Si la masa del tercer pedazo, inmediatamente después de la explosión, es $m_3 = 5$ kg. ¿Cuál es el valor de la velocidad v_3?*

Solución:

La cantidad de movimiento de las tres partes antes de la explosión es cero. Después de la explosión también debe ser cero. Entonces, la tercera parte debe tener una cantidad de movimiento $\overrightarrow{P_3}$ que sea de igual magnitud y sentido contrario a la resultante de la suma de las cantidades de movimiento $\overrightarrow{P_1}$ y $\overrightarrow{P_2}$ de las masas m_1 y m_2 (ver figura).



Se sabe que $P_1 = m_1\, v_1 =$ 3 kg . 4 m/s = 12 kg . m/s

y $P_2 = m_2\, v_2 =$ 16 kg . 1 m/s = 16 kg . m/s

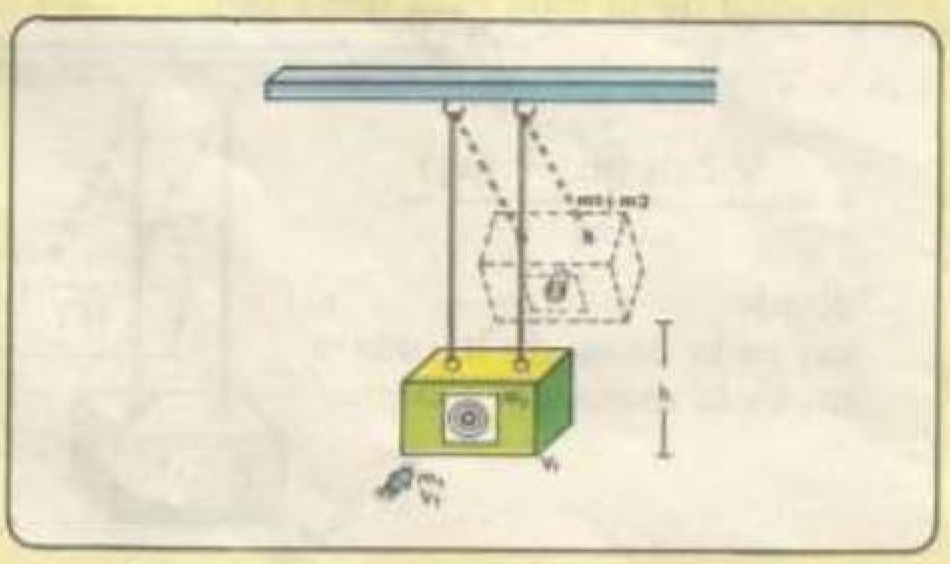
La magnitud de la resultante R de la suma $P_1 + P_2$ será:

$$R = \sqrt{P_1{}^2 + P_2{}^2}$$

$$R = \sqrt{(12\ \text{kg . m/s})^2 + (16\ \text{kg . m/s})^2}$$
$$= 20\ \text{kg . m/s}$$

Pero $R = P_3 = m_3\, v_3$, o sea, 20 kg . m/s = 5 kg . v_3; de donde $v_3 = 4$ m/s

2. *Se dispara un proyectil de 5 g, con una velocidad de 450 m/s contra un péndulo que tiene una masa de 800 g. Si los cuerpos quedan unidos después de la interacción, ¿hasta qué altura oscilará el péndulo? (Ver figura).*



Solución:

Si llamamos:

m_1: masa del proyectil.

v_i: velocidad de la bala.

m_2: masa del péndulo.

v_f: velocidad de $m_1 + m_2$ inmediatamente después del choque.

h: altura que alcanza el péndulo.

De acuerdo con el principio de conservación de la cantidad de movimiento se tiene:

$$\overrightarrow{P_a} = \overrightarrow{P_d}$$

$$m_1\, v_i = (m_1 + m_2)\, v_f$$

$$\text{de donde } v_f = \frac{m_1\, v_i}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{5 \times 10^{-3}\ \text{kg . 450 m/s}}{5 \times 10^{-3}\ \text{kg} + 0.8\ \text{kg}}$$

$$= 2.79\ \text{m/s}$$

Ahora como se requiere calcular la altura a la cual llega el péndulo, se aplica la ley de conservación de la energía mecánica ya que ésta se conserva después del choque. Entonces:

$$E_{mf} = E_{mi}$$

$$(m_1 + m_2)\, gh = \frac{(m_1 + m_2)\, v_f{}^2}{2}$$

$$\text{de donde } h = \frac{v_f{}^2}{2\ g} = \frac{(2.79\ \text{m/s})^2}{2\ .\ (9.8\ \text{m/s})^2} = 0.39\ \text{m}$$

B. Resuelve los siguientes problemas:

1. Una esfera de 3 kg se mueve sobre una mesa horizontal sin rozamiento a una velocidad de 5 m/s. Choca con una esfera de 8 kg que inicialmente se encuentra en reposo. Se observa que después del choque la esfera de 3 kg rebota con una velocidad de 4 m/s. Calcular el valor de la velocidad de la esfera de 8 kg.

2. Una explosión rompe un objeto en tres partes. Una de ellas de 4 kg sale disparada con una velocidad de 10 m/s formando un ángulo recto con otra parte que se mueve a 15 m/s y tiene una masa de 2 kg. Si la tercera parte se mueve con una velocidad de 4 m/s, ¿cuál es el valor de la masa?

3. Una bala de 10 g se mueve hacia un péndulo que se encuentra en reposo, el cual tiene una masa de 0.8 kg. Si la bala queda dentro de la masa del péndulo y éste sube hasta una altura de 50 cm, calcular la velocidad de la bala antes de entrar al péndulo.

4. Dos automóviles de masas $m_1 = 900$ kg y $m_2 = 1\,500$ kg avanzan perpendicularmente hacia un cruce. Las velocidades iniciales de los vehículos son: $v_1 = 36$ km/h y $v_2 = 72$ km/h respectivamente. ¿Cuál es el valor de la velocidad de los automóviles si chocan en el cruce y continúan moviéndose unidos después?

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Impulso: es la fuerza que actúa sobre un cuerpo en un intervalo de tiempo muy pequeño.

Cantidad de movimiento: movimiento que adquiere un cuerpo después de que actúa un impulso.

Impulso: $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Cantidad de movimiento: $P = m.v$
Relación entre impulso y cantidad de movimiento:
$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$
Cantidad de movimiento de un sistema de partículas:
$\vec{P_t} = \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_n}$
Principio de conservación de movimiento.
Si F_r externa = 0 $\vec{P}$ = constante
Choque elástico:
Se conserva la cantidad de movimiento:
$\vec{P_a} = \vec{P_d}$
Se conserva la energía cinética:
$Ec_a = Ec_d$
Choque completamente inelástico:
$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, u$

Fuerzas externas: son aquellas fuerzas que hacen variar la cantidad de movimiento de un sistema. Por lo general, son fuerzas ejercidas por agentes que no pertenecen al sistema.

Fuerzas internas: no alteran la cantidad de movimiento de un sistema. Son ejercidas por agentes que pertenecen al sistema.

Principio de conservación de la cantidad de movimiento: "si sobre un sistema de cuerpos no se ejerce una fuerza resultante externa, la cantidad de movimiento del sistema se conserva".

Choque: sucede cuando dos cuerpos interaccionan fuertemente durante un intervalo de tiempo corto.

Choque elástico: son aquellos en los cuales además de conservarse la cantidad de movimiento se conserva la energía cinética.

Choque inelástico: se conserva la cantidad de movimiento. La energía cinética puede aumentar o disminuir.

IDEAS FUNDAMENTALES

EVALUACION

Evaluación

A. Marca con una equis (X) la respuesta correcta:

1. Un jugador patea un balón de 0.8 kg que inicialmente se encuentra en reposo. Si el balón adquiere una velocidad de 15 m/s, la cantidad de movimiento del balón es:

a. 0.8 kg.m/s c. 12 kg.m/s
b. 18.75 km.m/s d. 15 kg.m/s

2. Si el tiempo de interacción entre el pie del jugador y el balón, en el ejercicio anterior es de 0.01 s, la fuerza ejercida sobre el balón es de:

a. 0.12 N b. 12 N c. 120 N d. 1200 N

3. Un taco golpea una bola de 60 g, comunicándole un impulso de 8 N.s. La velocidad con que se empieza a mover es de:

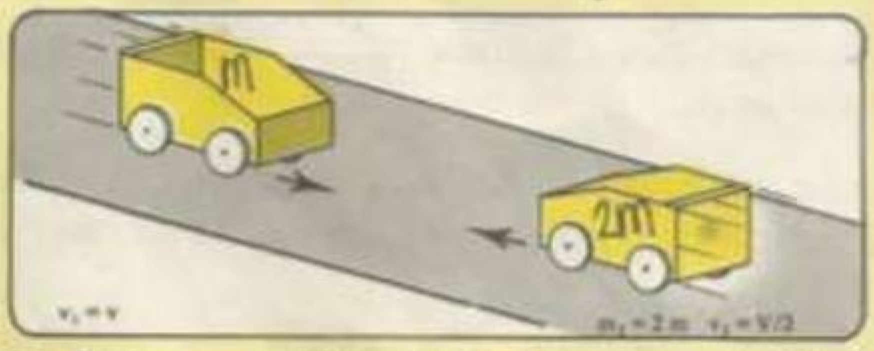
a. 0.133 m/s b. 0.48 m/s c. 133.33 m/s
d. 480 m/s

4. Un cuerpo de masa m se mueve con una velocidad v. Si la velocidad del cuerpo se duplica, su cantidad de movimiento será:

a. m.v b. $m.\frac{v}{2}$ c. 2 m.v d. $m.v^2$

5. Dos carros de laboratorio se mueven uno hacia el otro como muestra la figura. La velocidad de los carros después del choque es de:

a. 0 b. m.v c. 2 m.v d. $m.\frac{v}{4}$



6. Se dispara una bala de 5 g con una velocidad de 300 m/s con un fusil de 90 g. El fusil retrocede con una velocidad de:

a. 1.5 m/s b. 16.66 m/s c. 166.6 m/s
d. 5400 m/s

7. Un automóvil de 1200 kg se mueve a 36 km/h. Su cantidad de movimiento es de:

a. 12 kg.m/s b. 120 kg.m/s c. 1200 kg.m/s
d. 12000 kg.m/s

8. Una pelota de 5 kg que se mueve con una velocidad de 2 m/s choca contra una pared rígida y rebota elásticamente. Si la bola y la pared actúan en contacto 0.002 s; la fuerza media que actúa es de:

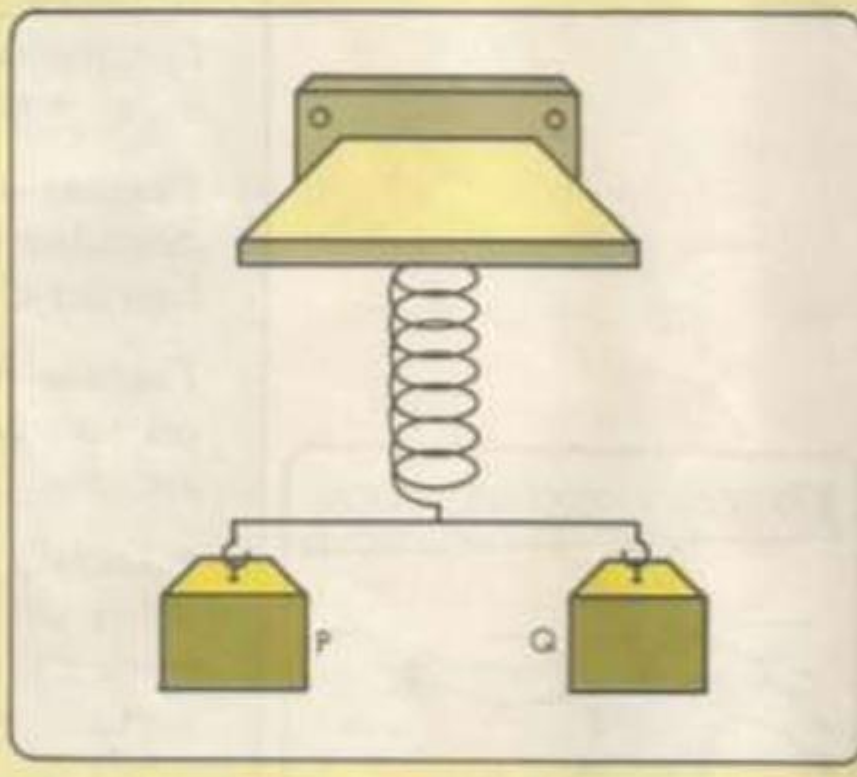
a. 0 N b. 10^3 N c. 10^4 N d. 10^5 N

9. 1 N.s es equivalente a:

a. 1 d.s b. 1 $g.cm/s^2$ c. 1 $kg.m/s^2$
d. 1 kg.m/s

10. El sistema mostrado en la figura está constituido por los dos cuerpos y el resorte. La fuerza externa que actúa sobre el sistema es:

a. La fuerza ejercida por el cuerpo P sobre el resorte.
b. La fuerza ejercida por el cuerpo Q sobre el resorte.
c. El peso de los cuerpos.
d. La fuerza ejercida por el resorte sobre el cuerpo Q.



11. Dos cuerpos A y B tienen masas m y 2m respectivamente e idéntica cantidad de movimiento, entonces:

a. A posee mayor energía cinética.
b. B posee mayor energía cinética.
c. Poseen idéntica energía cinética.
d. No se puede comparar la energía cinética.

12. En la propulsión de un cohete, la expulsión de masa en forma de gases permite:

a. El avance del cohete en sentido contrario.
b. Aliviar el peso del cohete.
c. Conservar su energía cinética.
d. Ninguna de las anteriores.

13. Cuando dos cuerpos chocan, la velocidad del centro de masa:

a. Es igual a la velocidad de ambos cuerpos.
b. No puede exceder la velocidad de ambos cuerpos.
c. Es menor que la velocidad de ambos cuerpos.
d. Cero.

B. En las preguntas 14 a 17 el enunciado es una afirmación seguida de la palabra "**porque**" y una razón o justificación.

Elabora una tabla de respuestas de acuerdo con los siguientes criterios.

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón explica la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si la afirmación y la razón son verdaderas.

14. El impulso es una cantidad vectorial **porque** está dado por $I = F \cdot \Delta t$

15. La cantidad de movimiento de un sistema se conserva **porque** la resultante de las fuerzas internas que actúen sobre él es cero.

16. En un sistema conservativo la cantidad de movimiento se conserva **porque** actúan únicamente fuerzas internas.

17. Dos cuerpos de masas iguales se mueven con la misma cantidad de movimiento **porque** sus velocidades son iguales.

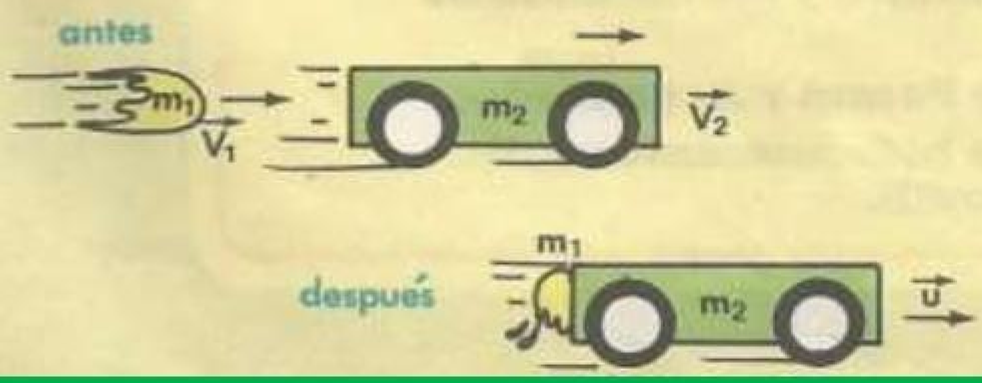
C. Selecciona y escribe en tu cuaderno la respuesta correcta.

18. En un choque elástico:

1. Se conserva la cantidad de movimiento.
2. Se conserva la energía cinética.
3. La energía cinética del sistema aumenta o disminuye.
4. $\Delta P \neq 0$.

19. De acuerdo con la gráfica:

1. El choque es inelástico.
2. El choque es elástico.
3. $m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2} = (m_1 + m_2) \vec{u}$
4. $m_1 \vec{v_1} = (m_1 + m_2) \vec{u}$



20. Un taco golpea una bola de billar con una fuerza de 2N durante un tiempo de 0.003 s:

1. El impulso que actúa es de 666.66 Ns.
2. El impulso que actúa es de 0.006 Ns.
3. La variación de la cantidad de movimiento es de 666.66 kg m/s.
4. La variación de la cantidad de movimiento es de 0.006 kg m/s.

D. En las preguntas 21 a 25 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema:

Elabora tu tabla de respuestas, así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I ó II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

21. Se puede afirmar que dos cuerpos poseen la misma cantidad de movimeinto si se sabe que:

I. Tienen masas iguales.
II. Tienen la misma energía cinética.

22. Se puede conocer la velocidad de retroceso de un arma cuando dispara un proyectil si se sabe que:

I. La masa del arma es de 2 kg.
II. La masa del proyectil es de 0.001 kg.

23. La cantidad de movimiento de un cuerpo se puede determinar si se conoce:

I. $m = 5$ kg.
II. $v = 2$ m/s

24. El impulso que actúa sobre un cuerpo se puede conocer si se sabe que:

I. El cuerpo está en reposo.
II. La velocidad que adquiere el cuerpo es de 3 m/s.

25. La velocidad con que interacciona una bola con la masa de un péndulo se puede calcular si se sabe que:

I. La altura que alcanza el péndulo después de la interacción es 5 cm.
II. La masa del péndulo es de 4 kg.

UNIDAD 10
Mecánica de fluidos

Objetivos

1. Identificar las leyes y principios generales de la hidromecánica.
2. Aplicar las leyes de la hidromecánica en la explicación y solución de problemas.
3. Aplicar los principios fundamentales de la mecánica en el análisis del equilibrio y movimiento de los fluidos.
4. Enunciar los principios de Pascal y Arquímedes.
5. Generalizar las leyes de la hidromecánica aplicando el teorema de Bernoulli.

Introducción

Fluido es todo cuerpo que puede desplazarse fácilmente cambiando de forma bajo la acción de fuerzas pequeñas. Por esta razón el término de "fluidos" incluye tanto líquidos como gases.

La mecánica de fluidos es la última unidad sobre mecánica, que estudiarás en tu primer curso de Física. En esta oportunidad se aplicarán a los fluidos los conceptos de la mecánica estudiados en partículas y cuerpos rígidos.

Sin embargo, restringimos nuestro estudio a fluidos aproximadamente ideales, es decir, que carezcan en la práctica de alta viscosidad como la poseída por el aceite, glicerina, melado o miel.

Ramas de la mecánica de los fluidos

La mecánica de fluidos se divide en las siguientes ramas:

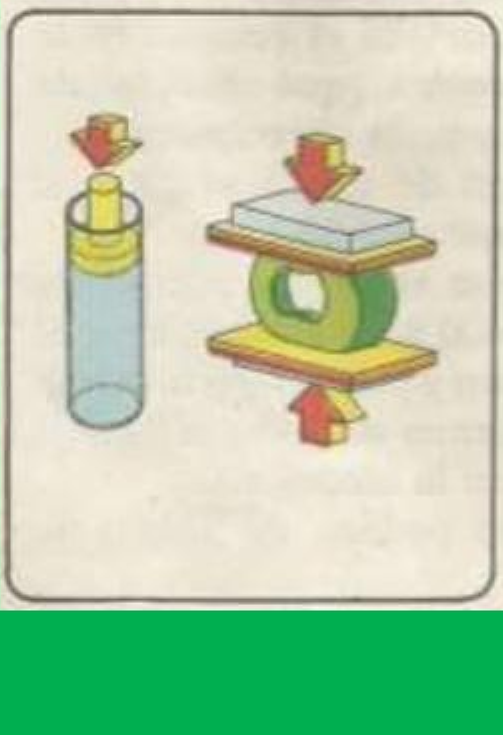
Hidrostática: estudia el comportamiento de los fluidos, considerados en reposo o equilibrio.

Hidrodinámica: estudia el comportamiento de los fluidos, cuando se encuentran en movimiento.

Neumática: particulariza la hidrostática e hidrodinámica al estudio de los gases.

Hidráulica: utiliza los conceptos estudiados en los tres campos anteriores en las aplicaciones técnicas.

Los líquidos son incompresibles y los gases adoptan su volumen al del recipiente que lo contiene.



A pesar de estudiar conjuntamente los fluidos, es claro observar que existen ciertas diferencias importantes entre líquidos y gases. Por ejemplo, los líquidos son prácticamente incompresibles mientras que los gases adaptan su volumen al del recipiente que los contiene, expandiéndose de tal forma que ocupan el mayor volumen posible. La razón de esta diferencia es que, en primer lugar, las moléculas de los sólidos están lo suficientemente cercanas para que las fuerzas de atracción las mantengan en un modelo regular y permanezcan con volumen y forma constante; en un líquido en promedio, las moléculas están más separadas y las fuerzas de cohesión son más pequeñas, por esta razón, el líquido mantiene su volumen y toma la forma del recipiente que lo contiene.

En un gas la distancia entre las moléculas es muy grande comparada con su tamaño, las fuerzas de atracción son muy pequeñas, por eso, el gas no tiene forma ni volumen propios y toma los del recipiente que lo contiene.

TALLER 42

Densidad

Cómo determinar la densidad de los cuerpos.

Las diferentes sustancias que existen en la naturaleza se caracterizan porque la unidad de volumen (m^3 o cm^3) tiene diferente masa. Por ejemplo, la masa de un centímetro cúbico de hierro es 7.8 g, mientras que el mismo volumen de glicerina tiene una masa de 1.26 g.

La densidad absoluta de una sustancia homogénea es la masa de la unidad de volumen de dicha sustancia.

Si una masa m ocupa un volumen V, la densidad es igual a: $d = \frac{m}{V}$

1. En esta actividad, vas a determinar la densidad de monedas de diferente valor. Para tal efecto, debes proveerte de varias monedas de igual y diferente denominación, una regla métrica con aproximación hasta milímetros y una balanza con aproximación a los gramos, que te permita medir con cierto grado de precisión la masa de las diferentes monedas.

   a. Mide con la balanza la masa de cada moneda y coloca su valor medido en gramos en una tabla de datos como la que aparece a continuación:

Moneda (denominación)	Masa (g)	Volumen (cm^3)	Densidad g/cm^3

   Para medir el volumen de la moneda, recuerda que ésta tiene forma de cilindro, debes medir el radio y su grosor que corresponde a la altura del cilindro. Para facilitar esta medición puedes colocar varias monedas del mismo valor en forma de torre y medir su altura; $V = \pi r^2 h$, donde r es el radio de la moneda y h su grosor.

   Calcula la densidad de cada moneda dividiendo el valor de la masa entre el volumen. Coloca estos valores en la tabla y contesta las siguientes preguntas:

   ¿De cuál denominación son las monedas con mayor densidad?

   ¿Tienen menor densidad las monedas con menor denominación?

   b. Para calcular la densidad de objetos de forma irregular, se tiene el inconveniente que no existe una fórmula matemática que facilite el cálculo del volumen, para tal efecto se emplea el siguiente método: se sumerge el cuerpo en una probeta graduada en cm^3 que tiene cierta cantidad de agua, previamente establecida, se mide el nuevo nivel que alcanza el agua cuando el objeto está sumergido, la diferencia de los dos volúmenes corresponde al que deseamos calcular.

   Toma varios objetos como tuercas, puntillas, piedras, bloques de madera, tornillos, etc. Calcula su masa, densidad y volumen.

2. Compara la densidad con los de la tabla 10.1 e indica de qué sustancia puede estar hecho el material.

Sustancia	Densidad g/cm^3
Acero	7.8
Aluminio	2.7
Bronce	8.6
Cobre	8.9
Hielo	0.92
Hierro	7.8
Oro	19.3
Plata	10.5
Platino	21.4
Plomo	11.3
Agua	1.00
Alcohol etílico	0.81
Benceno	0.90
Glicerina	1.26
Mercurio	13.6

Tabla 10.1

Ejemplo:
Expresar en kg/m^3 la densidad del acero.

$$\delta = 7.8\ \frac{g}{cm^3} = 7.8\ \frac{10^{-3}\ kg}{10^{-6}\ m^3} = 7800\ kg/m^3$$

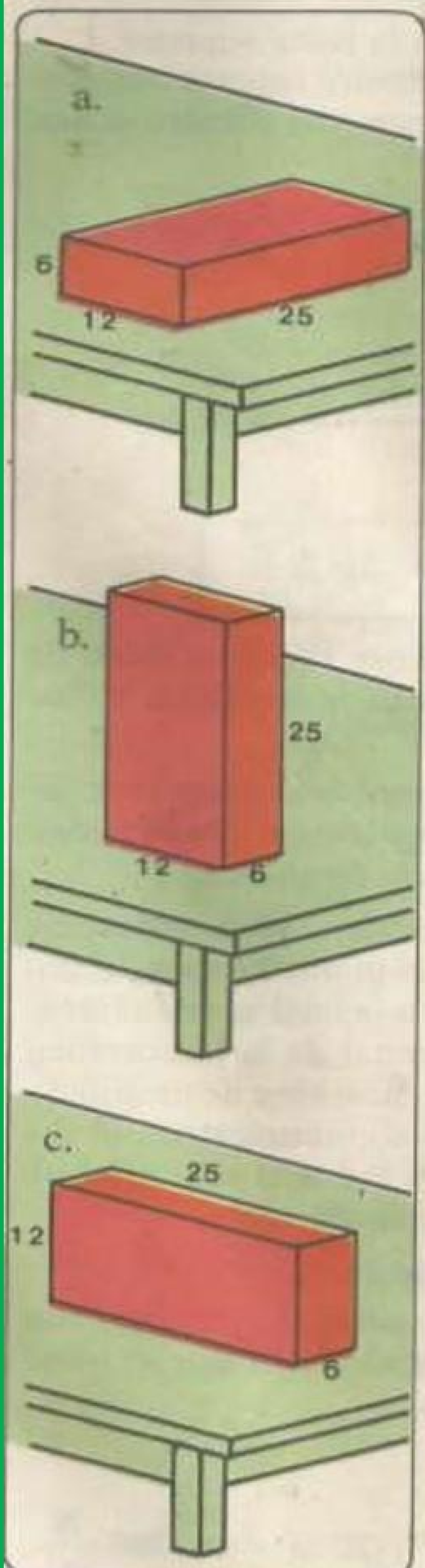
3. **Resuelve los siguientes ejercicios:**

   a. Un recipiente de aluminio tiene una capacidad interior de 96 cm^3. Si el recipiente se llena totalmente de glicerina, ¿qué cantidad de glicerina en kilogramos llena el recipiente?
   b. ¿Cuál es la densidad de una sustancia, si 246 g ocupan un volumen de 33.1 cm^3?
   c. ¿Qué capacidad debe tener un recipiente destinado a contener 400 g de alcohol etílico?
   d. Cierta aleación de oro y plata tiene una masa de 2 174 g y un volumen de 145 cm^3. ¿Qué tanto oro y plata hay en la aleación?
   e. ¿Qué masa tiene un pedazo de hierro de 60 cm^3?

Presión. Concepto

Se llama presión, a la magnitud de la fuerza ejercida perpendicularmente por unidad de área de la superficie. La presión es magnitud escalar.

$$P = \frac{F_{\perp}}{A}$$



La acción que ejercen las fuerzas sobre los sólidos es cualitativamente diferente a la ejercida sobre los fluidos. Cuando se ejerce una fuerza sobre un sólido, ésta actúa sobre un solo punto del cuerpo, lo cual es imposible que suceda en un fluido contenido en un depósito cerrado, sólo se puede aplicar una fuerza en un fluido por medio de una superficie. Además, en un fluido en reposo esta fuerza está siempre dirigida perpendicularmente porque el fluido no puede soportar fuerzas tangenciales.

Por este hecho es importante analizar las fuerzas que actúan sobre los fluidos por medio de la presión.

La presión existe únicamente cuando sobre una superficie actúa un sistema de fuerzas distribuidas por todos los puntos de la misma.

Unidades de presión

En el sistema internacional: $[P] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{N}{m^2}$

En el sistema C.G.S $[P] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{d}{cm^2} = 1$ baria

La baria es una unidad muy pequeña, por lo tanto se utilizan en la práctica los siguientes múltiplos:

1 bar = 10^6 barias   1 milibar = 10^3 barias = 10^{-3} bar.

En nuestro curso utilizaremos por ahora el $\frac{N}{m^2}$ y $\frac{d}{cm^2}$ como unidades de presión.

Ejemplo:

Un ladrillo de $\delta = 2.4\ g/cm^3$ tiene las siguientes dimensiones: 25 cm de largo, 6 cm de alto y 12 cm de ancho. Calcular la presión que ejerce el ladrillo sobre el suelo, cuando se coloca sobre cada una de sus caras.

Solución:

La fuerza que ejerce el ladrillo es igual a su peso:

$$F = m.g = \delta\ V.g$$

$$F = \left(2.4\ \frac{g}{cm^3}\right)(25\ cm \times 12\ cm \times 6\ cm)\ 980\,\frac{cm}{s^2} = 4233600\ d$$

$$P_1 = \frac{F}{A} = \frac{4233600\ d}{25\ cm \times 12\ cm} = 14112\ \frac{d}{cm^2}$$

$$P_2 = \frac{F}{A} = \frac{4233600\ d}{(25\ cm) \times (6\ cm)} = 28224\ \frac{d}{cm^2}$$

$$P_3 = \frac{F}{A} = \frac{4233600\ d}{12\ cm \times 6\ cm} = 58800\ \frac{d}{cm^2}$$

La presión es mayor cuando el área sobre la cual actúa la fuerza es menor.

TALLER 43

Analiza el concepto de presión.

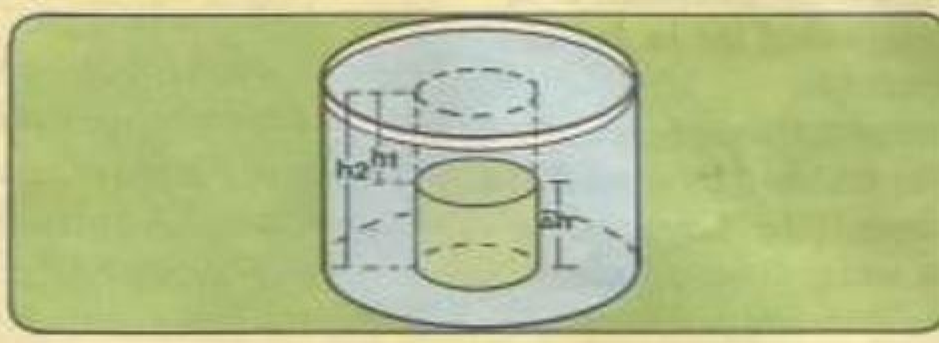
1. En las siguientes situaciones reales interviene el concepto de presión.
   a. Todos los objetos punzantes como alfileres, puntillas, clavos, entre otros, se caracterizan por tener punta. ¿Qué fin se persigue con esto?
   b. Los objetos afilados, fabricados para cortar como cuchillos, navajas, tijeras. . . se caracterizan porque a mayor filo son más eficientes. ¿Cómo explicarías este hecho?
   c. Los guayos especiales para el juego del fútbol tienen tacos que permiten una mayor estabilidad del jugador. Explica físicamente este hecho.
   d. Un pasajero en un bus es pisado por una señora de 80 kg, quien usa zapatos bajitos, mientras que otro es pisado con el tacón de una señora delgada de sólo 45 kg que usa zapatos altos. ¿Cuál de los dos sentirá mayor dolor?
   e. Si se desea atravesar un barrizal, ¿qué sería preferible; usar zapatos anchos o angostos?
   f. Los zapatos que se usan para caminar sobre la nieve son muy anchos (en forma de raquetas). ¿Qué razón tiene esta forma?
   g. Los tanques de guerra tienen en sus ruedas una coraza metálica en forma de banda, ¿cómo justificas este uso?
   h. Si se desea atravesar un río que está congelado, ¿cuál sería la mejor forma de hacerlo para evitar una ruptura del hielo?

2. Resuelve los siguientes problemas:
   a. Un bloque de acero de forma paralelepípeda tiene las siguientes dimensiones: 2 cm de largo, 1.5 cm de ancho y 1 cm de alto. Calcular la presión que ejerce el bloque sobre la superficie en la cual se apoya, cuando se coloca sobre cada una de sus caras.
   b. Un cubo de madera de densidad 0.65 g/cm^3, ejerce una presión de $1\,300 \text{ N/m}^2$ sobre la superficie en la cual se apoya. Calcula la arista del cubo.
   c. Una piscina de 25 m de largo, 12 m de ancho y 1.8 m de profundidad está llena de agua. Calcular la presión que ejerce el agua sobre el fondo de la piscina.

Presión hidrostática

Si un recipiente contiene líquido en equilibrio, todos los puntos del interior están sometidos a una presión cuyo valor depende de la profundidad a la cual se encuentre.

Tomemos un recipiente lleno de agua, en el cual consideramos un pequeño cilindro, de altura Δh y área A.



La cara superior del cilindro soporta una presión, debida al peso de la columna de agua, que se encuentra encima.

$P_1 = \dfrac{F}{A} = \dfrac{m_1\, g}{A} = \dfrac{\delta\, V\, g}{A}$ donde V es el volumen de la columna de agua en la parte superior.

La cara inferior del cilindro soporta una presión adicional debido al peso del cilindro considerado.

$P_2 = P_1 + \dfrac{\delta\, Vc\, g}{A}$; donde Vc es el volumen del cilindro considerado.

Como $Vc = A.\Delta h$, tenemos:

$$P_2 = P_1 + \frac{\delta\, g\, A\Delta h}{A} = P_1 + \delta g \Delta h$$

De donde:

$$\boxed{P_2 - P_1 = \delta g \Delta h}$$

Este resultado se conoce con el nombre de principio fundamental de la **hidrostática** y dice que:

La diferencia de presión entre dos puntos de un líquido en equilibrio es proporcional a la densidad del líquido y a la diferencia de alturas.

Si el punto 1 se considera en la superficie del líquido, la presión en el punto 2 está determinada por la profundidad a la cual se encuentre.

El principio fundamental de la hidrostática explica el por qué la superficie libre de un líquido es horizontal y en los vasos comunicantes, el por qué el líquido alcanza en todos el mismo nivel, sin importar la forma del recipiente.

Analiza el siguiente problema.

Calcular la presión hidrostática que experimenta un buzo, que está sumergido 20 m bajo el nivel del mar ($\delta = 1.03 \text{ g/cm}^3$).

Solución:

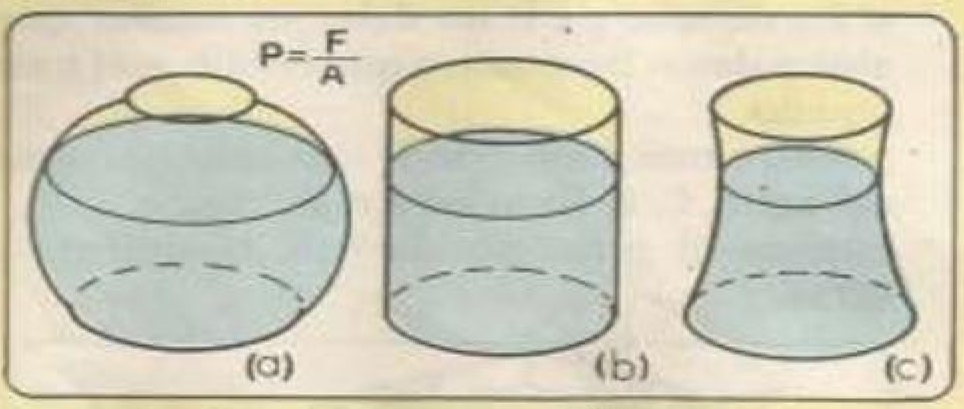
$P = \delta\, g\, h$

$P = \left(1\,030\ \dfrac{kg}{m^3}\right)(9.8\ m/s^2)\ (20\ m) = 201\,880\ \dfrac{N}{m^3}.$

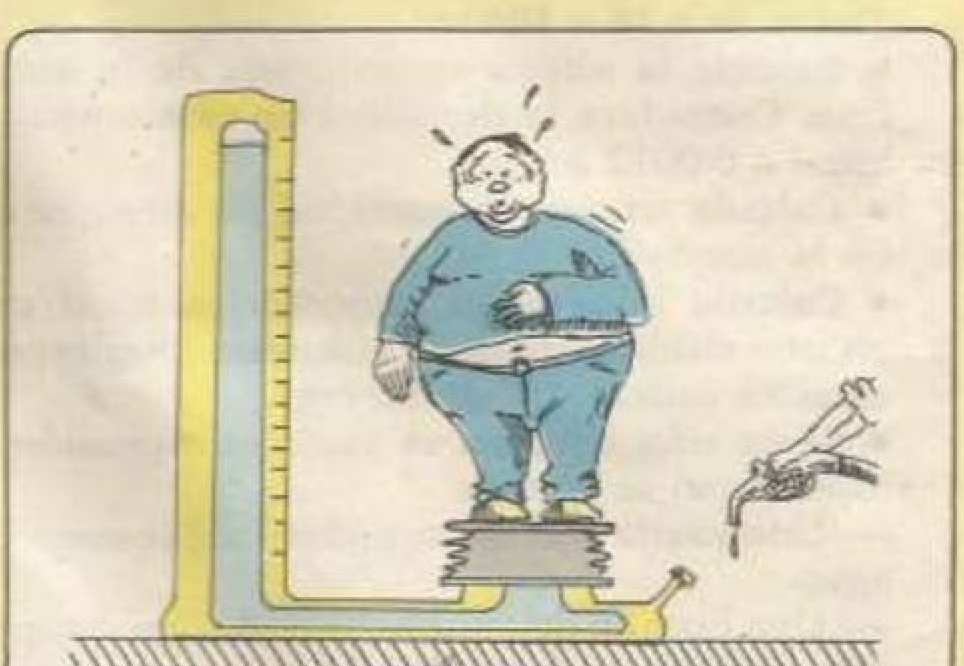
TALLER 44

"Paradoja hidrostática"

1. El razonamiento que sigue, se conoce con el nombre de la "paradoja hidrostática", los estudiantes la deben discutir y llegar a una solución.
Los siguientes recipientes contienen agua hasta el mismo nivel, todos tienen la misma área en la base, por lo tanto, la presión en el fondo debe ser idéntica. ¿Por qué al colocar los tres recipientes en una balanza, estos tienen diferentes pesos?

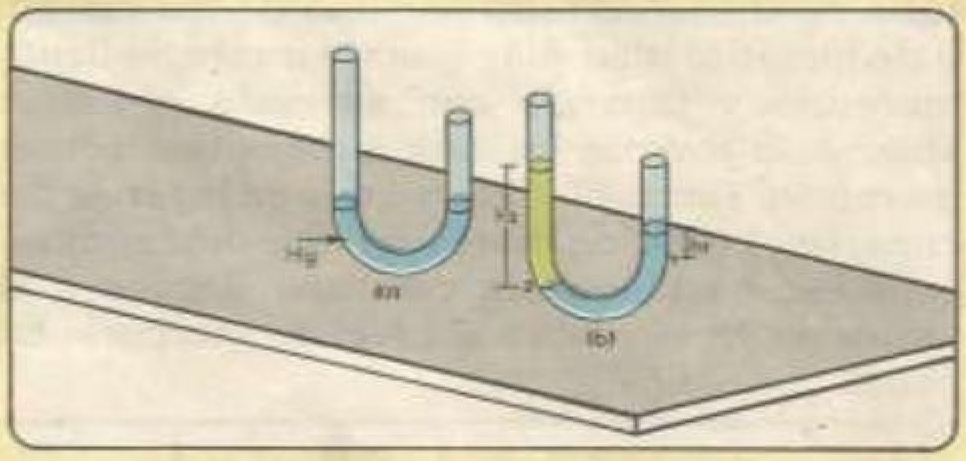


2. Resuelve los siguientes problemas:
a. ¿Cuál es la presión a una profundidad de 1 240 m bajo el agua de mar? ¿Qué fuerza actúa sobre una superficie de 4 m² colocados a esta profundidad?
b. ¿Cuál es la diferencia de presión en las tuberías del agua en dos pisos de un edificio, si la diferencia de alturas es 8.40 m?
c. Un tanque está lleno de gasolina (δ = 0.7 g/cm³), calcula la presión hidrostática a 20 cm de profundidad.
d. Un hombre de 80 kg de masa está parado sobre una plataforma circular de 10 cm de radio. La plataforma se coloca sobre un fuelle lleno de agua que a su vez se comunica con un tubo vertical. ¿A qué altura sube el agua por el tubo?



e. Un submarino se hunde a una profundidad de 60 m bajo el nivel del mar. Calcula la presión hidrostática a esta profundidad. (δ = 1.03 g/cm³).

3. El concepto de presión hidrostática se puede emplear para calcular la densidad de algunos líquidos.



Si en un tubo en U como el que se muestra en la figura (a), se echa mercurio, observemos que en las dos ramas el nivel que alcanza es el mismo.
Si tenemos un líquido cuya densidad desconocemos y lo vertimos en la rama izquierda del tubo en U, este líquido ejerce una presión sobre el mercurio provocando un desnivel en las dos ramas.
La presión en el punto 1 debida a la columna de mercurio es igual a la presión en el punto 2 debida a la columna del líquido cuya densidad se desconoce.

$$P_1 = P_2$$

$$\delta\,Hg\,g\,h_1 = \delta_x\,g\,h_2$$

Los valores h_1 y h_2 se miden directamente y de esta forma se calcula el valor de la densidad δ_x.

$$\delta_x = \frac{\delta\,Hg\,h_1}{h_2}$$

Esta experiencia se puede hacer siempre y cuando los dos líquidos no se mezclen.

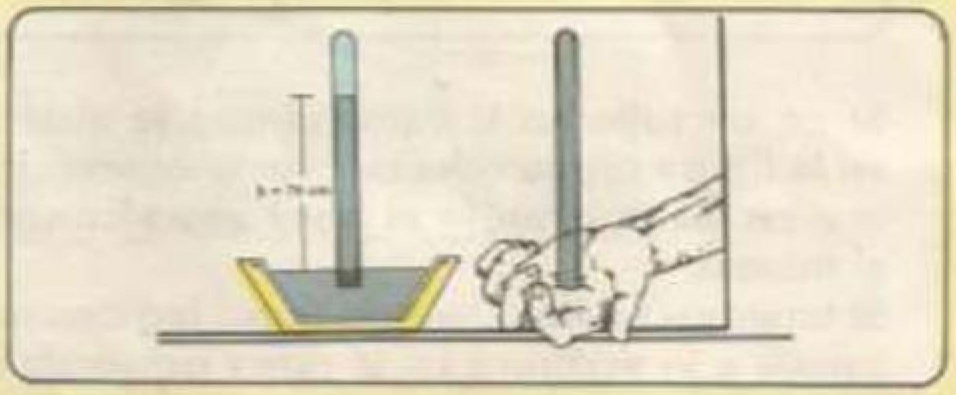
Ejercicios
a. Un tubo doblado en U contiene agua (δ = 1 g/cm³) y aceite de densidad desconocida. La altura del agua respecto a la superficie de separación es 9 cm y la altura de la columna de aceite es 10.6 cm. ¿Cuál es la densidad del aceite?
b. En un tubo doblado en U hay mercurio y cloroformo. (δ = 0.66 g/cm³). Si la altura de la columna de mercurio es 4 cm, ¿cuál será la altura de la columna de cloroformo?

Presión atmosférica

La atmósfera o capa de aire que rodea la tierra, ejerce sobre la superficie del planeta una fuerza que es llamada **presión atmosférica**. Esta es una consecuencia del peso del aire.

Valor de la presión atmosférica

El valor de la presión atmosférica fue encontrado por Evangelista Torricelli (1608-1647) quien en 1644 realizó su famoso experimento. Tomó un tubo de vidrio cerrado por uno de sus extremos y de longitud algo más que un metro, lo llenó de mercurio y tapando con su dedo el extremo abierto lo invirtió en una cubeta que contenía mercurio. Torricelli observó que en lugar de desocuparse el tubo de mercurio éste descendió únicamente hasta que la columna llegaba a una altura de 76 cm sobre el nivel de mercurio en la vasija.



4. A partir del experimento de Torricelli se puede calcular el valor de la presión atmosférica, basta con tener en cuenta que la presión a nivel de la superficie de mercurio que hay en el recipiente (presión atmosférica) es igual a la presión en un punto situado a la misma altura dentro del tubo (presión de la columna de mercurio).

Presión atmosférica es igual a la presión de la columna de mercurio:

$Pa = \delta_{Hg}\ h.g$

$Pa = (13.6\ g/cm^3) \times (76\ cm) \times (980\ cm/s^2)$

$= 1.013 \times 10^6\ d/cm^2$

Este valor recibe el nombre de una atmósfera.

$1\ at = 1.013 \times 10^6\ d/cm^2 = 1.013 \times 10^5\ N/m^2$

Demuestra la última igualdad.

En la práctica se utiliza como medida de la presión atmosférica la altura que alcanza la columna de mercurio, 76 cm de Hg. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la presión es una medida de la fuerza por unidad de superficie y no una medida de longitud.

Si Torricelli en lugar de utilizar mercurio hubiera hecho la experiencia con agua, ¿qué altura mínima debería tener el tubo de vidrio?

5. La presión atmosférica forma parte de nuestra vida y se manifiesta de muchas formas. A continuación se presenta una serie de situaciones en las cuales interviene la presión atmosférica, discútanlas y lleguen a una solución.

a. La densidad del aire varía con la altura. ¿Cómo explicas este hecho?

b. Influye la presión atmosférica en el peso de los cuerpos.

c. Un joven toma gaseosa con un pitillo. Explica por qué el líquido asciende por el pitillo.

d. Un sifón sencillo consta de un tubo doblado de vidrio, que funciona teniendo en cuenta:

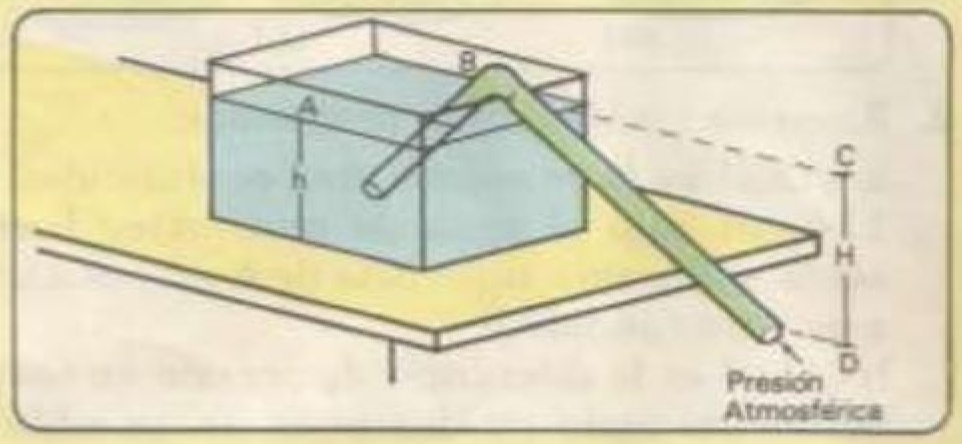
• El tubo del sifón debe estar lleno de líquido y libre de burbujas de aire. ¿Por qué?

• El extremo D debe estar por debajo del nivel A.

• La distancia CD no debe ser mayor que la altura de un barómetro que contiene el mismo líquido.

• Entre más bajo esté D con relación al nivel del agua, C, el flujo será más rápido.

Explica el principio de funcionamiento del sifón.



e. La presión atmosférica se mide con un barómetro que en su forma más simple es el utilizado por Torricelli. Indica qué sucede con la columna de mercurio de un barómetro cuando se asciende por una montaña.

f. Resuelve los siguientes problemas:

• Teniendo en cuenta que el valor de la presión atmosférica es $Pa = 1.013 \times 10^6\ d/cm^2$. Calcula el valor aproximado del peso de la atmósfera, ten en cuenta que el radio de la Tierra es 6.38×10^6 m.

• Calcula la altura aproximada de la atmósfera. Considera la densidad de esta constante igual a $0.0012\ g/cm^3$.

• Calcula en cm^3 la cantidad de aire que hay en la atmósfera.

• Calcula la presión atmosférica en d/cm^2, en una ciudad donde la columna de mercurio alcanza una altura de 56 cm.

• Si en una cámara el vacío (sin presión atmosférica) se coloca:

— Una vasija con agua, indica qué le sucede al agua.

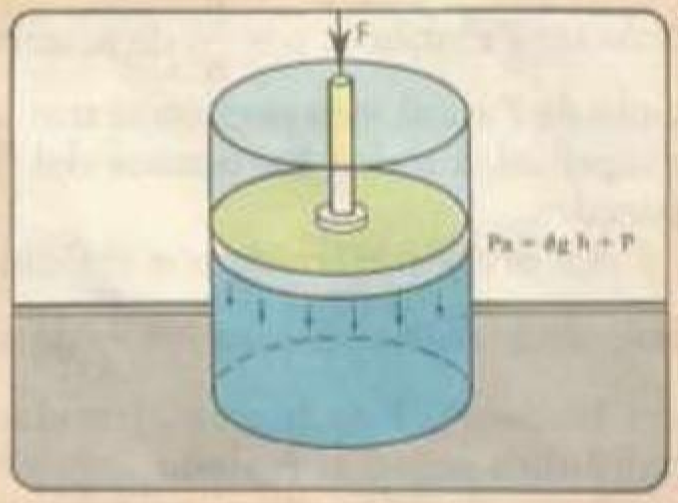
— Una bomba de caucho inflada, ¿qué sucede con su volumen?

Principio de Pascal

"La presión aplicada a un fluido confinado se transmite con la misma magnitud a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente que los contiene".

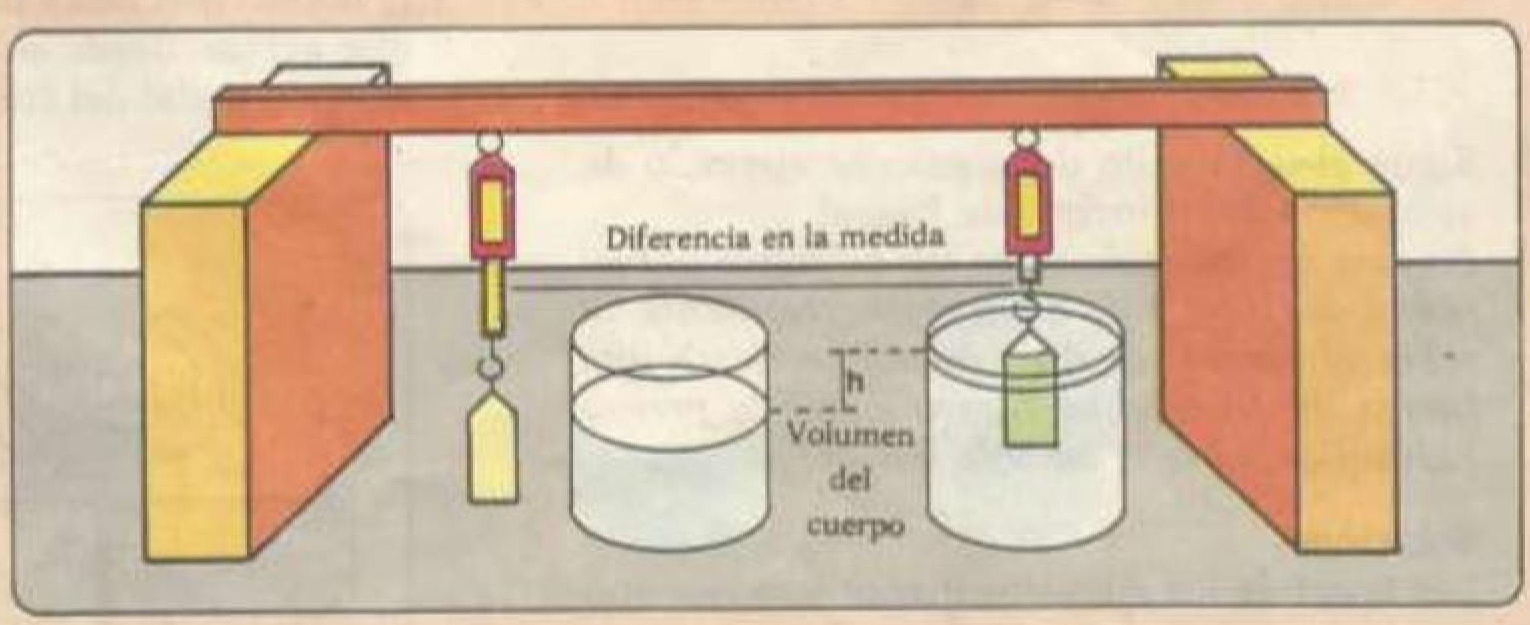
La presión en el interior de un fluido depende solamente de la diferencia de nivel y de la densidad. Por lo tanto, si se aumenta la presión sobre cualquier punto, se produce un aumento igual en cualquier punto del fluido. En la figura, el fluido se encuentra confinado en un cilindro provisto de un émbolo, cuando se ejerce una fuerza sobre el émbolo, la presión ejercida sobre el líquido se transmite con igual intensidad a todos los puntos del fluido. De esta forma en el punto A la presión será igual a la suma de la presión hidrostática, debida al propio peso del fluido y la adicional ejercida por el émbolo.

Este resultado fue enunciado por el científico francés Blaise Pascal (1623-1662) y se conoce como el principio de Pascal. Se enuncia así:



La fuerza ejercida por el fluido sobre el cuerpo sumergido en él, recibe el nombre de empuje y depende de la densidad del fluido y del volumen del cuerpo.

Si suspendemos de un dinamómetro un objeto pesado y luego lo sumergimos en agua. Observamos que la medida de la fuerza ejercida sobre el dinamómetro disminuye, lo cual significa que el agua ha ejercido una fuerza sobre el objeto suspendido en sentido contrario al peso; este hecho se hace más evidente cuando sumergimos un trozo de corcho, éste se acelera hacia la superficie en donde flota parcialmente sumergido. El corcho sumergido experimenta una fuerza hacia arriba por parte del agua, superior a su peso.



El principio de Arquímedes se enunciará de la siguiente forma:

Al sumergir total o parcialmente un cuerpo en un fluido éste experimenta una fuerza adicional vertical dirigida de abajo hacia arriba llamada empuje y de magnitud igual al peso del fluido desplazado.

TALLER 45

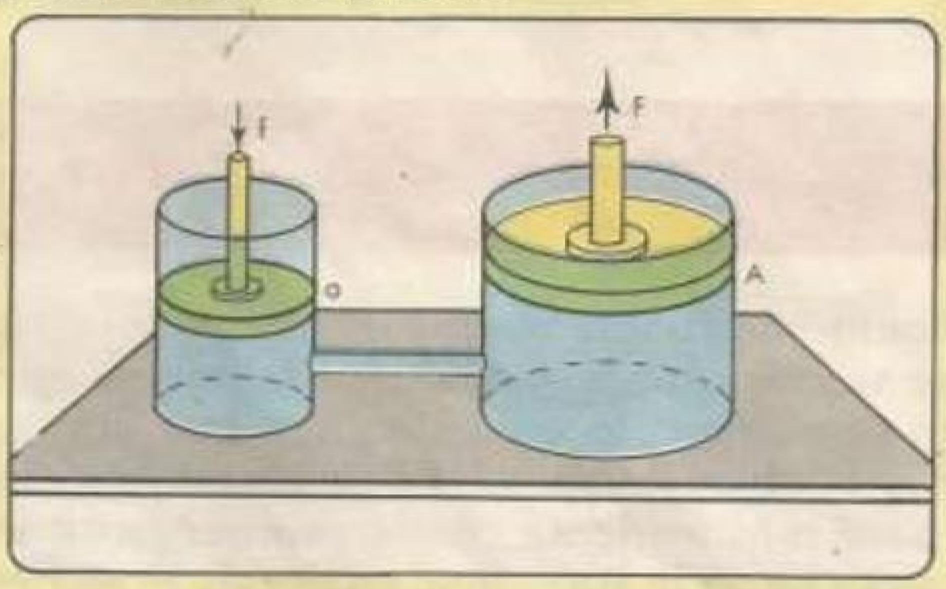
Aplicación del principio de Pascal

El principio de Pascal tiene infinidad de aplicaciones en la técnica moderna. La **prensa hidráulica** tiene por fundamento este principio: consta de dos cilindros en forma de pistón, dotado cada uno de un émbolo y comunicados entre sí.

Cada cilindro tiene diferente área y su interior está lleno con un líquido viscoso como por ejemplo aceite.

En el émbolo de área menor a se ejerce una pequeña fuerza F; la presión ejercida por el émbolo será entonces $p = \frac{F}{a}$, de acuerdo con el principio de Pascal, esta presión se transmite con igual magnitud a todos los puntos del fluido y de las paredes.

La presión ejercida por el fluido sobre el émbolo de área mayor será $P = \frac{F}{A}$ donde A es el área del émbolo y F la fuerza ejercida por la prensa hidráulica sobre el émbolo.



Como la presión es la misma en ambos cilindros demuestra que $F = \frac{f.A}{a}$.

1. Sigue el desarrollo del siguiente ejercicio de aplicación del principio de Pascal.
En una prensa hidráulica sus cilindros tienen radios de 1 cm y de 8 cm respectivamente. Si sobre el émbolo de área menor se ejerce una fuerza de 10 N, ¿qué fuerza ejerce la prensa hidráulica sobre el émbolo mayor?

Solución:
Las áreas de los cilindros menor y mayor son respectivamente:

$A_1 = \pi r_1^2$; $A_1 = \pi\ (1\ cm^2) = 3.14\ cm^2$

$A_2 = \pi r_2^2 = A_2 = \pi\ (8\ cm)^2 = 201.06\ cm^2$

De acuerdo al principio de Pascal:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}, \text{ de donde } F_2 = \frac{F_1 A_2}{A_1}$$

$$F_2 = \frac{(10\ N)\ (201.06\ cm^2)}{(3.14\ cm^2)} = 640\ N$$

Observa que basta hacer una fuerza de 10 N, para que la prensa ejerza una fuerza de 640 N.

2. Resuelve los siguientes problemas:

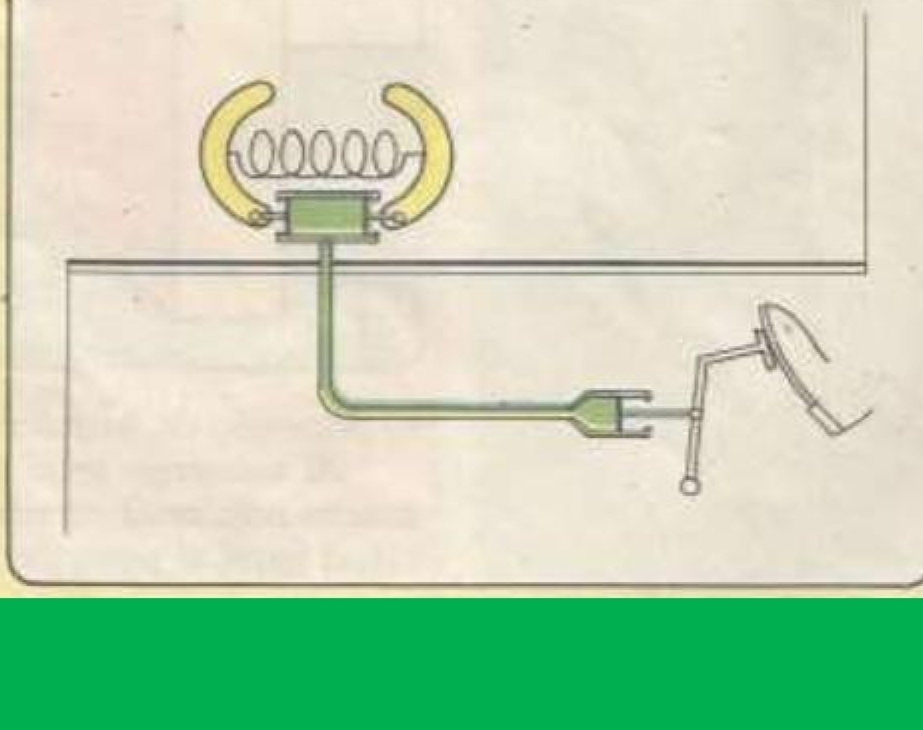
a. El pistón de un gato hidráulico tiene 10 cm de diámetro, ¿qué presión en d/cm^2 se requiere para levantar un auto de 1 500 kg de masa?

b. En una prensa hidráulica sus cilindros tienen radios de 12 cm y 25 cm respectivamente. Si sobre el émbolo de menor área se ejerce una fuerza de 28 N, ¿qué fuerza ejerce la prensa hidráulica sobre el émbolo mayor?

c. Los cilindros de una prensa hidráulica tienen de radio 5 cm y 20 cm. ¿Qué fuerza se debe ejercer sobre el émbolo de área menor, para levantar un cuerpo de 1 000 kg de masa?

d. En la prensa hidráulica, la fuerza ejercida sobre un pistón no es igual a la fuerza ejercida sobre el otro; pero las presiones son idénticas. De acuerdo con el principio de Pascal, analiza qué relación existe entre los trabajos realizados por una y otra fuerza. Recuerda que $T = F.x \cos \theta$.

3. Otra aplicación del principio de Pascal, es el freno hidráulico de un automóvil. Estudia el esquema que se muestra en la figura y analiza la acción mecánica de cada una de las fuerzas que actúan desde el momento que el pie presiona el pedal del freno.



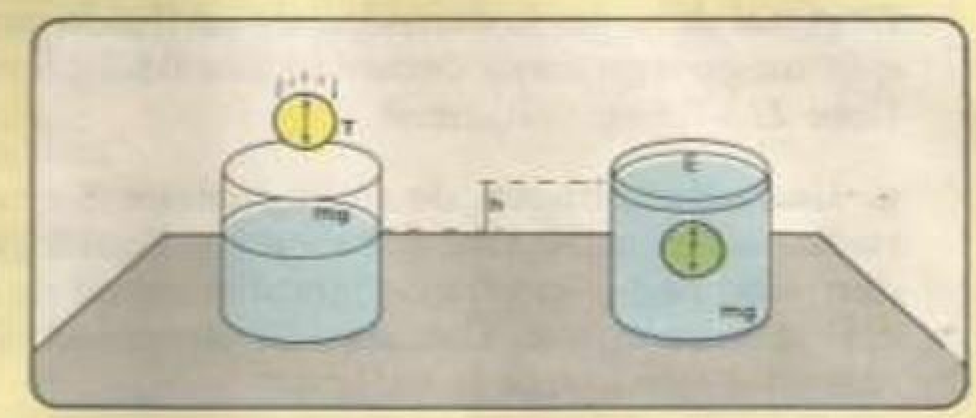
TALLER 46

$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$

Redescubre el principio de Arquímedes

1. Suspende de una banda de caucho, una esfera metálica o cualquier cuerpo de 0.01 kg aproximadamente. Mide la deformación que sufre la banda. Anota este valor en una tabla de datos. Coloca unos 100 cm^3 en una probeta y sumerge la esfera metálica en el agua. Mide nuevamente la deformación que sufre la banda.

a. La deformación que sufre la banda de caucho es proporcional a la fuerza que se ejerce sobre ella. ¿En qué situación se ejerce más fuerza sobre la banda, cuando se suspende la esfera en el aire o cuando se suspende en el agua?
b. Realiza un diagrama de las fuerzas que actúan sobre la esfera en cada una de las situaciones dadas, observa que en las dos situaciones la esfera se encuentra en equilibrio.
c. Es claro ver que cuando la esfera se sumerge en agua, experimenta una nueva fuerza ejercida por el fluido verticalmente de abajo hacia arriba. Esta fuerza se llama empuje.



d. El valor de la fuerza del empuje se puede encontrar haciendo el siguiente razonamiento: Suponemos un buzo que se encuentra sumergido en el agua y desea levantar dentro de ella a una altura h un objeto de peso (mg). Al realizar este trabajo, el buzo incrementa la energía potencial del objeto en un valor igual a mgh, pero simultáneamente un volumen de agua idéntico al del objeto es desplazado por éste y viene a ocupar la posición que antes ocupaba el objeto. Por lo tanto, cierta cantidad de agua pierde energía potencial en la magnitud $- m_{H_2O}\, gh$.

El trabajo neto realizado por el buzo es igual al incremento de energía potencial del objeto, menos la energía potencial perdida por el agua.

$$T_N = mgh - m_{H_2O}\, gh$$

El trabajo neto es realizado por la fuerza resultante, por lo tanto la expresión anterior queda de la siguiente forma:

$$F_r h = mgh - m_{H_2O}\, gh = (mg - m_{H_2O}\, g)\, h$$

Al cancelar h en ambos lados de la igualdad resulta que:

$$Fr = mg - m_{H_2O}\, g$$

mg es el peso del objeto y $m_{H_2O}\, g$ es el peso del agua que ocupa el mismo volumen del objeto.

El principio de Arquímedes se enunciará de la siguiente forma:

Al sumergir total o parcialmente un cuerpo en un fluido éste experimenta una fuerza adicional vertical dirigida de abajo hacia arriba llamada empuje y de magnitud igual al peso del fluido desplazado.

Demuestra que $E = \delta_f\, Vg$ donde δ_f = densidad del fluido
V = volumen del fluido desplazado.

e. A continuación se solucionan dos problemas donde se aplica el principio de Arquímedes, estudia detenidamente el proceso seguido.

1. Una esfera de hierro de 3 cm de radio se deja caer en un estanque lleno de agua de 120 cm de profundidad. Calcular:
a.. Peso de la esfera.
b. Empuje.
c. Fuerza resultante.
d. Aceleración de la esfera (despreciar el rozamiento).
e. Tiempo que tarda en llegar al fondo.

Solución:

a. **Peso de la esfera**

$P = m.g = \delta_e\ V_e\ g$ porque $m = \delta\ V$ y $\delta_e = 7{,}8\ g/cm^3$

$P = (7.8\ g/cm^3)\ (4/3\ \pi\ (3\ cm))^3\ (980\ cm/s^2) = 864516.0\ d$

b. **Empuje**

$E = \delta_f\ V\ g$ donde $\delta_f = 1\ g/cm^3$

$E = (1\ g/cm^3)\ (4/3\ \pi\ (3\ cm)^3)\ (980\ cm/s^2) = 110835.3\ d$

c. **Fuerza resultante**

$Fr = P - E$

$Fr = 864516.0\ d - 110835.3\ d = 753680.73\ d$

d. **Aceleración de la esfera**

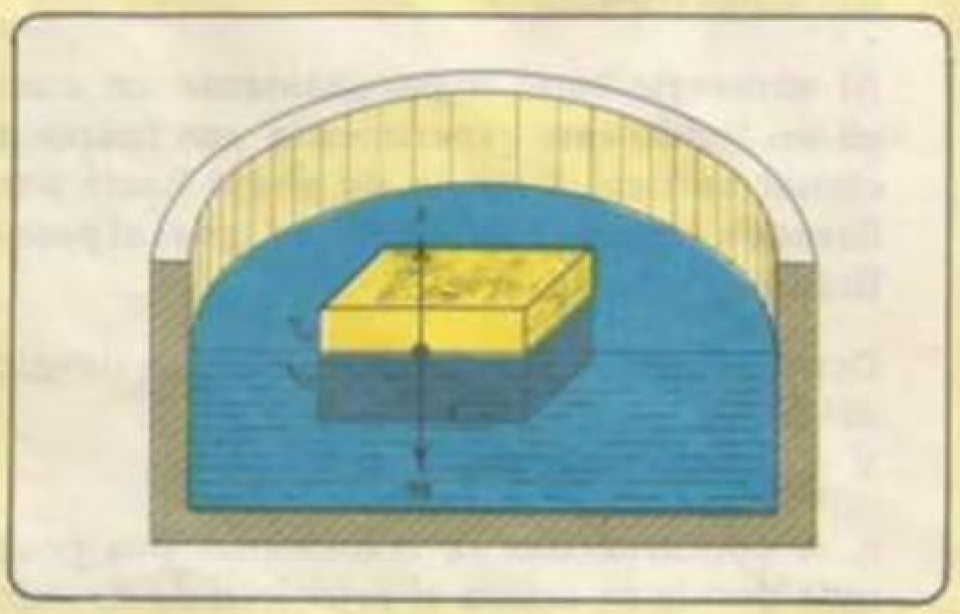
$$a = \frac{Fr}{m} = \frac{Fr}{\delta_e\ V} \quad a = \frac{753680\ d}{882.16\ g} = 854.35\ cm/s^2$$

e. **Tiempo que tarda en llegar al fondo**

$$y = Vit + \frac{at^2}{2},\ \text{de donde}\ t = \sqrt{\frac{2y}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ (120\ cm)}{854.35\ cm/s^2}} = 0.53\ s$$

2. Un bloque de madera de densidad $0.6\ g/cm^3$ y dimensiones $80\ cm \times 10\ cm \times 5\ cm$ flota en agua. Calcular la fracción de volumen que permanece sumergida.



Solución:

El bloque de madera se encuentra en equilibrio $\Sigma F = E - mg = 0$

$\delta_f\ .\ Vs\ g = \delta_b\ V\ g$; donde Vs es el volumen sumergido.

$$Vs = \frac{\delta_b\ V}{\delta_f}\ ;\ Vs = \frac{0.6\ g/cm^3\ .\ V}{1\ g/cm^3} = 0.6\ V$$

Se sumergen los 6/10 del volumen del cuerpo.

3. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un cuerpo de $20\ cm^3$ de volumen se sumerge en alcohol ($\delta = 0.82\ g/cm^3$). ¿Qué empuje experimentará?

b. Un bloque metálico pesa 176400 d en el aire y experimenta un empuje 39200 d cuando se sumerge en agua. ¿Cuál es el volumen y la densidad del metal?

c. Una piedra de densidad $2.6\ g/cm^3$ se sumerge en H_2O experimentando una fuerza resultante de 4.8 N. Calcular la masa de la piedra.

d. Un bloque de madera de $0.58\ g/cm^3$ de densidad y dimensiones $20\ cm \times 8\ cm \times 4\ cm$ flota en el agua. Calcular:

- ¿Qué fracción de volumen se encuentra sumergida?
- ¿Qué fuerza adicional se debe hacer sobre el bloque para sumergirlo completamente?

e. Una caja de $25\ cm \times 18\ cm \times 6\ cm$ flota en el agua. ¿Cuál debe ser la masa de un cuerpo que al colocarse en su interior la hunda 3 cm más (la base mayor de la caja permanece horizontal).

f. ¿Cuál debe ser la densidad de un fluido para que un cuerpo cuya densidad sea $0.68\ g/cm^3$ flote 2/3 de su volumen?

g. Una esfera hueca, de radio interior 8 cm y radio exterior 10 cm, flota en un líquido de densidad ($0.8\ g/cm^3$) quedando la mitad de la esfera sumergida. Calcular la densidad del material que forma la esfera.

h. Las densidades del aire, hielo e hidrógeno (en condiciones normales) son respectivamente: $0.00129\ g/cm^3$; $0.000178\ g/cm^3$ y $0.0000899\ g/cm^3$.

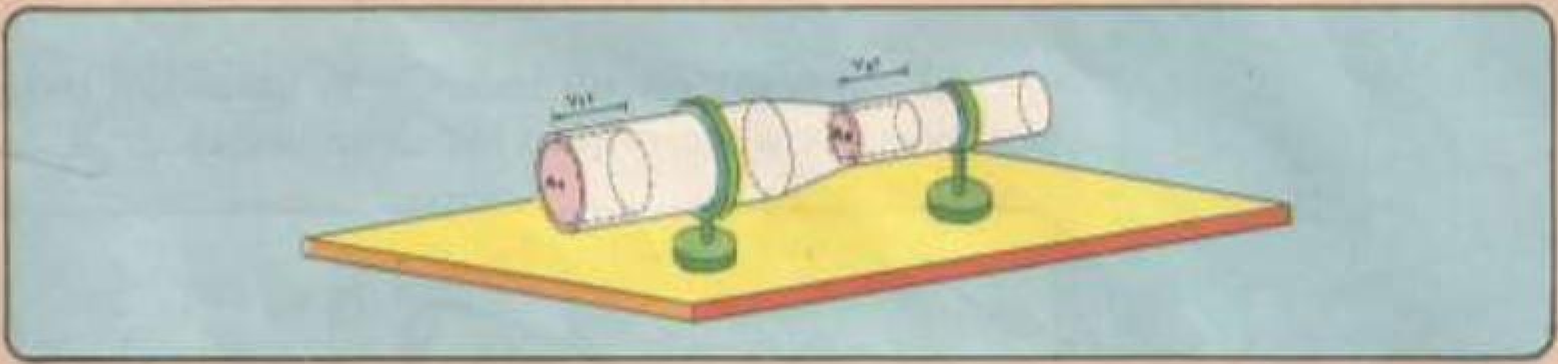
- ¿Cuál es el volumen desplazado por un dirigible lleno de hidrógeno que tiene una fuerza ascencional de 10000 N?
- ¿Cuál sería la fuerza ascencional si se utiliza helio en lugar de hidrógeno?

i. Un cubo de hielo flota en el agua. ¿Qué pasará con el nivel del agua cuando el hielo se derrita completamente?

j. Una balsa de $3\ m \times 3\ m$ y 10 cm de gruesa, está construida de madera ($\delta = 0.6\ g/cm^3$). ¿Cuántas personas de 70 kg de masa pueden permanecer de pie sobre la balsa sin humedecerse los pies cuando el agua está en calma?

Fluidos en movimiento. Ecuación de continuidad

Hasta ahora hemos considerado en esta unidad la acción de fluidos en reposo (hidrostática), estudiemos ahora el comportamiento de los fluidos en movimiento (hidrodinámica).



Consideremos un fluido que se mueve en el interior de un tubo delgado de sección transversal variable. Sea A_1 la sección transversal del tubo en el punto 1, donde la velocidad del fluido es v_1 y A_2 la sección transversal del tubo donde la velocidad del fluido es v_2.

Durante un tiempo t, las partículas de fluido que se encuentran inicialmente en 1, recorren una distancia $v_1 t$, mientras tanto las partículas que se encuentran inicialmente en 2, recorren una distancia $v_2 t$. Si el fluido es incompresible, el volumen de fluido en la situación 1 es igual al volumen en la situación 2.

La ecuación de continuidad significa que cuando por un tubo se mueve un fluido incompresible la velocidad de éste es mayor cuando el tubo es más estrecho y la velocidad es menor cuando el tubo es más ancho.

$V_1 = V_2$

$A_1 v_1 t = A_2 v_2 t$

Al cancelar t en ambos miembros de la igualdad, obtenemos:

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Esta última, se conoce con el nombre de ecuación de continuidad.

Consideremos una porción de tubo por el cual se mueve un fluido debido a una presión P_1 ejercida en la sección A_1 por la fuerza F_1.

El trabajo realizado sobre el fluido por la fuerza F_1 es $T_1 = F_1 L_1 = P_1 A_1 L_1$ donde L_1 es el desplazamiento del fluido. Como el fluido es incompresible éste ejerce a su vez una presión P_2 sobre la sección A_2 provocando un desplazamiento L_2.

El trabajo neto realizado por el fluido es igual al trabajo realizado por el agente externo, menos el trabajo realizado por el fluido.

El producto AL es constante por ser el mismo volumen.

$T = T_1 - T_2$

$T = P_1 A_1 L_1 - P_2 A_2 L_2$

De acuerdo con la ecuación de continuidad: $A_1 L_1 = A_2 L_2 = V$

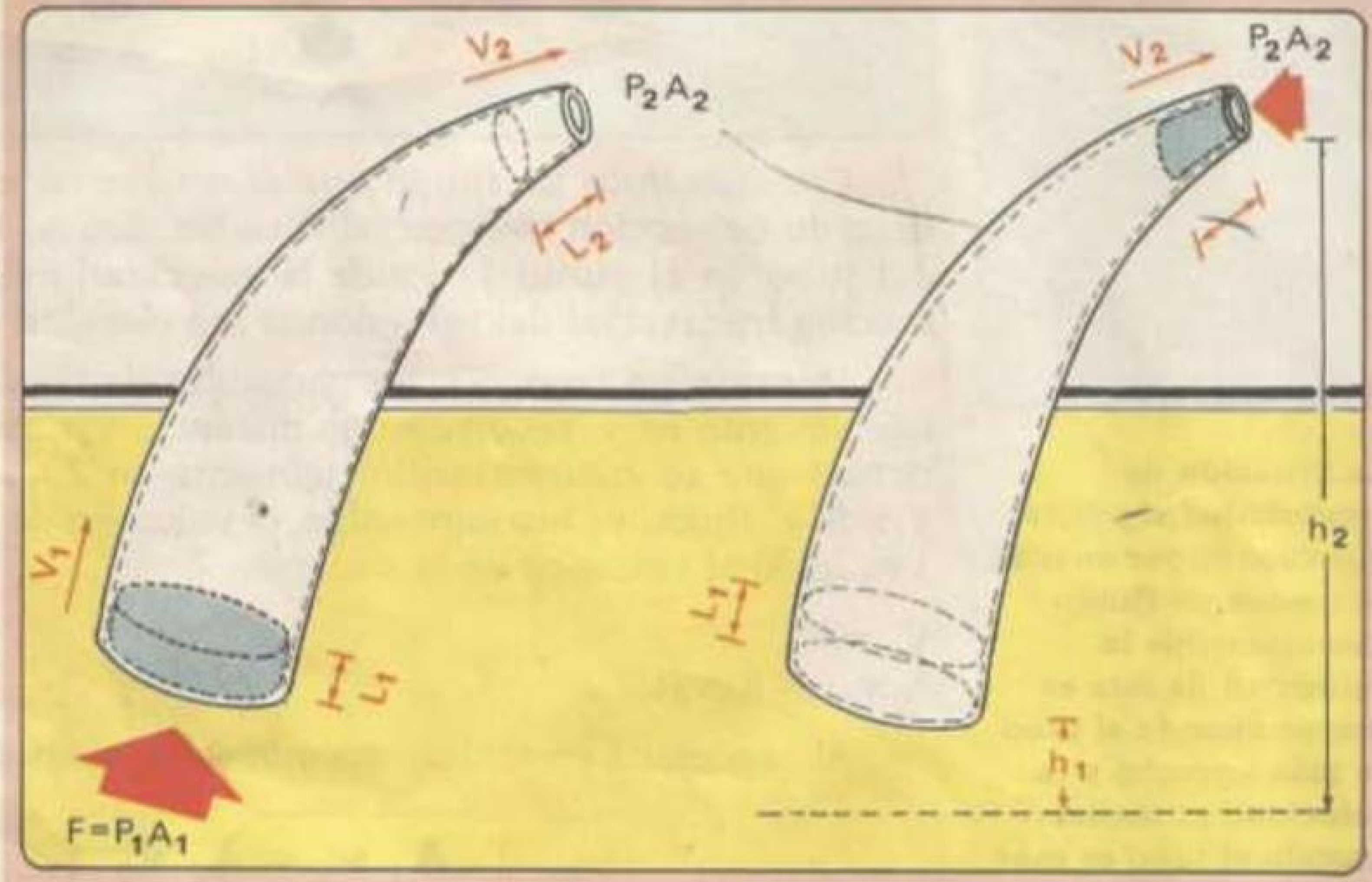
$T = (P_1 - P_2)\,V$. Por lo tanto, $T = (P_1 - P_2)\,\frac{m}{\delta}$, porque $V = \frac{m}{\delta}$.

Este trabajo neto incrementa la energía potencial y la energía cinética del fluido.

$$T = Ec + Ep$$

$$(P_1 - P_2)\frac{m}{\delta} = \left(\frac{m\,v_2^2}{2} - \frac{m\,v_1^2}{2}\right) + (mgh_2 - mgh_1)$$

Al expresar en un lado de la igualdad todas las situaciones de la posición 1 y al otro lado las situaciones de la posición 2, tenemos:



$$\frac{P_1\,m}{\delta} + \frac{m\,v^2}{2} + mgh_1 = \frac{P_2\,m}{\delta} + \frac{m\,v^2}{2} + mgh_2$$

Al dividir todos los miembros de la igualdad anterior por mg obtendremos:

que es la forma como se acostumbra a expresar el teorema de Bernoulli, que no es más que la ley de conservación de la energía en un fluido en movimiento.

Al dividir todos los miembros de la igualdad anterior por mg obtendremos:

$$\boxed{\frac{P_1}{\delta g} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\delta g} + \frac{v_2^{\,2}}{2g} + h_2}$$

que es la forma como se acostumbra a expresar el teorema de Bernoulli, que no es más que la ley de conservación de la energía en un fluido en movimiento.

TALLER 47

Dimensiones del gasto

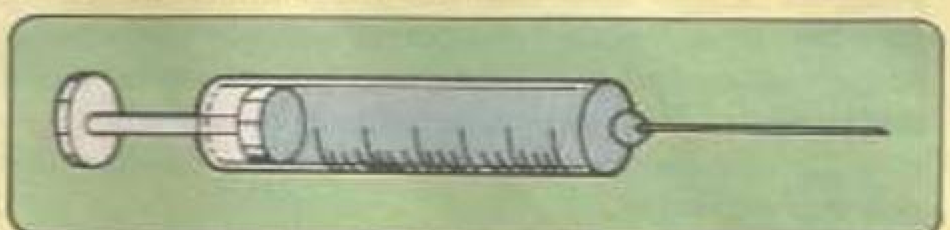
1. Vemos cómo en un fluido de régimen estable e incompresible el producto de la velocidad por el área de la sección transversal es siempre constante (A.v = constante). Este producto recibe el nombre de gasto y se simboliza con la letra Q. Q = A.v. m^3 m/s m^3/s

 a. Demuestra que las dimensiones del gasto están dadas por la unidad de volumen sobre la unidad de tiempo.

 b. Un tubo horizontal de 40.5 cm^2 de sección transversal se estrecha hasta que la sección sea 17.5 cm^2, si por la parte ancha pasa agua con velocidad de 54 m/s. Calcular la velocidad del fluido en la parte angosta y el gasto.

 c. El agua pasa por un tubo horizontal con un gasto de 3.46 l/s. ¿Cuál es la velocidad del fluido en un punto donde el área de la sección transversal es 9 cm^2?

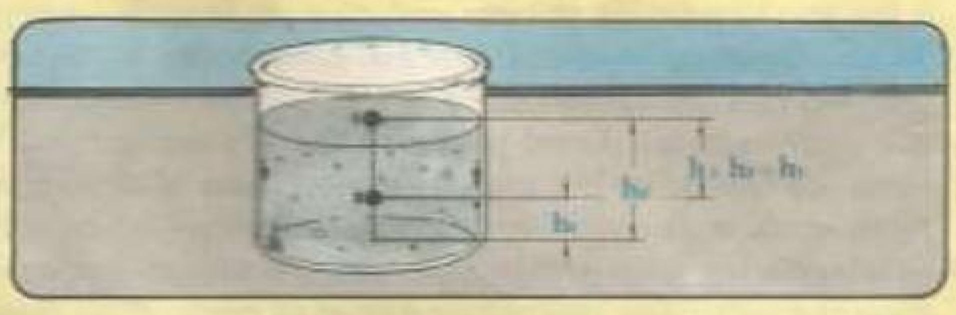
 d. Una jeringa como se ilustra en la figura, está llena de un fluido no viscoso. Si el líquido sale de la aguja con un gasto de 1 cm^3/s, ¿con qué velocidad se moverá el émbolo dentro de la jeringa, si el diámetro de la aguja es 0.2 mm y el de la jeringa 5 cm?



Aplicaciones del teorema de Bernoulli

2. Consideremos en este taller algunas aplicaciones del teorema de Bernoulli.

 a. **Ecuación fundamental de la hidrostática.** En la página 157 se dedujo la ecuación fundamental de la hidrostática:
 $P_2 - P_1 = \delta\, gh$.



 Veamos ahora esta misma ecuación como caso particular del teorema de Bernoulli. Planteamos el teorema de Bernoulli para los puntos 1 y 2 de la figura:

$$+\frac{v_1^2}{2\,g} + h_1 = \frac{P_2}{\delta\, g} + \frac{v_2^2}{2\,g} + h_2$$

 Observa que $v_1 = v_2 = 0$, ya que el fluido está en reposo. Luego demuestra que $P_2 - P_1 = \delta$ gh donde $h_2 = h_1 = h$.
 Si P_1 es la presión atmosférica, de esta forma se obtiene la presión manométrica $P_2 - P_a = \delta$ gh.

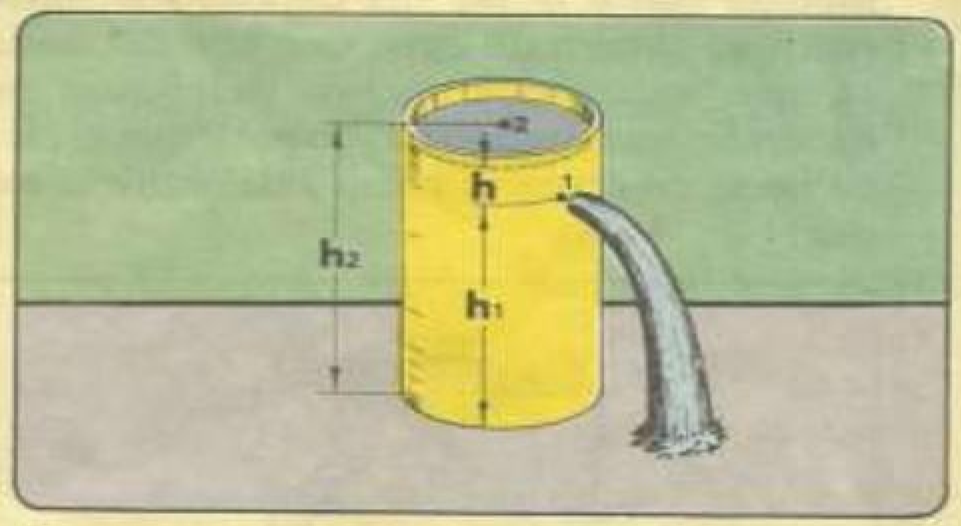
 b. Otra aplicación importante del teorema de Bernoulli, es llamado **teorema de Torricelli** que consiste en calcular la velocidad de escape de un líquido confinado en un recipiente en el cual se ha hecho un pequeño orificio.
 Considera el teorema de Bernoulli en las situaciones 1 y 2:

$$\frac{P_1}{\delta\, g} + \frac{v_1^2}{2\,g} + h_1 = \frac{P_2}{\delta\, g} + \frac{v_2^2}{2\,g} + h_2$$

 Demuestra que $v_1 = \sqrt{2\,gh}$, teniendo en cuenta que la presión en los puntos 1 y 2 es igual a la presión atmosférica y que la velocidad de descenso del fluido en el punto 2 es aproximadamente nula debido al gran tamaño de la superficie del líquido en comparación con la del orificio.

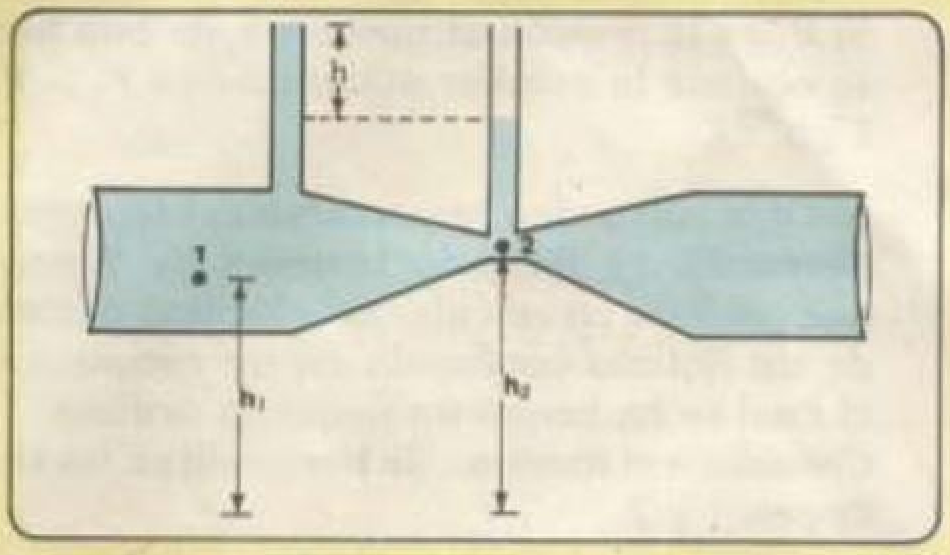
 El teorema de Torricelli se enuncia:

"La velocidad de salida de un fluido por un orificio, es la misma que adquiriría un cuerpo que cayese libremente, partiendo del reposo, desde una altura h.



 c. Otra aplicación importante es el llamado **contador de Venturi** que consiste en un tubo horizontal al cual se le ha hecho un estrechamiento en forma gradual.
 Como el tubo es horizontal, las alturas h_1 y h_2 son iguales; en el punto 2 la velocidad del líquido es mayor que la velocidad en el punto 1. Aplica el teorema de Bernoulli y demuestra que la presión es mayor en el punto 1 que en el punto 2.
 El tubo de Venturi tiene infinidad de aplicaciones en la industria. Por ejemplo, el vapor

de gasolina penetra en la tubería de aspiración de un motor de explosión por la baja presión producida en un tubo de Venturi el cual está conectado al carburador.

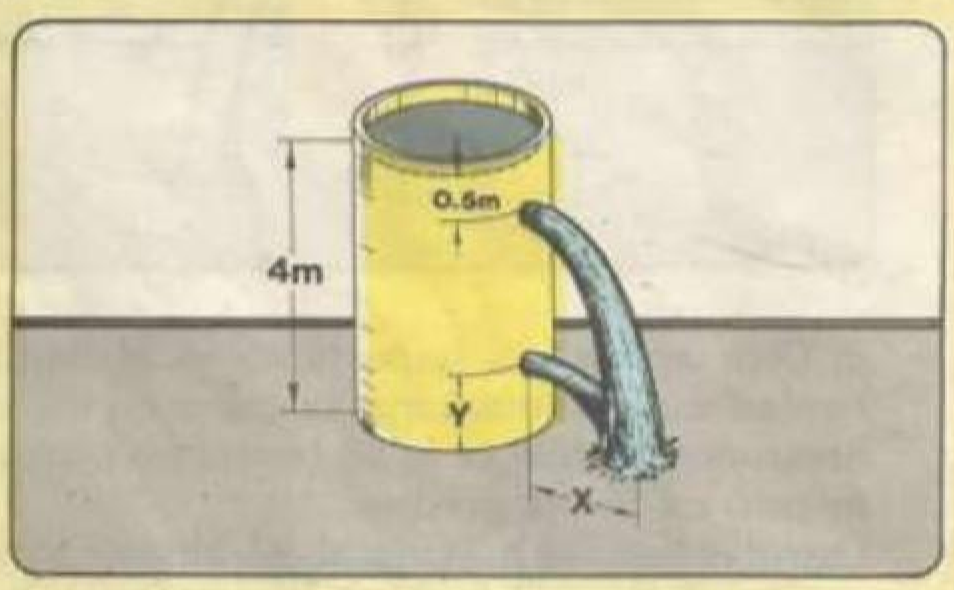


3. Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Cuál es la velocidad de descarga del agua a través de un orificio circular de 4 mm de diámetro, localizado a 6 m por debajo del nivel del líquido? Calcula el gasto.

b. Por un tubo horizontal de sección transversal variable circula agua. En un punto donde la velocidad es 4 m/s la presión es $9.4 \times 10^4\ N/m^2$. ¿Cuál es la presión en otro punto donde la velocidad es 6 m/s? ¿Cuál es la velocidad en un punto donde la presión es $2.6 \times 10^4\ N/m^2$?

c. En un depósito abierto de paredes verticales, el agua alcanza una altura de 4 m. Se hace un pequeño orificio 50 cm por debajo del nivel del agua. Calcular a qué distancia medida sobre el pie del depósito alcanza el suelo, el chorro de agua que sale del orificio. ¿A qué altura por encima del fondo debe hacerse un segundo orificio para que el alcance horizontal sea el mismo del orificio anterior?



4. Extrae las ideas principales de la siguiente lectura:

Arquímedes y su imaginación

Cabría decir que hubo una vez un hombre que luchó contra todo un ejército. Los historiadores antiguos nos dicen que el hombre era un anciano, pues pasaba ya de los setenta. El ejército era el de la potencia más fuerte del mundo: la mismísima Roma.

Lo cierto es que el anciano, griego por más señas, combatió durante casi tres años contra el ejército romano. . . y a punto estuvo de vencer: era Arquímedes de Siracusa, el científico más grande del mundo antiguo.

El ejército romano conocía de sobra la reputación de Arquímedes, y éste no defraudó las previsiones. Cuenta la leyenda que, habiendo montado espejos curvos en las murallas de Siracusa (una ciudad griega en Sicilia), hizo presa el fuego en las naves romanas que la asediaban. No era brujería: era Arquímedes. Y cuentan también que en un momento dado se proyectaron hacia adelante gigantescas garras suspendidas de una viga, haciendo presa en las naves, levantándolas en vilo y volcándolas. No era magia, sino Arquímedes.

Se dice que cuando los romanos —que, como decimos, asediaban la ciudad— vieron izar sogas y maderos por encima de las murallas de Siracusa, levaron anclas y salieron de allí a toda vela.

Y es que Arquímedes era diferente de los científicos y matemáticos griegos que le habían precedido, sin que por eso les neguemos a éstos un ápice de su grandeza. Arquímedes les ganaba a todos ellos en imaginación.

Por poner un ejemplo: para calcular el área encerrada por ciertas curvas modificó los métodos de cómputo al uso y obtuvo un sistema parecido al cálculo integral. Y eso casi dos mil años antes de que Isaac Newton inventara el moderno cálculo diferencial. Si Arquímedes hubiese conocido los números arábigos, en lugar de tener que trabajar con los griegos, que eran mucho más incómodos, quizá habría ganado a Newton por dos mil años.

Arquímedes aventajó también a sus precursores en audacia. Negó que las arenas del mar fuesen demasiado numerosas para contarlas e inventó un método para hacerlo; y no sólo las arenas, sino también los granos que harían falta para cubrir la tierra y para llenar el universo. Con ese fin inventó un nuevo modo de expresar cifras grandes; el método se parece en algunos aspectos al actual.

Lo más importante es que Arquímedes hizo algo que nadie hasta entonces había hecho: aplicar la ciencia a los problemas de la vida práctica, de la vida cotidiana. Todos los matemáticos griegos anteriores a Arquímedes —Tales, Pitágoras, Eudoxo, Euclides— concibieron las matemáticas como una entidad abstracta, una manera de estudiar el orden majestuoso del universo, pero nada más; carecía de aplicaciones prácticas. Eran intelectuales exquisitos que despreciaban las aplicaciones prácticas y pensaban que esas cosas eran propias de mercaderes y esclavos. Arquímedes compartía en no pequeña medida esta actitud, pero no rehusó aplicar sus conocimientos matemáticos a problemas prácticos.

Tomado del libro *Momentos Estelares de la Ciencia* de Isaac Asimov.

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Hidromecánica: rama de la Física que estudia el comportamiento de los fluidos.

Hidrostática: rama de la Hidromecánica que estudia el comportamiento de los fluidos considerados en equilibrio.

Hidrodinámica: rama de la Hidromecánica que estudia el comportamiento de los fluidos en movimiento.

Neumática: rama de la Hidromecánica que aplica las leyes de los fluidos a los gases en particular.

Hidráulica: rama de la Hidromecánica que emplea las leyes de los fluidos en las aplicaciones técnicas.

Barómetro: instrumento de medida de la presión atmosférica.

Manómetro: instrumento de medida de la presión de un gas.

Fluido: todo cuerpo que puede desplazarse fácilmente cambiando de forma bajo la acción de fuerzas pequeñas.

Gasto: producto de la velocidad de un líquido incompresible por el área de la sección transversal del tubo que lo contiene.

Empuje: fuerza que ejercen los fluidos sobre los cuerpos total o parcialmente sumergidos en él. $E = \delta\, g\, v$.

Densidad: se llama densidad absoluta de una sustancia a la masa por unidad de volumen. $\delta = \dfrac{m}{V}$

La densidad se mide en $\dfrac{g}{cm^3}$ ó $\dfrac{kg}{m^3}$.

Presión: se llama presión a la magnitud de la fuerza ejercida perpendicularmente por unidad de área.

Unidades de presión:

Sistema internacional	$1\ N/m^2$
Sistema C.G.S	$1\ d/cm^2 = 1$ baria
Múltiplos de la baria	bar $= 10^6$ barias
	1 milibar $= 10^3$ barias $= 10^{-3}$ bar.

Presión hidrostática: es la presión ejercida por un líquido debido a su propio peso. La presión hidrostática depende de la profundidad y de la densidad. $P = \delta g\, h$.

Presión atmosférica: es la presión ejercida por la atmósfera debida a su propio peso. La presión atmosférica se midió con el experimento de Torricelli y se obtuvo a nivel del mar el valor. $P_{at} = 1.013 \times 10^6\ d/cm^2$

El valor anterior recibe el nombre de atmósfera y equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 76 cm de altura.

Principio de Pascal: cuando sobre un fluido se ejerce una presión adicional, ésta se transmite con la misma magnitud a todos los puntos.
El principio de Pascal tiene su principal aplicación en **la prensa hidráulica**, que sirve para multiplicar la fuerza ejercida sobre un émbolo de un cilindro lleno de un líquido que se comunica a otro cilindro provisto de un émbolo de área mayor.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Principio de Arquímedes: todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza vertical dirigida de abajo hacia arriba igual al peso del líquido desalojado.

$$E = \delta_f\, V\, g$$

Ecuación de continuidad: en un fluido no compresible en movimiento, el producto de la velocidad por la sección transversal del tubo que lo contiene es siempre constante. $Av = cte$.

Teorema de Bernoulli: la energía mecánica en un fluido no compresible en movimiento se conserva.

$$\frac{P}{\delta g} + \frac{v^2}{2g} + h = cte$$

EVALUACION

Evaluación

A. En las preguntas 1 a 10 decide si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema.

Elabora una tabla de respuestas, así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si ambas informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I o II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

1. Calcular la densidad de una sustancia si:
I. Se conoce la cantidad de sustancia.
II. Se conoce el volumen que ocupa.

2. Calcular la presión que ejerce un ladrillo.
I. De dimensiones 12 cm × 15 cm × 4 cm
II. De densidad 3.4 g/cm^3

3. Calcular la presión hidrostática que se ejerce dentro del agua.
I. A doce centímetros de profundidad.
II. Sobre un área de 4 cm^2.

4. Calcular la presión que ejerce un pistón de la prensa hidráulica si:
I. Tiene un área de 10 cm^2.
II. El otro pistón ejerce una presión de 10 000 d/cm^2.

5. Calcular la densidad de un líquido colocado en un tubo con V, que contiene en el otro extremo agua si:
I. La altura de la columna de agua es 12 cm y la columna del aceite 10 cm.
II. El tubo tiene una altura de 20 cm y un radio de 1 cm.

6. Calcular el porcentaje de volumen sumergido en el agua de un cuerpo que flota si:
I. La densidad del cuerpo es 0.4 g/cm^3.
II. El cuerpo tiene un volumen de 200 cm^3.

7. Calcular la velocidad del émbolo dentro de una jeringa si:
I. El diámetro de la jeringa es 1.5 cm y de la aguja es 0.15 cm.
II. La velocidad del fluido en la aguja es 8 cm/s.

8. Calcular el empuje que experimenta un cuerpo que flota en un líquido si:
I. Se conoce el peso del cuerpo.
II. Se conoce el volumen sumergido y la densidad del fluido.

9. Hallar la presión atmosférica en una ciudad si:
I. La columna de mercurio alcanza una altura de 64 cm.
II. La gravedad vale 9.78 cm/s^2.

10. Calcular la velocidad de salida del líquido dentro de un recipiente si:
I. Se conoce la densidad del líquido.
II. Se conoce la profundidad del punto de escape.

B. Selecciona la mejor respuesta:

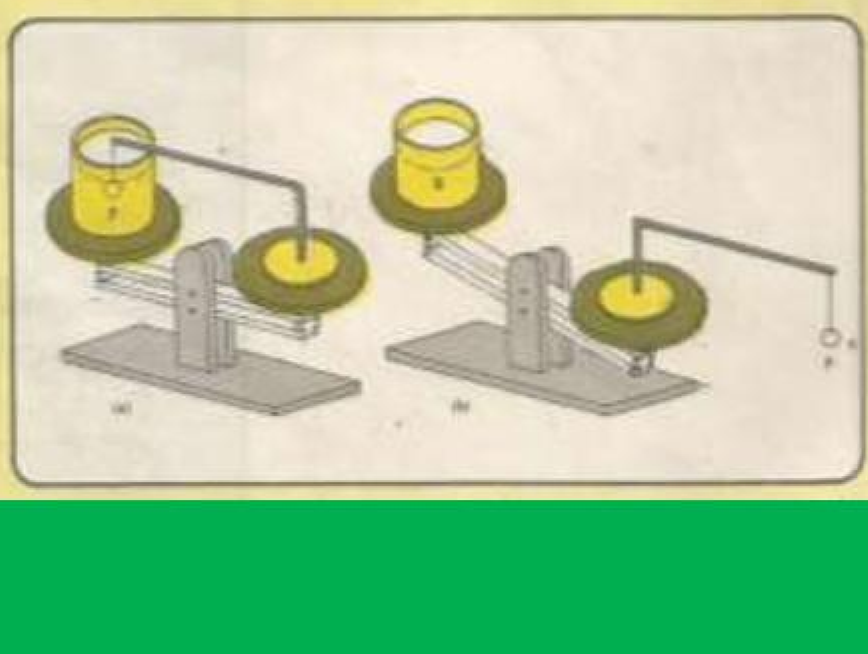
11. La densidad de un cubo de 8 cm^3 es 2 g/cm^3, el valor de su masa es:
a. 4 g b. 16 g c. 0.25 g d. 0.5 g e. 8 g

12. La altura de una columna de mercurio en un barómetro es 74 cm. Si el tubo que lo contiene se inclina 30° respecto a la vertical, la nueva altura será:
a. Mayor que 74 cm
b. Menor de 74 cm
c. Igual a 74 cm
d. No se puede determinar
e. Cualquiera de las anteriores.

13. Un cubo de hielo se encuentra flotando en un recipiente que contiene agua. Cuando el hielo se derrite el nivel del agua:
a. Aumenta
b. Disminuye
c. No se altera
d. No se puede determinar
e. Depende del recipiente

14. La balanza de la figura se encuentra en equilibrio en la posición (a), el peso que hay que agregar en el platillo de la izquierda en la posición (b) para recobrar el equilibrio es:

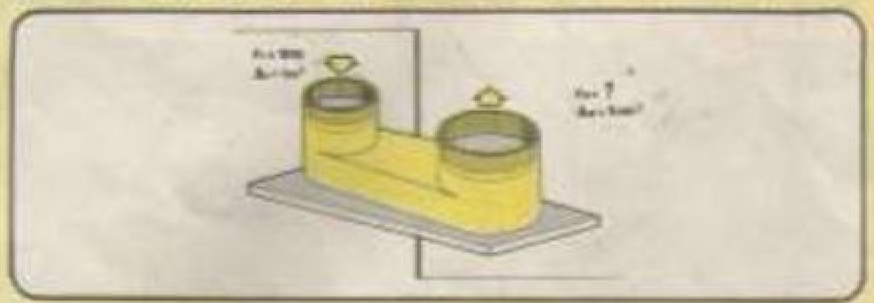
a. P b. 2P c. P/2 d. 4P e. P/4



EVALUACION

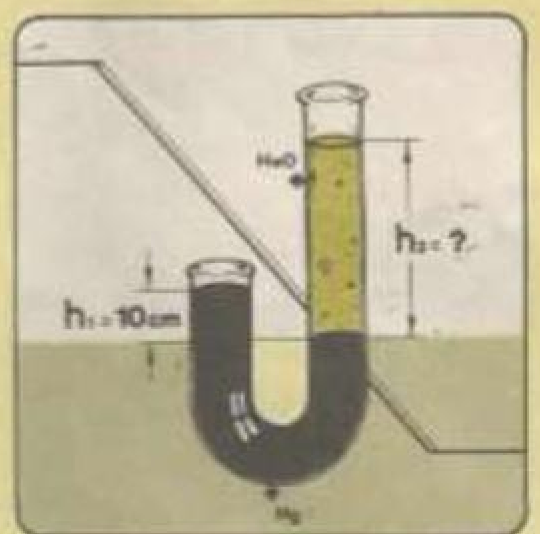
15. En la prensa hidráulica se muestra en la figura la fuerza que ejerce el líquido sobre el pistón b es:

a. 2 N b. 20 N c. 50 N d. 500 N e. 250 N



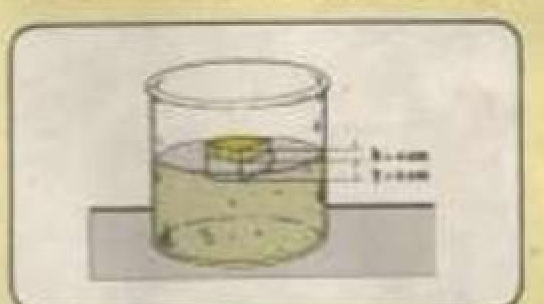
16. En el tubo en U que aparece en la figura, la altura que alcanza el agua en la rama de la derecha es:

a. 86.4 cm
b. 1 m
c. 13.6 cm
d. 1.36 m
e. 50 cm



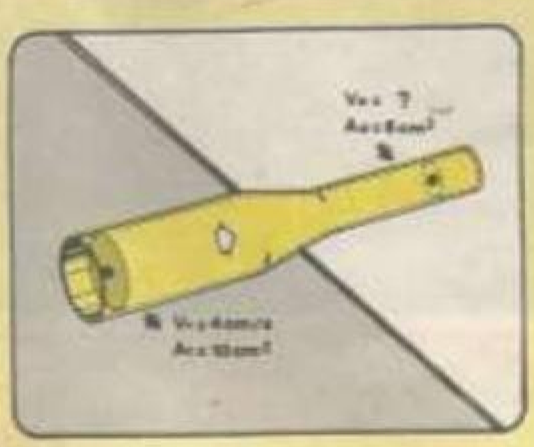
17. El siguiente bloque de madera flota parcialmente sumergido en H_2O. La densidad del bloque es:

a. 1.4 g/cm³
b. 0.6 g/cm³
c. 0.4 g/cm³
d. 1 g/cm³
e. 1.6 g/cm³



18. La velocidad del líquido en el punto 2 es:

a. 15 cm/s
b. 2.4 cm/s
c. 6.66 cm/s
d. 1 cm/s
e. 12 cm/s



19. La velocidad de salida del líquido por la pared del recipiente es:

a. $\sqrt{117.6}$ m/s
b. $\sqrt{78.4}$ m/s
c. $\sqrt{97.6}$ m/s
d. Ninguna de las anteriores.
e. 4 m/s

20. Si un buque pasa de agua dulce al agua salada, entonces:

a. El buque se sumerge más.
b. El buque se sumerge menos.
c. Mantiene su nivel.
d. No se puede determinar.
e. Depende del volumen del buque.

C. En las preguntas 21 a 25 el enunciado es una afirmación seguida de la palabra **"porque"** y una "razón" o "justificación".

Elabora una tabla de respuestas, así:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón es una explicación de la afirmación.
B, si afirmación y razón son verdaderas, pero la razón no explica la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón verdadera.
E, si la afirmación y la razón son falsas.

21. La presión es una magnitud de tipo vectorial **porque** es necesario considerar su magnitud, dirección y sentido.

22. Cuando un cuerpo flota en un líquido el empuje es mayor que el peso, **porque** si el cuerpo fuera sumergido completamente existirá una fuerza resultante dirigida de abajo hacia arriba que tiende a sacar el cuerpo del líquido.

23. La presión atmosférica es mayor a nivel del mar que en una montaña, **porque** el agua tarda más en hervir a nivel del mar que en la montaña.

24. Al derretirse un bloque de hielo en el agua el nivel del agua asciende **porque** la densidad del hielo es menor que la densidad del agua.

25. En los dos pistones de una prensa hidráulica la presión es igual **porque**, toda presión adicional se transmite con igual intensidad a todos los puntos del líquido.

UNIDAD 11
Calor y temperatura

Objetivos

1. Interpretar correctamente las leyes y variables termodinámicas.
2. Reconocer los pasos dados por la humanidad en el desarrollo histórico de la termodinámica.
3. Aplicar las leyes de la termondinámica en la solución de problemas.
4. Resolver problemas cualitativos y cuantitativos de la termodinámica.

Desarrollo histórico de la Termodinámica

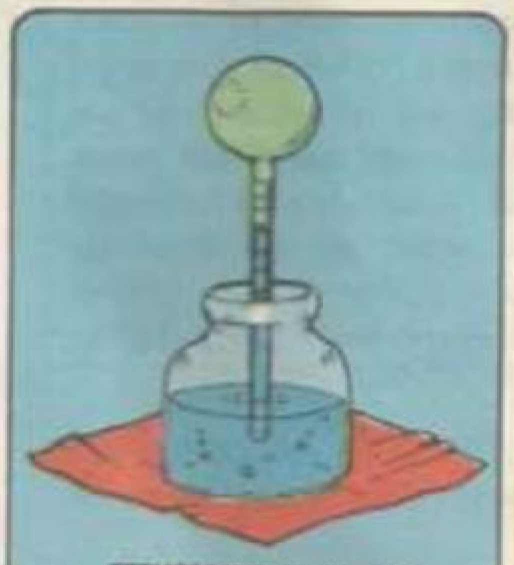
Aristóteles en su trabajo sobre meteorología expuso la teoría sobre las cualidades de lo caliente y lo frío que junto a lo húmedo y lo seco formaron los cuatro elementos de la naturaleza: *el fuego* (caliente y seco), *el agua* (frío y húmedo), *el aire* (caliente y húmedo); y *la tierra* (fría y seca).

El hombre inició su larga epopeya a través de los siglos en el dominio de la naturaleza, con la domesticación del fuego que le permitió disponer del alimento cuando lo desease y protegerse de las inclemencias del clima. En este primer contacto con el fuego, el hombre profundiza la actitud sensorial y diferencia simplemente el frío del calor.

Los filósofos Jonios recogieron algunas leyendas antiguas y consideraron al calor y su opuesto, el frío, como las causas de la evolución del universo.

Esta concepción sobre los elementos antagónicos se popularizó mucho en los estudios de fisiología y medicina, al apoyarse en la experiencia de la enfermedad donde el estado febril está acompañado de los escalofríos. Los primeros intentos de medir el calor provienen de la medicina, dentro de la cual se establecieron cuatro grados de calor, siendo el primero apenas perceptible y el último mortal. Las medicinas se calentaban o enfriaban al primero, segundo y tercer grados con el fin de corregir o atemperar su opuesto.

El termoscopio de Galileo



TERMOSCOPIO DE GALILEO

El estudio del calor no se desprendió de la especulación filosófica hasta el Renacimiento, donde Galileo construyó uno de los primeros termoscopios con lo cual inició la diferenciación de los conceptos de calor y temperatura. El termoscopio de Galileo estaba compuesto de una bola de vidrio y un tubo estrecho de vidrio soldado a la bola.

Se calentaba la bola en las manos y se sumergía el extremo del tubo en el agua contenida en un vaso. Una vez enfriada la bola, el agua ascendía en el tubo por encima del nivel en el vaso. A fin de que la observación fuera más cómoda al tubo se fijaba una escala con graduaciones hechas arbitrariamente. Esta idea de medir algunas variables que se afectan al sufrir cambios en la temperatura fue empleada al pasar del termoscopio al termómetro.

El termómetro

En 1724, el punto de ebullición fue establecido definitivamente por el soplador de vidrios G.D. Fahrenheit (1686-1736).

Los académicos florentinos, discípulos de Galileo descubrieron que la mezcla de agua y hielo marcaba siempre el mismo valor de temperatura en un termómetro. De esta forma, surgió el concepto de estados con temperatura constante. El punto de ebullición fue más difícil de encontrar debido a la influencia que ejerce la presión atmosférica sobre dicho valor.

El descubrimiento de estos dos puntos constantes fue empleado para comparar el nivel del líquido en el termómetro con la temperatura del cuerpo. La variación de la longitud de la columna de líquido al aumentar la temperatura desde el punto de fusión (agua-hielo), hasta el punto de ebullición (agua-vapor) a la presión de una atmósfera, se divide en un número arbitrario de partes llamadas **grados**.

TALLER 48

Desarrollo histórico de la termodinámica

El desarrollo de la termodinámica como rama independiente de la Física está ligado al trabajo práctico del hombre en las minas. En Inglaterra, en épocas de la revolución industrial, se inició a gran escala la explotación de las minas de carbón y la metalurgia donde el principal problema de los mineros no era la extracción de la hulla sino la extracción del agua que continuamente inundaba la mina.

"Elevar el agua por medio del fuego" *fue la idea que fascinó a constructores y mineros. De Caus (1576-1626) fue inventor de varias obras hidráulicas para jardinería y precursor de la máquina que podía producir el vacío; para lograrlo colocaba un hornillo bajo una vasija con poca agua que estaba conectada por un tubo a un pozo. Al hervir el agua y quedar la vasija llena de vapor, retiraba el hornillo y cerraba el respiradero, con lo cual lograba llenar de agua el espacio vacío debido a la succión que se producía. La investigación sobre el vacío siguió con Von Guericke y Denis Papin quien trabajó sucesivamente como ayudante de Huygens y Boyle. El capitán Sovery construyó una máquina que llamó "El amigo de los mineros" y justificó su uso diciendo en la carta de presentación:* "Si actualmente se explota cada año cantidades tan grandes de plomo, estaño y hulla, cuando existen tantas dificultades que soportan los mineros. . . ¿Cuánto se podrá explotar en adelante, cuando la carga se vea aliviada en gran medida por el empleo de esta máquina tan adecuada en todo y por todo para ser utilizada en las minas?".

En 1712 el ferretero Thomas Newcomen construyó una máquina más eficiente y práctica que fue empleada durante más de 70 años. Más tarde a un joven constructor de instrumentos, James Watt, se le encargó la reparación de una máquina de Newcomen y encontró que el desperfecto se debía a la pérdida de vapor que ocurría en el cilindro frío a cada golpe del émbolo. De esta forma inventó el condensador dando un paso decisivo en la construcción de la máquina de vapor precursora de la locomotora y el motor marino que transformaron las comunicaciones y dieron el gran paso de la revolución industrial. Continuamente se fue perfeccionando la máquina de vapor hasta que Sadi Carnot (1796-1832) hijo de Lazare Carnot, el "organizador de la victoria" en la revolución francesa, demostró que la eficiencia de dicha máquina térmica tiene un límite teórico y práctico, con lo cual sentó las bases teóricas de la termodinámica, abriendo de esta forma, el camino a la posterior formulación de las leyes de conservación de la energía por Robert Meyer (1814-1887), Joule (1818-1889) y Van Helmholtz (1821-1894).

Teniendo en cuenta los aspectos presentados en la lectura "Desarrollo histórico de la Termodinámica" discutan y den solución a los siguientes interrogantes:

1. En la formulación de las principales leyes de la termodinámica se conjugan dos aspectos teórico-científico y el técnico-práctico, selecciona de la lectura los episodios que tengan que ver con una y otra tendencia.

2. En cualquier reseña histórica que se haga sobre un aspecto de la Física, el nombre del científico italiano Galileo Galilei está presente. Cita otros aportes de este sabio al desarrollo de la Física.

3. Sobre la naturaleza del calor han existido varias hipótesis que no se plantean en la lectura precedente. A continuación se da una serie de hechos físicos que ilustran un poco la naturaleza del calor. Terminado el análisis de los hechos estás en condiciones de proponer a la ciencia una hipótesis sobre la naturaleza del calor.

a. Cuando se golpea un hierro con un martillo, observamos que tanto el hierro como el martillo se calientan.

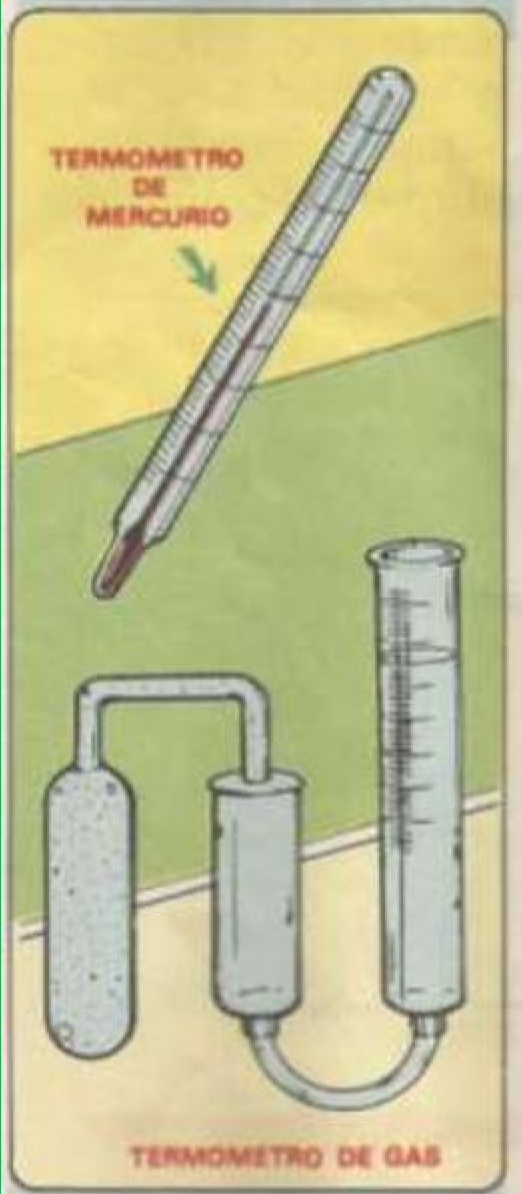
b. Cuando tenemos frío nos frotamos las manos.

c. Al suministrar calor por medio de un mechero a una vasija que contiene agua, observamos que la temperatura de ésta aumenta, cuando el agua comienza a hervir la temperatura deja de aumentar.

d. Si tenemos un recipiente con agua a 80°C y otro con agua a 20°C, y los unimos, el nuevo conjunto no queda a 100°C sino a una temperatura mayor que 20°C y menor que 80°C.

e. Si tocamos con la mano varios elementos de la casa o el salón observemos que en los metales la sensación es de frío.

Temperatura



Si dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico con un tercer sistema, entonces, los dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico entre sí.

En nuestro lenguaje confundimos dos conceptos distintos, como el de calor y el de temperatura.

Para comprender el significado de temperatura debemos tener en cuenta sus principales manifestaciones y las propiedades que posee para la medición.

Supongamos que se llena un recipiente con el agua de dos vasijas de menor volumen. Se observará que el volumen total del agua es igual a la suma de los volúmenes del agua en cada recipiente. Pero veamos esto que es muy importante: la suma de las temperaturas del agua en cada vasija no nos da la temperatura del agua en el recipiente; esta propiedad aparentemente trivial, es una ley muy importante de la Física. Por ejemplo, de muchas varillas cortas se puede formar una varilla larga. La longitud, el volumen, la fuerza, son magnitudes extensivas y se adicionan.

Pero la temperatura no se puede medir como se mide la longitud porque las temperaturas no se adicionan. La ley de adición no es aplicable a la temperatura.

Equilibrio térmico

El primer procedimiento para medir la temperatura consiste en determinar cuándo dos cuerpos están a la misma temperatura. Para ello imaginemos dos sistemas que inicialmente separados los colocamos en contacto por medio de una pared conductora y los aislamos del resto del ambiente. Al cabo de cierto tiempo los dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico uno con otro, pero cada uno de ellos ha tenido que cambiar su temperatura, presión y volumen.

Si al colocar a los dos sistemas en contacto observamos que ninguno de ellos sufre variación, podemos afirmar que están en **equilibrio térmico** a pesar de estar separados.

Supongamos que un cuerpo A se encuentra en equilibrio térmico con un cuerpo C y otro cuerpo B se encuentra en equilibrio con C. Al colocar en contacto el cuerpo A con B, observamos que ninguno de los dos sufre variación, por lo cual, podemos afirmar que están en equilibrio térmico.

La anterior afirmación se conoce con el nombre de **ley cero de la termodinámica** y se formula:

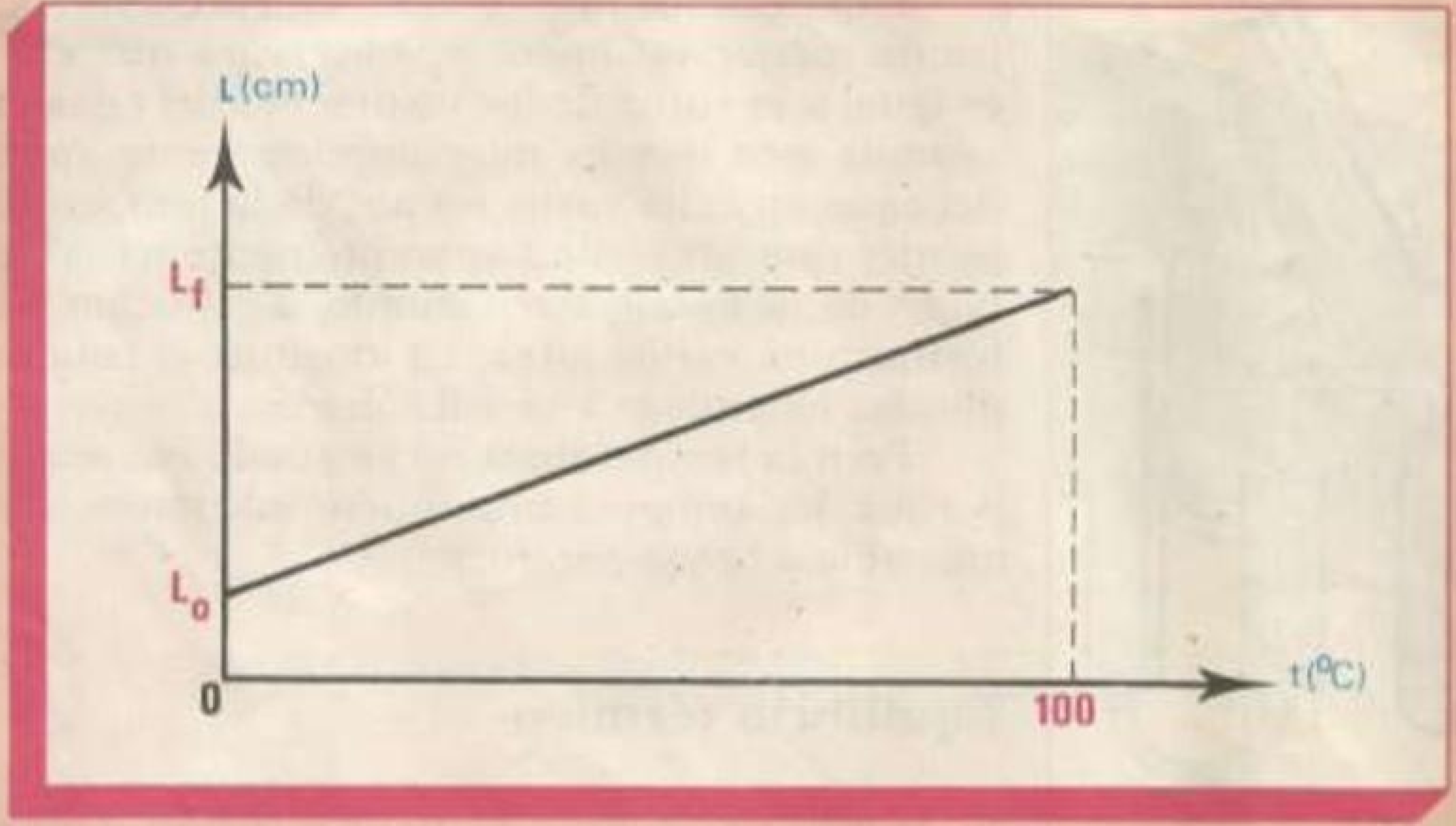
Medición de la temperatura

Para medir la temperatura utilizamos una de las magnitudes que sufre variaciones linealmente a medida que se altera la temperatura. Se pueden utilizar termómetros de gas a volumen constante, midiendo la variación del volumen o un termómetro corriente de mercurio, midiendo la longitud de la columna de mercurio dilatado dentro de un tubo capilar.

En la escala Centígrada el punto de fusión del agua es 0°C y el de ebullición 100°C.

Escala Celsius o Centígrada

A. Celsio (1701-1744) en 1742 designó al punto de fusión del agua con 0°C y al punto de ebullición del agua, con 100°C. Al utilizar un termómetro de mercurio, la longitud inicial (L_i) corresponde a 0° y la longitud final (L_f) a 100°C. La centésima parte de la longitud $L_f - L_o$ corresponde a 1° Celsius. Obsérvese que a cada temperatura le corresponde una longitud de la columna y cada longitud de la columna representa una temperatura.



En la escala Fahrenheit, el punto de fusión del agua es 32°F y el de ebullición 212°F.

Escala Fahrenheit

G.D Fahrenheit (1686-1736), ideó la escala de temperatura que actualmente lleva su nombre; llamó 0°F a la temperatura correspondiente al punto de fusión de una solución de agua con sal común y cloruro de amonio; y a la temperatura normal del cuerpo humano le asignó la temperatura 100°F. La centésima parte de la longitud que corresponde en el termómetro a esta longitud se llama grado Fahrenheit. En esta escala los puntos de fusión y ebullición del agua son 32°F y 212°F, respectivamente.

En la escala absoluta, el punto de fusión del agua es 273.15°K y el de ebullición es 373.15°K.

Escala absoluta o Kelvin

Al tener en cuenta que la ebullición del agua no se produce siempre a la misma temperatura porque depende de la presión, J. Amonton (1663-1705) tuvo la idea de construir una escala termodinámica donde la medición de una temperatura se pudiera reproducir en cualquier laboratorio del mundo. Consideró el punto triple del agua, donde se encuentra en **equilibrio térmico** el agua líquida, el vapor de agua y el hielo. Este punto triple se logra a una presión de 4.579 mm de Hg y se le asignó una temperatura con el valor de 273.16. Posteriormente, esta escala llevaría el nombre de Kelvin en honor a Lord Kelvin, continuador de los trabajos de Amonton. En grados Celsius este punto triple es 0.01°C. Las temperaturas en °C y °F se designan con t (minúscula) y la temperatura absoluta con T (mayúscula).

TALLER 49

Conversión de escalas de temperatura

En este taller vas a deducir un método que te permita expresar una temperatura en cualquier escala termodinámica.

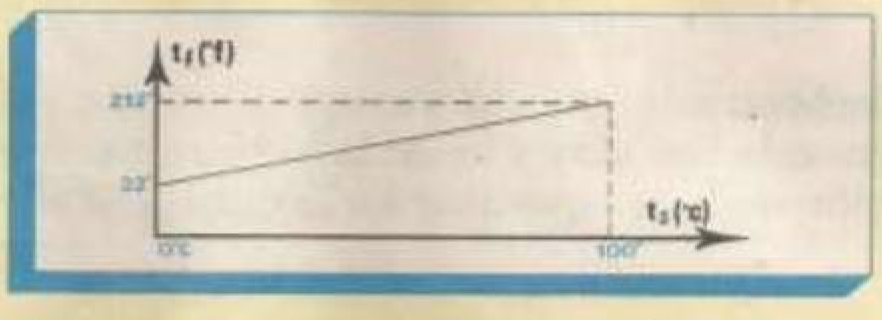
1. Conversión Celsius-Fahrenheit.

   a. Para expresar una temperatura medida en una escala, en otra se deben tener en cuenta las siguientes equivalencias.

   Temperatua de fusión del agua: 0°C = 32°F

   Temperatura de ebullición del agua:
   100°C = 212°F

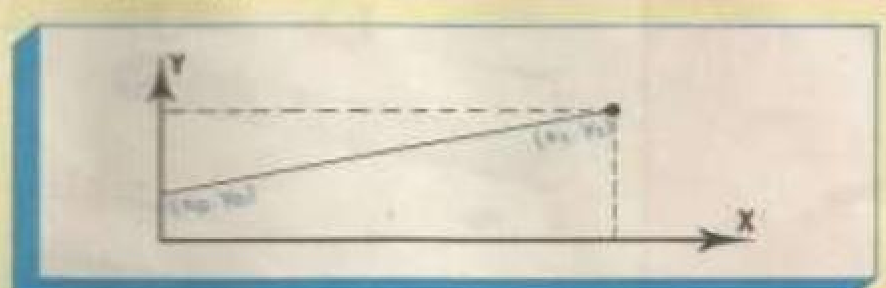
   b. Se hace una representación cartesiana de °F en función de °C.



   • Se traza la recta que pasa por los puntos (0°C, 32°F) y (100°C, 212°F) y se determina la ecuación de dicha recta.

   • Recuerda que la recta representada en la siguiente gráfica tiene por ecuación $Y = mx + y_o$, donde m es la pendiente que se obtiene al calcular el cociente entre el avance vertical y el avance horizontal.

$$m = \frac{y_1 - y_o}{x_1 - x_o}$$



   c. En el literal anterior debiste obtener la ecuación: $t_f = \frac{9°F}{5°C}\ t_c + 32°F$

   Los subíndices f y c significan que estas temperaturas están dadas en grados fahrenheit y celsius respectivamente. El valor $\frac{9}{5}$ resulta de dividir (212°F − 32°F) entre (100°C − 0°C); el valor 32°F es el punto de intersección de la recta con el eje vertical. Utiliza la ecuación para encontrar en grados fahrenheit el valor de las siguientes temperaturas medidas en grados celsius:

   $t_1 = 34°C$, $t_2 = 28°C$, $t_3 = -20°C$, $t_4 = 120°C$ y $t_5 = -120°C$

   d. Para expresar una temperatura medida en grados fahrenheit, en grados celsius, basta despejar de la ecuación: $t_f = \frac{9°F}{5°C} t_c + 32°F$

   La variable t_c: $t_c = \frac{5°C}{9°F}\ (t_f - 32°F)$

   Utiliza la última ecuación para encontrar en grados celsius, las siguientes temperaturas medidas en grados fahrenheit:

   $t_1 = 124°F$, $t_2 = 16°F$, $t_3 = -46°F$, $t_4 = -183°F$, $t_5 = 101°F$

2. Conversión Celsius-Kelvin.

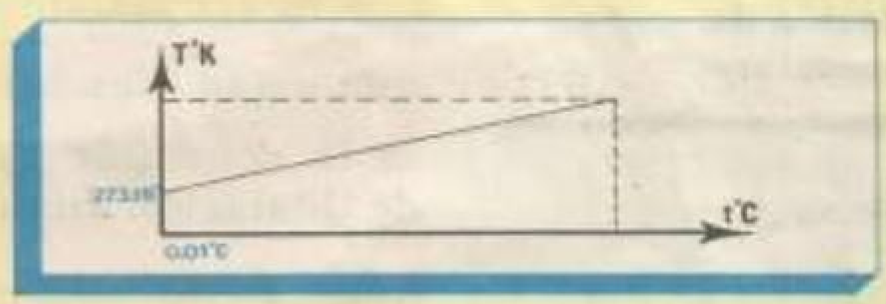
   Las correspondencias entre grados celsius y grados Kelvin son:

   Punto triple del agua: 0.01°C = 273.15°K

   Variación de temperatura en un grado $\Delta t = \Delta T$

   La gráfica que se obtiene es una recta de pendiente $\frac{1°K}{°C}$

$$T = \frac{1°K}{°C} t_c + 273.15°K$$



   a. A partir de la ecuación encuentra en grados Kelvin las siguientes temperaturas en grados celsius:

   $t_1 = 18°C$, $t_2 = 100°C$, $t_3 = -100°C$, $t_4 = 300°C$, $t_5 = 27°C$

   b. De la ecuación, despeja t(°C) y encuentra en grados celsius las siguientes temperaturas medidas en grados kelvin:

   $T_1 = 300°K$, $T_2 = 245°K$, $T_3 = 18°K$, $T_4 = 418°K$, $T_5 = 500°K$

3. Resuelve los siguientes ejercicios:

   a. El punto de ebullición del tungsteno es 5 900°C.

   Expresa esta temperatura en grados kelvin y fahrenheit.

   b. El punto de ebullición del O_2 es − 182.86°C. Expresa esta temperatura en grados kelvin y fahrenheit.

   c. ¿A qué temperatura tienen t_c y t_f el mismo valor numérico?

Dilatación térmica

Al aumentar la temperatura de un cuerpo éste experimenta una dilatación

Todos los cuerpos aumentan su volumen con los incrementos de temperatura. Este hecho explica la separación que se deja en los rieles de la carrilera, en la pavimentación en concreto de las calles o en los puentes. Si no se tomara esta precaución podría ocurrir un desastre cuando la estructura se vea sometida a una temperatura mayor de la que soportó en el momento de la construcción.

Una de las excepciones a este fenómeno se presenta en el agua cuando su temperatura es inferior a 4°C. Si se llena una botella con agua, se tapa herméticamente y luego se introduce en el congelador, se producirá una explosión del vidrio cuando el agua se haya congelado. La razón de este hecho es que el agua al disminuir su temperatura por debajo de 4°C, se dilata.

Dilatación lineal

La variación en la longitud es proporcional a la longitud del cuerpo.
La variación en la longitud es proporcional a la variación de temperatura.

Experimentalmente se ha demostrado que la variación de longitud (ΔL) que sufre una varilla depende linealmente de la longitud original de la varilla (Lo) y de la variación de la temperatura a la cual se somete.

$\Delta L \; \alpha \; Lo$ y

$\Delta L \; \alpha \; t$, luego $\Delta L \; \alpha \; Lo . \Delta t$

Al ser ΔL directamente proporcional a $Lo . \Delta t$ se puede afirmar que están ligadas por un cociente constante $\frac{\Delta L}{Lo \, \Delta t} = \alpha$, donde α es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre coeficiente de dilatación lineal.

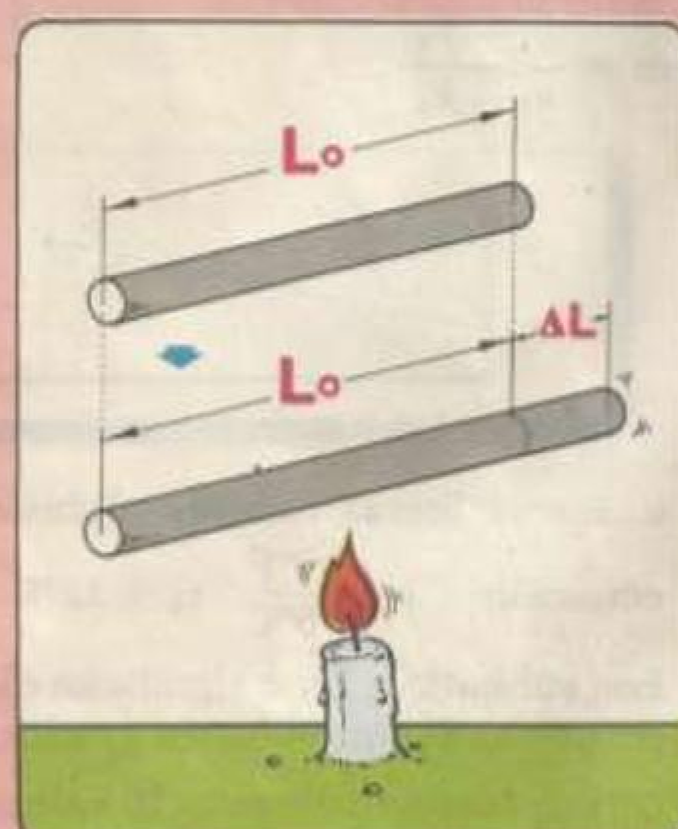
$$\frac{\Delta L}{Lo \, \Delta t} = \alpha$$

$$\Delta L = \alpha \, Lo \, \Delta t$$

$$L - Lo = \alpha \, Lo \Delta t$$

$$L = Lo + \alpha \, Lo \Delta t$$

$$\boxed{L = Lo\,(1 + \alpha \, \Delta t)}$$



donde $\Delta t = t_F - t_I$

El valor de α depende exclusivamente del material correspondiente. Observa que sus dimensiones se obtienen de dividir longitud entre longitud, quedando unidades de temperatura en el denominador.

Coeficientes de dilatación de algunas sustancias	Coeficientes de dilatación α $(^{\circ}C)^{-1}$
Acero	12×10^{-6}
Aluminio	24×10^{-6}
Cinc	26×10^{-6}
Cobre	14×10^{-6}
Cuarzo (fundido)	0.4×10^{-6}
Inuar	0.9×10^{-6}
Latón	20×10^{-6}
Plomo	29×10^{-6}
Sílice	0.4×10^{-6}
Tungsteno	4×10^{-6}
Vidrio (común)	9.0×10^{-6}
Vidrio (pirex)	3.2×10^{-6}

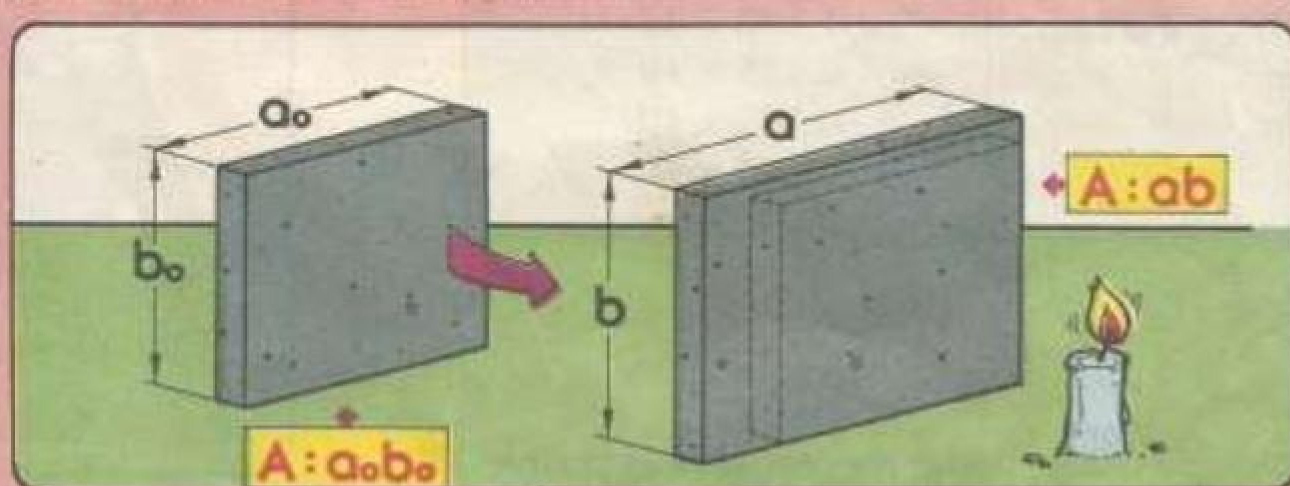
Tabla 11.1

Dilatación superficial

Cuando se calienta una lámina de material, se dilata tanto su largo como su ancho.

Consideremos una lámina rectangular de largo a_o y ancho b_o, a un temperatura t_i.

Al ser calentada la lámina, el largo se incrementa hasta **a** y el ancho hasta **b**, a una temperatura t_f.



Cada una de las dimensiones sufre dilatación lineal.

$a = a_o\,(1 + \alpha\Delta t)$

$b = b_o\,(1 + \alpha\Delta t)$

Al multiplicar término a término se obtiene:

$a.b = a_o\, b_o\,(1 + \alpha\Delta t)^2$

$A = A_o\,(1 + 2\alpha\,\Delta t + \alpha^2\,\Delta t^2)$

El término $\alpha^2\,\Delta t^2$ se desprecia ya que α^2 es aproximadamente equivalente a 10^{-12}, que al compararse con α que es del orden de 10^{-6} es demasiado pequeño.

Por lo tanto, la expresión para la dilatación superficial queda:

$$\boxed{A = A_o\,(1 + 2\alpha\,\Delta t)}$$

TALLER 50

1. Dilatación cúbica.
Considera un bloque macizo de cierta sustancia, en forma de paralelepípedo rectángulo de dimensiones a_o, b_o y c_o, a la temperatura inicial t_i y dimensiones a, b, c a la temperatura final t_f. Demuestra que el nuevo volumen es igual a:

$V = Vo\,(1 + 3\alpha\,\Delta t)$.

2. En la tabla de la página anterior se presentaron los coeficientes de dilatación lineal de algunas sustancias sólidas y de este valor se pueden encontrar los coeficientes de dilatación superficial (2α) y cúbica (3α) para el mismo material. Sin embargo, para líquidos y gases no tiene ningún sentido hablar de coeficiente de dilatación lineal y superficial.

En la tabla 11.2 se dan algunos coeficientes de dilatación cúbica de ciertos líquidos.

Líquido	Coeficiente de dilatación cúbica (3α) $(°C)^{-1}$
Alcohol etílico	0.745×10^{-3}
Bisulfuro de carbono	1.140×10^{-3}
Glicerina	0.485×10^{-3}
Mercurio	0.182×10^{-3}
Petróleo	0.899×10^{-3}

Tabla 11.2

3. Observa la forma como se resuelve el problema ejemplo y resuelve los problemas propuestos.

Ejemplo
Una regla de acero tiene una longitud de 0.45 m a una temperatura de 18°C, ¿cuál es la longitud a 100°C?

$L = Lo\,(1 + \alpha\Delta t)$
$L = 0.45\ m\,(1 + 12 \times 10^{-6}\ °C^{-1}\ 82°C)$
$L = 0.45\ m\,(1 + 12 \times 10^{-6}\ 82)$
$L = 0.45\ m\,(1 + 984 \times 10^{-6})$
$L = 0.4504428\ m.$

4. Problemas:

a. Una varilla de cobre tiene una longitud de 1.20 m a una temperatura ambiente de 18°C. ¿Cuál será su longitud a 84°C?

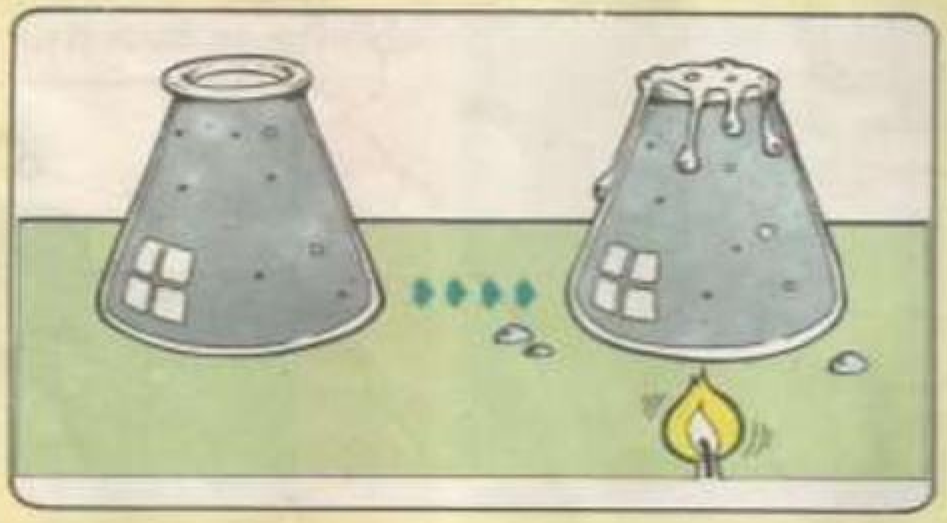
b. La longitud de un puente de hierro es 34 m a la temperatura ambiente de 18°C. Calcular la diferencia entre sus longitudes en un día de invierno cuya temperatura es −6°C y un día de verano cuya temperatura es 40°C.

c. Calcular la longitud dilatada por una varilla de aluminio de 42 cm de longitud cuando su temperatura se eleva de 45°C a 10°C.

d. Un disco de acero tiene un radio de 20 cm a 10°C. Calcular su área a 85°C.

e. Una esfera de vidrio pirex tiene un radio de 5 cm a 5°C. Calcular el volumen a 68°C.

f. Un frasco de vidrio cuyo volumen es 1000 cm^3 a 0°C se llena completamente de mercurio a esta temperatura. Cuando frasco y mercurio se calientan a 100ºC se derraman 15.2 cm^3 de líquido. Si el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es 0.000182 $°C^{-1}$. Calcula el coeficiente de dilatación volumétrico del vidrio.



g. Calcular la longitud que tendrá a 60°C una varilla de hierro cuya longitud a 10°C es 30 cm.

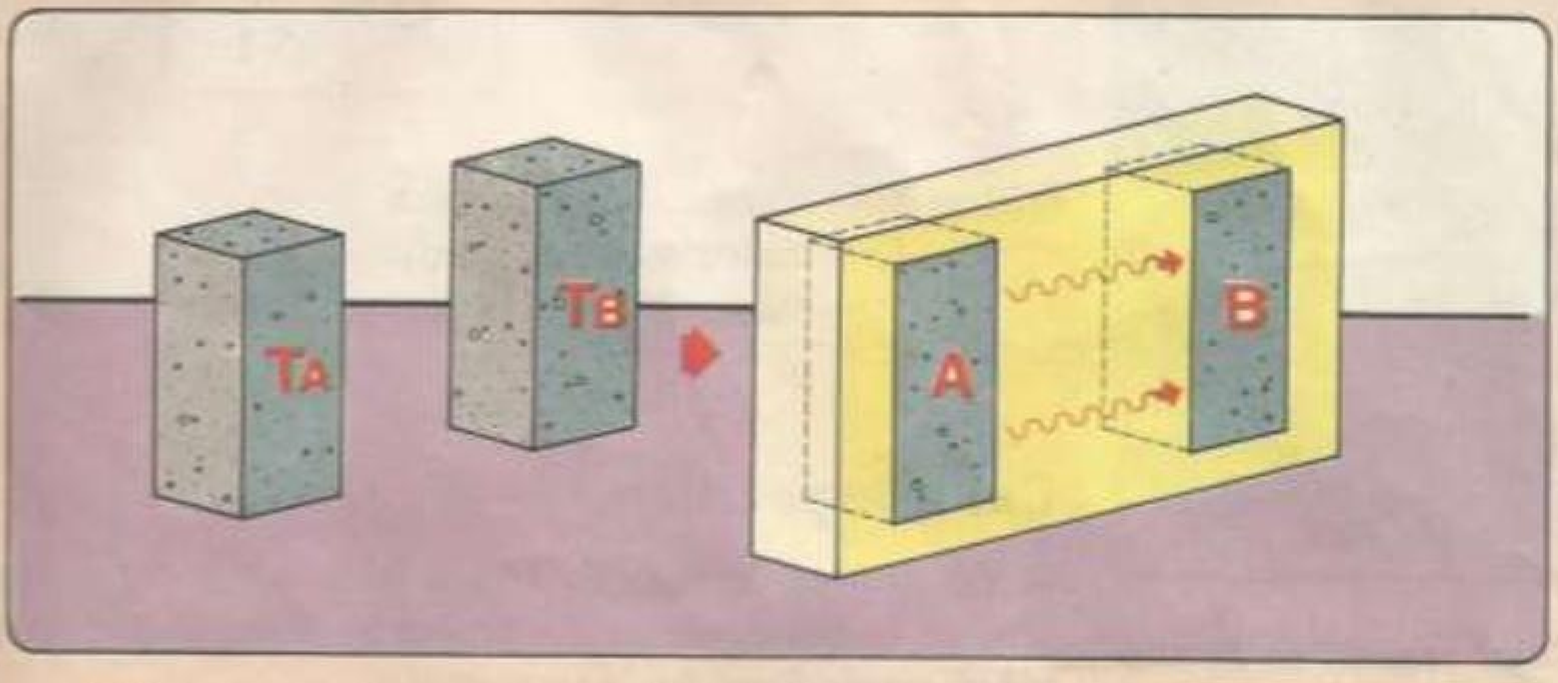
h. Una platina de acero tiene un diámetro de 8 500 cm a 10°C. ¿A qué temperatura será su diámetro igual a 8 508 cm?

i. Un puente de acero tiene a 0°C una longitud de 40 m. La temperatura sufre una variación semestral desde −20°C a 4.0°C. ¿Cuál es la diferencia entre las longitudes de este puente a las dos temperaturas extremas?

j. Para medir un terreno que se halla a 30°C se utiliza una cinta de acero cuya indicación correcta es a 0°C. ¿A qué error de medida de la longitud dará origen la dilatación de la cinta?

Calor

Consideremos dos sistemas A y B, inicialmente a diferente temperatura, tal que $T_A > T_B$. Al estar los dos sistemas en contacto por medio de una pared conductora del calor y esperar cierto tiempo, vemos cómo el sistema adquiere una temperatura final de equilibrio. El nuevo sistema se encuentra en equilibrio térmico.



El sistema A se enfría cediéndole calor el sistema B, que aumentó su temperatura.

Caloría: **cantidad de calor que se suministra a 1 g de agua, inicialmente a la temperatura de 14.5°C, para elevar su temperatura hasta 15.5°C.**

Kilocaloría: **cantidad de calor que se suministra a 1 kg de agua, inicialmente a la temperatura de 14.5, para elevar la temperatura hasta 15.5°C.**

Si a dos *mezclas* diferentes de la misma sustancia se les suministra igual cantidad de calor, las variaciones de temperatura son diferentes.

Unidades de calor

El calor es una nueva forma de energía que debería medirse en julios y ergios. Sin embargo, históricamente en 1852 se introdujeron unidades más adecuadas para medir el calor.

Se tomó un gramo de H_2O (1 cm^3) a cierta temperatura. Se le suministró calor y se verificó que la temperatura hubiese aumentado en un grado celsius. A esta cantidad de calor se le llamó **caloría**.

Sin embargo, después se comprobaría que este calor suministrado depende de la temperatura inicial del agua, ya que no se suministra el mismo calor para elevar la temperatura del agua de 0°C a 1°C o para elevarlo de 10°C a 11°C. Por lo tanto, la unidad de calor se definió más correctamente como:

Caloría: cantidad de calor que se suministra a 1 g de agua, inicialmente a la temperatura de 14.5°C, para elevar su temperatura hasta 15.5°C.

Kilocaloría: cantidad de calor que se suministra a 1 kg de agua, inicialmente a la temperatura de 14.5, para elevar la temperatura hasta 15.5°C.

Un múltiplo de la caloría es la Kilocaloría que se define:

$$\boxed{1 \text{ kilocaloría} = 1\,000 \text{ calorías}}$$

Capacidad calórica **es la cantidad de calor suministrado al cuerpo para aumentar su temperatura un grado (por la escala elegida).**

Capacidad calórica

Fahrenheit demostró que iguales cantidades de calor hacen variar de distinta forma la temperatura de iguales masas de agua y mercurio. De donde concluyó que el agua y el mercurio tienen distintas **capacidades para el calor**. Este término fue propuesto por Black. Hoy se define así:

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta t}}$$

donde C = capacidad calórica
Q = calor suministrado
Δt = variación de la temperatura

Calor específico de una sustancia es la cantidad de calor que se debe suministrar a la unidad de masa para elevar la temperatura en un grado.

Calor específico

Si de una sustancia se toma la unidad de masa, la cantidad de calor que se le debe suministrar para elevar la temperatura un grado, es el **calor específico de la sustancia**.

$$\boxed{c = \frac{Q}{m\,\Delta t}}$$

donde:
c = calor específico
Q = calor suministrado
m = masa de la sustancia
Δt = variación en la temperatura

Observa que el calor específico resulta de dividir la capacidad calórica entre la masa.

Sustancia	Calor específico $\frac{cal}{g^{\circ}C}$
Aluminio	0.212
Cobre	0.094
Hierro	0.115
Mercurio	0.033
Plata	0.056
Estaño	0.055
Zinc	0.094
Vidrio	0.199
Latón	0.094
Hielo	0.550
Plomo	0.031
Tungsteno	0.032

Si a dos sustancias de masas iguales se les suministra igual cantidad de calor, el incremento de la temperatura es diferente.

TALLER 51

Problemas resueltos

En este taller se presentan una serie de problemas resueltos a manera de ejemplos y otro tanto para que los resuelvas.

Ejemplo 1:
¿Cuál es la capacidad calórica de un cuerpo que incrementa su temperatura de 10°C a 13°C, cuando se le suministran 146 cal?

Solución:
De acuerdo con la definición de capacidad calórica tenemos que:

$$C = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$C = \frac{146 \text{ cal}}{13°C - 10°C} = \frac{146 \text{ cal}}{3°C} = 48.66 \frac{\text{cal}}{°C}$$

Ejemplo 2:
¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a 200 g de aluminio para elevar su temperatura de 10°C a 40°C?

Solución:

El calor específico del aluminio es $c_{Al} = 0.212 \frac{\text{cal}}{g°C}$

$$Q = cm\Delta t$$

$$Q = \left(0.212 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(200 \text{ g})(40°C - 10°C) = 1\,272 \text{ cal.}$$

Ejemplo 3:
¿Qué variación de temperatura experimenta un bloque de hierro de 100 g que absorbe 450 cal?

Solución:

$$\Delta t = \frac{Q}{cm} \qquad \Delta t = \frac{450 \text{ cal}}{0.115 \frac{\text{cal}}{g°C} (100 \text{ g})} = 0.039°C$$

Ejemplo 4:
En un recipiente que contiene 400 g de agua a 24°C se deja caer un bloque de cobre de 500 g que se encuentra inicialmente a la temperatura de 140°C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio del bloque y el agua? (Despreciar el calor absorbido por el recipiente).

Solución:
Cuando los dos cuerpos que están a diferente temperatura se ponen en contacto, el cuerpo que está a mayor temperatura (cobre) le cede calor al cuerpo que está a menor temperatura, de tal forma que el calor "perdido" por el cobre es igual al calor "ganado" por el agua.

$$-\text{Calor perdido} = \text{calor ganado}$$
$$-Q_p = Q_g$$

El signo menos significa que el calor es perdido.

$$-C_{Cu}\, m_{Cu} \Delta t_{Cu} = C_{H_2O}\, m_{H_2O} \Delta t_{H_2O}$$

$$-\left(0.094 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(500 \text{ g})(t - 140°C)$$

$$= \left(1 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(400 \text{ g})(t - 24°C)$$

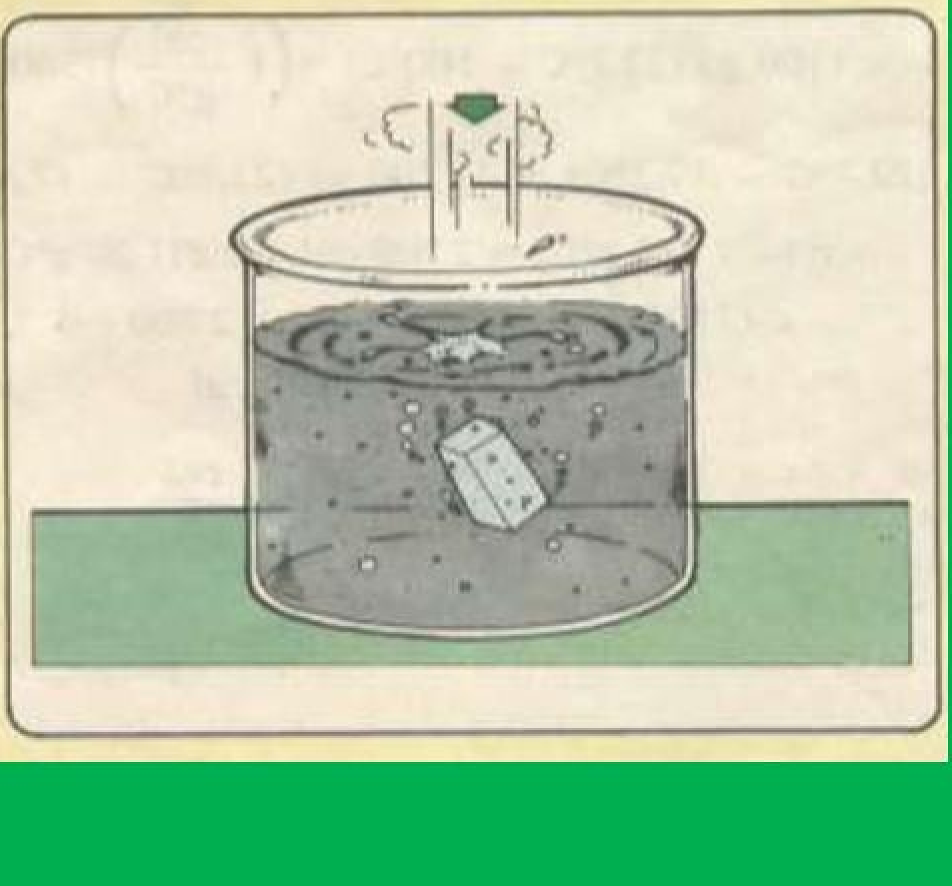
Para despejar la temperatura final de equilibrio t se aplica la propiedad distributiva, luego se transponen términos dejando a un solo lado de la igualdad los términos que poseen la incógnita "t", finalmente se factoriza t y se despeja.

En la ecuación expresamos con subíndices 1, las cantidades relativas al cobre y con subíndices 2 las cantidades relativas al agua:

$$-c_1 m_1 (t - t_{i_1}) = c_2 m_2 (t - t_{i_2})$$
$$-c_1 m_1 t + c_1 m_1 t_{i_1} = c_2 m_2 t - c_2 m_2 t_{i_2}$$
$$t = \frac{c_1 m_1 t_{i_1} + c_2 m_2 t_{2i}}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

$$t = \frac{\left(0.094 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(500 \text{ g})(140°C) + \left(1 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(400 \text{ g})(24°C)}{\left(0.094 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(500 \text{ g}) + \left(1 \frac{\text{cal}}{g°C}\right)(400 \text{ g})}$$

$$t = \left(\frac{6\,580 + 9\,600}{47 + 400}\right) °C = \frac{16\,180 \text{ °C}}{447} = 36.19°C$$



Ejemplo 5:
El calor específico de un material se determina midiendo la temperatura final de equilibrio de la mezcla que se obtiene al colocar en un recipiente con agua una porción del material de calor específico desconocido, calentado a mayor temperatura que el agua.

El calor perdido por la porción de material, es igual al calor ganado por el agua más el calor ganado por el recipiente.

- Se colocan 100 g de cierto metal a una temperatura inicial de 100°C en un recipiente del mismo material de 200 g de masa que contiene 500 g de agua a una temperatura inicial de 17.3°C. Si la temperatura final de equilibrio es 22.7°C, ¿cuál es el calor específico del metal?

Solución:
Ordenamos los datos del problema para facilitar su solución.

Porción de metal	Agua	Recipiente
$C_1 = C$ $m_1 = 100$ g $t_{i_1} = 100°C$ $t_{f_1} = 22.7°C$	$C_2 = 1\ \frac{cal}{g°C}$ $m_2 = 500$ g $t_{i_2} = 17.3°C$ $t_{f_2} = 22.7°C$	$C_3 = C$ $m_3 = 200$ g $t_{i_3} = 17.3°C$ $t_{f_3} = 22.7°C$

La ecuación plantea que el calor perdido por el bloque de metal es igual al calor ganado por el agua y el recipiente.

$$-Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$-cm_1\,\Delta t_1 = c_2 m_2 \Delta t_2 + cm_3 \Delta t_3$$

$$-c\ (100\ g)\ (22.7°C - 100°C) = \left(1\ \frac{cal}{g°C}\right)(500\ g)$$

$$(22.7°C - 17.3°C) + c\ (200\ g)\ (22.7°C - 17.3°C)$$

$$-c\ (-7\,730\ g°C) = 2\,700\ cal + c\ (1\,080\ g°C)$$

$$c\ (7\,730\ g°C - 1\,080\ g°C) = 2\,700\ cal$$

$$c\ (6\,650\ g°C) = 2\,700\ cal$$

$$c = \frac{2\,700\ cal}{6\,650\ g°C} = 0.406\ \frac{cal}{g°C}$$

Resuelve los siguientes problemas:

1. Hallar la capacidad de un cuerpo que cede 1 080 cal, cuando su temperatura baja de 48°C a 16°C.
2. ¿Qué variación de temperatura experimenta un cuerpo de capacidad calórica 54 cal/°C, cuando absorbe 1 000 cal?
3. Una lámina de estaño de 520 g se calienta pasando su temperatura de 16.5°C a 38.3°C. ¿Qué cantidad de calor se debió suministrar?
4. Un vidrio de 120 g aumentó su temperatura en 0.8°C. ¿Qué cantidad de calor absorbió del ambiente?
5. Una bala de plomo de 64 g absorbe 380 cal por el rozamiento con un bloque de madera donde penetra. ¿En cuánto aumentó la temperatura la bala?
6. Un pedazo de plomo de 250 g se calienta a 112°C y se echa en 500 g de agua inicialmente a 18°C. Despreciando la capacidad calórica del recipiente, ¿cuál es la temperatura final del plomo y agua?
7. Un recipiente de aluminio de 450 g de masa contiene 120 g de agua a la temperatura de 16°C. Se deja caer dentro del recipiente un bloque de hierro de 220 g a la temperatura de 84°C. Calcular la temperatura final del sistema.
8. En un recipiente de hierro de 40 g que contiene 180 g de agua a 15°C se agregan 70 g de perdigones de hierro a 110°C. Hallar la temperatura resultante.
9. Cuando 2 kg de latón a 100°C se introducen en 5 kg de agua a 1.67°C, la temperatura de equilibrio es 5.11°C. Hallar el calor específico del latón.
10. Una pieza de fundición de 40 kg se enfría desde 600°C hasta 80°C colocándola en agua cuya temperatura inicial era de 12°C. ¿Cuánta agua se ha empleado?
11. Un pedazo de hielo a −15°C y masa 25 g se deja caer en un calorímetro de 30 g de calor específico 840 J/kg°C que contiene 90 g de agua a 35°C. La temperatura final de equilibrio resulta ser 6.5°C. ¿Cuál es el calor específico del hielo?

Calor latente

Para sustancias puras se ha encontrado experimentalmente que se requiere cierta cantidad de calor para que la unidad de masa cambie de estado. Este calor se llama *calor latente* y puede ser de fusión (sólido-líquido) o ebullición (líquido-gas).

Si se simboliza el *calor latente* por L, tenemos:

$$\boxed{Q = m\,L}$$

Estudiamos en el anterior apartado, que cuando a un cuerpo se le suministra calor, se produce un incremento en su temperatura. Sin embargo, hemos observado que cuando se calienta un recipiente lleno de agua, la temperatura se incrementa sólo hasta que se inicia el cambio de estado, pasando de líquido a vapor. A partir de este momento, el cuerpo absorbe grandes cantidades de calor sin variar la temperatura, hasta que la totalidad del agua se transforma en vapor.

Este hecho físico se explica con la teoría molecular sobre el calor: *cuando la temperatura de un cuerpo aumenta por causa del calor suministrado, se produce un aumento de la energía cinética de las moléculas; cuando el cuerpo cambia de fase, las moléculas que por causa de las atracciones mutuas se mantenían originalmente en contacto, se alejan unas de las otras. Esto requiere que se realice un trabajo en contra de las fuerzas de atracción, es decir, hace falta suministrar una energía adicional a las moléculas para separarlas sin que aumente la energía (temperatura) en el proceso.*

De este modelo podemos deducir que es necesario suministrar cierta cantidad de calor a un cuerpo líquido para que pase a un estado de forma gaseosa. Inicialmente sucede cuando un cuerpo pasa del estado sólido al estado líquido.

Calor latente de algunas sustancias

Sustancia	Punto de fusión °C	Calor de fusión cal	Punto de ebullición °C	Calor de vaporización cal
Agua	0	79.7	100	539
Alcohol	—114	24.9	78	204
Anhídrido sulfuroso			138	50
Azufre	119	13.2	444	
Mercurio	— 39	2.82	357	65
Nitrógeno	—210	6.09	—196	48
Oxígeno	—219	3.30	—183	51
Plata	961	21.2		
Platino	1775	27.2		
Plomo	327	5.86		

Trabajo y calor

Sabemos que cuando dos cuerpos están a diferente temperatura, se establece un flujo de calor del cuerpo "más caliente" hacia el cuerpo "más frío". Sin embargo, este no es el único método que existe para aumentar la temperatura de un cuerpo, vemos que los rieles de la

Equivalente mecánico del calor: 1 cal = 4.186 J.

La energía potencial de las pesas se transforma en calor debido al rozamiento de las paletas con el agua.

carrilera aumentan su temperatura cuando pasa el tren, o las manos al frotarse una con otra, también se calientan. La energía mecánica que se disipa con el rozamiento se transforma en calor; esto nos sugiere que debe existir una equivalencia entre las unidades conocidas de energía (julio y ergio) y las de calor (caloría).

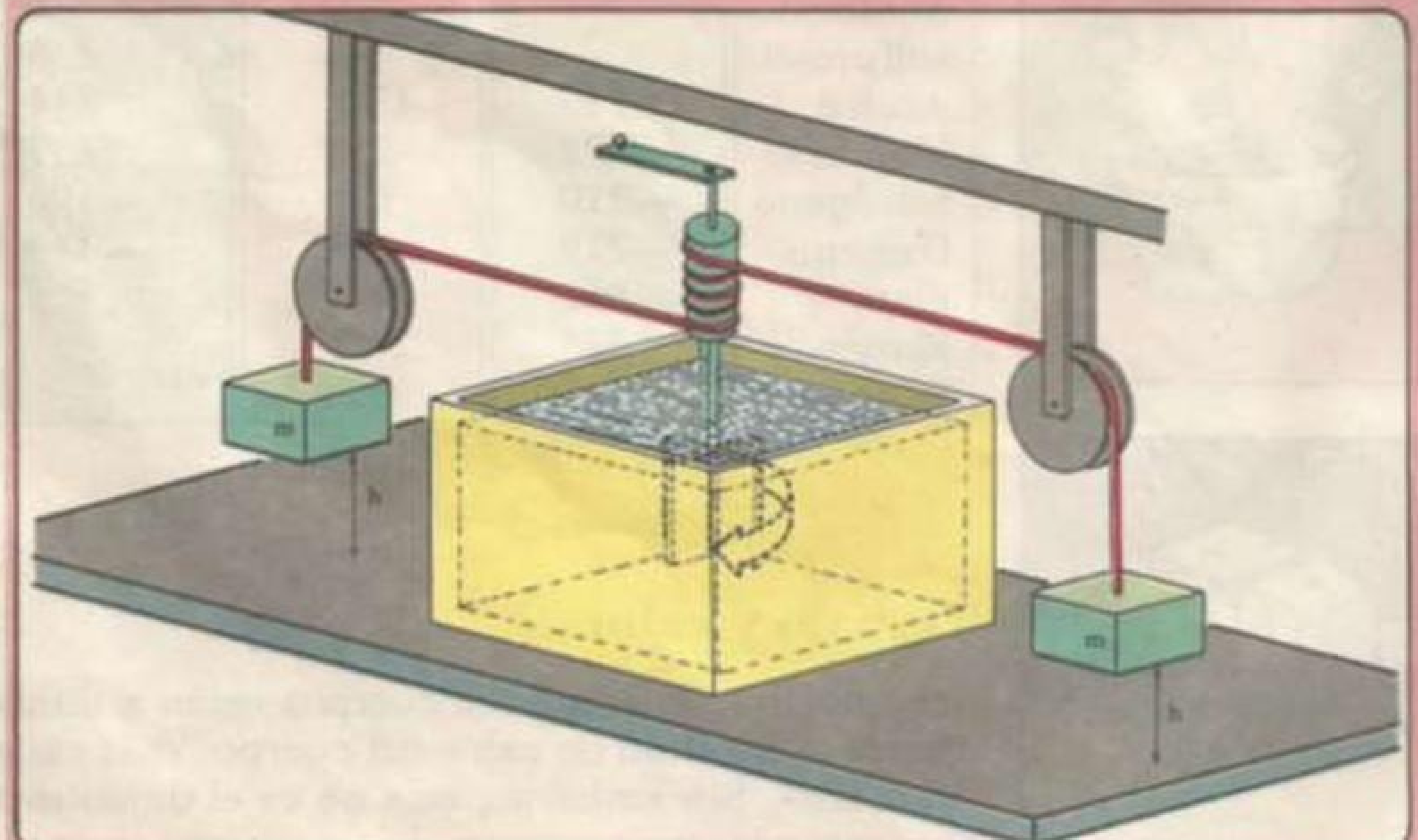
El primero en observar este fenómeno fue Benjamín Thompson (1753-1814), quien trabajaba como inspector en la fábrica de cañones de Baviera. Thompson para refrigerar el calentamiento que sufría el cañón al ser perforado, utilizó agua pero esta se calentaba continuamente y tenía que ser remplazada por agua fría. Thompson observó que a pesar de que las herramientas se encontraban romas, el agua continuaba hirviendo. De esta forma planteó ante la Real Sociedad de Londres la posibilidad de la existencia de una equivalencia entre la energía mecánica y el calor.

James P. Joule (1818-1889) demostró experimentalmente que cada vez que una cantidad dada de energía mecánica se convierte en calor, se produce siempre la misma cantidad de calor.

Joule utilizó un aparato que consiste en un recipiente con una masa conocida de agua, provisto de una serie de paletas giratorias movidas por pesas que descienden. La energía potencial perdida por las pesas se transforma en calor, debido a la fricción de las paletas con el agua, siempre y cuando el sistema está aislado térmicamente del ambiente. En la actualidad utilizando instrumentos más precisos de medición se da la siguiente equivalencia:

$$\boxed{1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}}$$

Una caloría equivale a 4.186 Julios.



TALLER 52

Medida del calor latente

1. Para medir el calor latente de fusión y vaporización, se utiliza el método de las mezclas. Por ejemplo, para calcular el calor de fusión del hielo se deja caer cierta cantidad de hielo a 0°C en un recipiente que contiene agua a cierta temperatura t_1; luego, se deja derretir el hielo y se mide la temperatura de equilibrio de la mezcla.

   Para fundirse el hielo, absorbe una cantidad de calor igual a $Q_1 = m_1 L$ donde m_1 es la masa del hielo, y cierta cantidad de calor $Q_2 = mC(t_2 - 0°)$ para elevar su temperatura hasta t_2. El agua que inicialmente se encontraba a la temperatura t_1 cede cierta cantidad de calor $-Q_3 = Q_1 + Q_2$, donde $Q_3 = m_3 c (t_2 - t_1)$. De la ecuación:

$$-Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$-m_3\, c(t_2 - t) = m_1 L + m_1\, c(t_2)$$

   Se despeja L que es la incógnita.

   En esta experiencia se ha despreciado la capacidad calórica del recipiente.

   En una experiencia de laboratorio se deseaba medir el calor de fusión del hielo. Para tal efecto, se tomó un recipiente con 800 g de agua a la temperatura de 18°C en el cual se dejaron caer cuatro cubos de hielo de 60 g cada uno a la temperatura de 0°C. Después de derretirse el hielo, la mezcla alcanzó una temperatura de equilibrio de 5°C. ¿Qué calor de fusión se obtuvo para el hielo en esta experiencia?

2. Un aparato muy útil para experimentar en termodinámica es el **calorímetro**. Este se puede construir con dos recipientes de aluminio o latón en forma cilíndrica y de diferente diámetro. Los recipientes deben tener las dimensiones apropiadas que permitan introducir un recipiente dentro del otro, aislándose térmicamente por trozos de icopor que se colocan entre los dos. La tapa también debe estar recubierta con un elemento aislante como corcho o icopor y dotada de un pequeño agujero donde se coloca el termómetro.

3. En los siguientes problemas se aplica el concepto de calor latente. Estudia la forma como se resuelve el ejemplo.

   Ejemplo:
   Cuánto calor se debe suministrar a 100 g de hielo a −10°C para convertirlos en vapor de agua a 110°C en condiciones normales.

   Solución:
   Este problema se debe solucionar siguiendo varios pasos:

   a. Se calcula el calor que se suministra al hielo para elevar su temperatura de −10°C a 0°C
   $Q_1 = m\, c(t_f - t_i)$

$$Q_1 = (100\ \text{g})\left(0.5\,\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)(0°\text{C} - (-10°\text{C})) = 500\ \text{cal}$$

   b. Se calcula el calor que se suministra al hielo para volverlo agua sin aumentar la temperatura:
   $Q_2 = m\,L$

$$Q_2 = (100\ \text{g})\left(79.7\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) = 7970\ \text{cal}$$

   c. Luego, se halla el calor que se suministra al agua a 0°C para elevar su temperatura a 100°C:
   $Q_3 = m\,c\,(t_f - t_i)$

$$Q_3 = (100\ \text{g})\left(1\,\frac{\text{cal}}{\text{g°C}}\right)(100°\text{C} - 0°\text{C})$$

$$Q_3 = 10000\ \text{cal}$$

   d. Para convertir el agua a 100°C en vapor se debe suministrar una cantidad adicional de calor.

$$Q_4 = m\,L$$

$$Q_4 = (100\ \text{g})\left(539\,\frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) = 53900\ \text{cal}$$

e. Por último, se debe calcular el calor que se suministra al vapor para elevar su temperatura hasta 110°C.

$Q_5 = c\ m(t_f - t_i)$

$$Q_5 = \left(1\ \frac{cal}{g°C}\right)(100\ g)\ (110°C - 100°C)$$

$Q_5 = 1000$ cal

f. El calor total que se suministra es la suma de todos los calores anteriormente calculados:

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$

$Q_T = 77\,370$ cal.

4. Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a 250 g de alcohol etílico para convertirlo en vapor?

b. ¿Qué cantidad de calor se desprende cuando 120 g de vapor de agua a 150°C se enfrían y congelan produciendo 120 g de hielo a 0°C?

c. Un trozo de hielo de 50 g se introduce en 500 g de agua a 20°C. ¿Cuál es la temperatura final de equilibrio suponiendo que no hay intercambio de calor entre el sistema y el ambiente?

d. Un cubo de hielo de 50 g de masa y a una temperatura de −10°C se deja caer dentro de un vaso de agua a 0°C. Si no hay intercambio de calor con el exterior, ¿cuánta agua se solidifica sobre el hielo?

e. ¿Cuánto calor se debe suministrar a 280 g de hielo a −8°C para convertirlos en vapor de agua a 108°C?

5. Encuentra el equivalente mecánico del calor.

Una experiencia interesante que permite medir con cierta aproximación el equivalente mecánico del calor, se realiza de la siguiente forma:

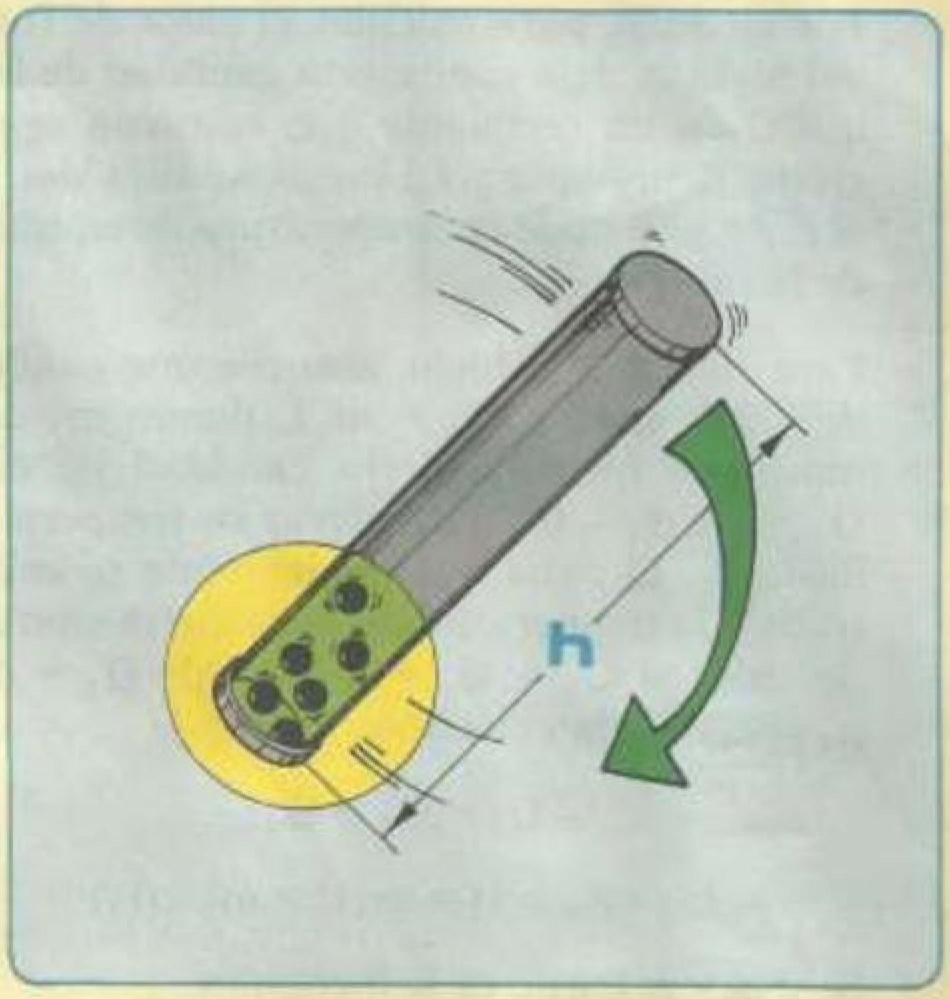
Se toma un cilindro de cartón de cualquier longitud, y cierta cantidad de perdigones de plomo. Se mide la masa del plomo y se introduce dentro del tubo. Se mide la temperatura que posee inicialmente el plomo dentro del tubo. Se tapa el tubo por los dos extremos y se voltea unas cincuenta veces contando exactamente este número. Finalmente, se mide la temperatura de los perdigones.

Conociendo la masa del plomo, su calor específico y la variación en la temperatura se calcula el calor ganado por los perdigones.

$Q = m\ C(t_f - t_i)$

Luego se calcula la pérdida de energía potencial sufrida por los perdigones: $E_p = n\ m\ gh$, donde $n = 50$ y h es la altura del tubo.

Al igualar el calor con la energía potencial se determina el equivalente mecánico del calor.



6. Resuelve los siguientes problemas:

a. ¿Qué variación de temperatura sufren 800 g de agua que caen desde una altura de 6 m, si suponemos que con el impacto toda la energía se convierte en calor?

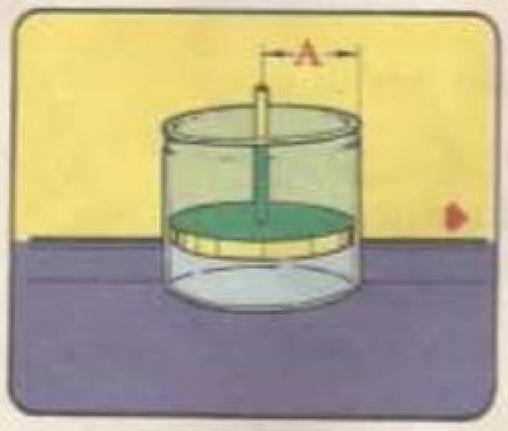
b. Una bala de plomo de 40 g de masa, posee una energía cinética de 8.4 Julios. Si al chocar contra un blanco queda inmediatamente en reposo, ¿cuál será la elevación de la temperatura de la bala si no hubiese intercambio de calor con el ambiente?

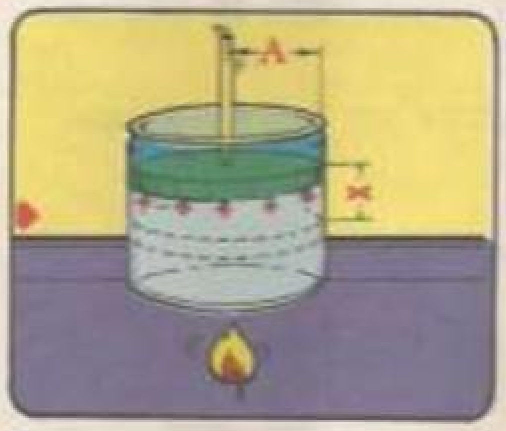
c. Un trozo de hielo cae, partiendo del reposo a un lago que se encuentra a 0°C fundiéndose el 50% de la masa de hielo. ¿De qué altura cayó el hielo?

d. Un bloque de madera de 4 kg de masa que viaja inicialmente a 16 m/s se detiene, debido al rozamiento, a los 4 s. Calcula la cantidad de calor producida por la fricción.

e. Una caja de perdigones de plomo se lanza verticalmente al aire hasta una altura de 8 m y se deja caer al suelo. La temperatura original del plomo es de 18°C. Se realizan cinco de estos lanzamientos y se mide al final la temperatura. ¿Cuál será el resultado de la medida?

Primera ley de la termodinámica





En el experimento de Joule se encontró el equivalente mecánico del calor. Al realizar un trabajo sobre el sistema por medio de dos cuerpos que perdían energía potencial, las paletas que giraban hacían variar la temperatura del agua haciéndola pasar de un estado inicial a un estado final. En la práctica se hubiera podido cambiar la forma de realizar el trabajo y producir la misma variación en la temperatura del agua, siempre y cuando el sistema esté aislado térmicamente del ambiente, es decir, que no haya transmisión de calor entre el sistema y el ambiente. Este tipo de proceso se denomina **adiabático**.

Definimos una variable de estado llamada energía interna del sistema como la energía cinética de translación, rotación o vibración que pueden poseer átomos o moléculas, además de la energía potencial de interacción entre estas partículas.

Por lo tanto, vemos que en un proceso adiabático, el trabajo realizado sobre el sistema es igual a la variación de la energía interna del sistema.

$U_f - U_i = T$, donde U = energía interna
T = trabajo realizado

La primera ley de la termodinámica es un enunciado de la ley más general de conservación de la energía.

Si el sistema no está adiabáticamente aislado del ambiente, el trabajo realizado sobre el sistema depende del proceso que se siga, ya que éste puede absorber o ceder calor al ambiente. De todas formas, si también medimos el calor absorbido por el sistema, resulta que la suma de este calor más el trabajo realizado sobre éste es igual a la variación de la energía interna del sistema.

$$\boxed{Q + (-T) = \Delta U}$$

El calor es positivo si es absorbido por el sistema y negativo si el sistema lo cede al ambiente, el trabajo es positivo si lo realiza el sistema y negativo si se realiza sobre el sistema.

El calor absorbido por un sistema es igual al trabajo realizado por el sistema más el aumento de la energía interna.

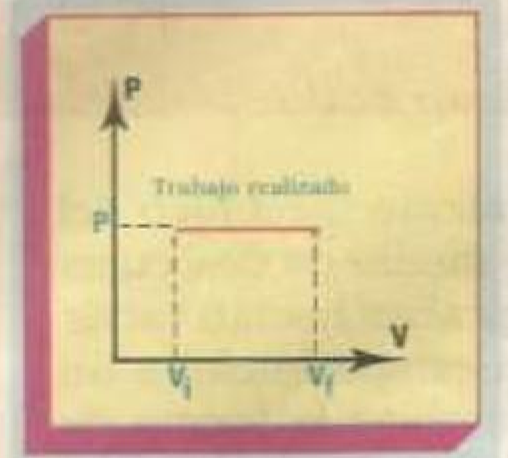
La ecuación anterior que no es más que otra forma de expresar la ley de conservación de la energía, simboliza la primera ley de la termodinámica:

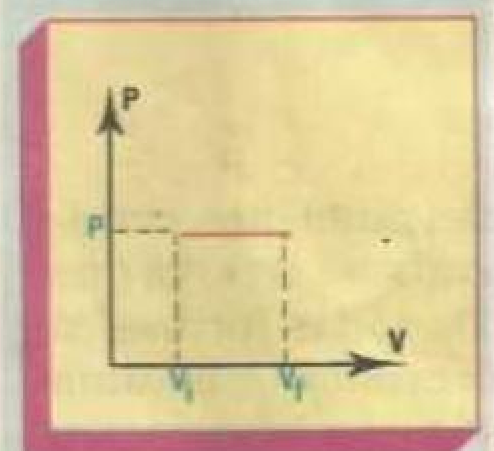
El calor absorbido por un sistema es igual al trabajo realizado por el sistema más el aumento de la energía interna.

$$\boxed{Q = T + \Delta U}$$

Consideremos como sistema un gas encerrado en un cilindro provisto de un émbolo que se puede desplazar dependiendo de la presión que el gas ejerza sobre él.

Al suministrarle calor al sistema, las moléculas del gas se agitan con mayor energía cinética. Esta a su vez provoca un incremento en





la presión sobre el émbolo que se desplaza cierta distancia *x*. El sistema realiza un trabajo sobre el pistón que es igual a

T = f.*x*, donde
F = PA, luego:
T = PA*x* y el producto A*x* es el volumen desplazado por el gas:
T = P.V

En un gráfico de presión contra volumen el trabajo realizado por el sistema está representado por el área bajo la curva.

Si durante la dilatación la presión permanece constante, entonces $T = P(V_f - V_i)$.

Si al dilatarse el gas la presión disminuye, el área bajo la curva representa el trabajo realizado.

Algunos procesos que se aplican frecuentemente en la investigación científica y en la técnica son:

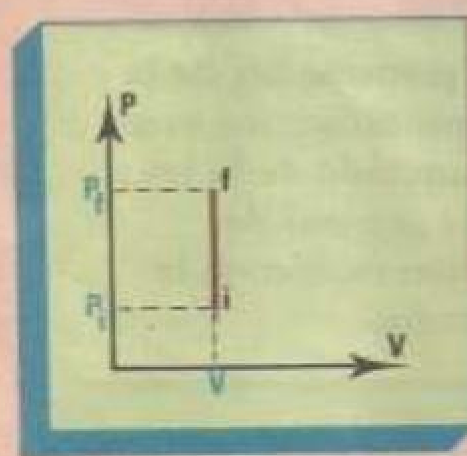
Proceso isobárico: es el que se realiza a presión constante.

$$\boxed{Q = P\,(V_f - V_i) + \Delta U}$$

Proceso isocoro o isovolumétrico: es el que se realiza a volumen constante.

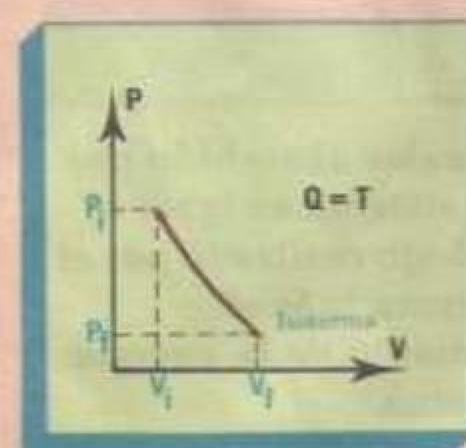
En el proceso isocoro no se realiza trabajo; el área bajo la curva es cero.

$$\boxed{Q = \Delta U}$$



Proceso isotérmico: es el que se realiza a temperatura constante. La variación de la energía interna es nula.

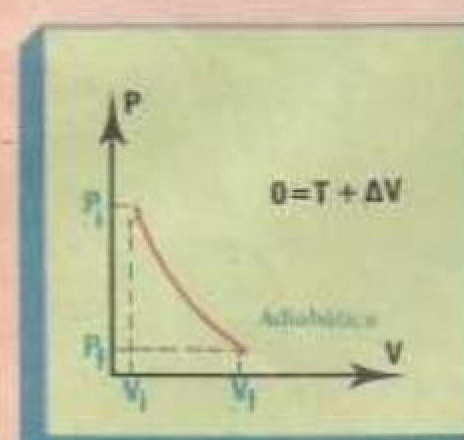
$$\boxed{Q = T}$$



Proceso adiabático: es el que se realiza sin que haya intercambio de calor entre el sistema y el ambiente.

El sistema no absorbe ni cede calor.

$$\boxed{0 = T + \Delta V}$$



El trabajo realizado es diferente de cero.

En el proceso isocoro no se realiza trabajo; el área bajo la curva es cero.

La variación de la energía interna es nula.

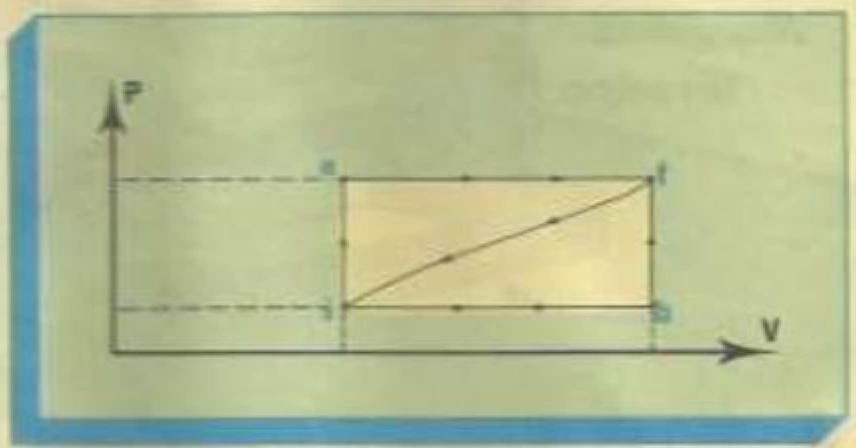
El sistema no absorbe ni cede calor.

TALLER 53

Problemas sobre la 1a. ley de la termodinámica

Para solucionar problemas donde se aplique la primera ley de la termodinámica se debe tener en cuenta de utilizar todas las magnitudes (trabajo, calor y energía interna) con la misma unidad, para tal efecto se utiliza el equivalente mecánico del calor: 1 cal = 4 184 J.

Ejemplo:
De acuerdo con el gráfico de presión contra volumen que aparece en la figura resolver el siguiente problema: si se lleva el sistema del estado i al estado f siguiendo la trayectoria i a f se encuentra que el sistema hace un trabajo de 20 cal y absorbe 50 cal de calor. Si la trayectoria seguida es por el camino ibf el calor absorbido es de sólo 42 cal.

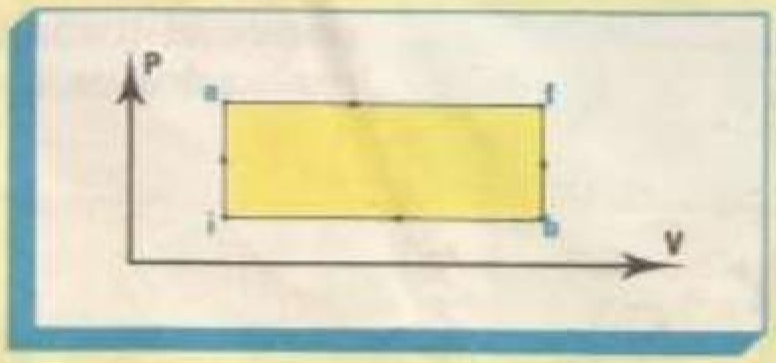


a. ¿En cuánto varía la energía interna del sistema?
b. ¿Qué trabajo se realiza al seguir la trayectoria ibf?
c. Si la energía interna inicial es U_i = 10 cal, ¿cuánto vale la energía interna final?
d. Si por el recorrido curvo if se realiza sobre el sistema un trabajo de – 13 cal, ¿cuánto calor cede al ambiente el sistema en este proceso?

Solución:
a. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica tenemos que:
$Q = T + \Delta U$ de donde $\Delta U = Q - T$
$\Delta U = 50\text{ cal} - 20\text{ cal} = 30\text{ cal}$
La energía interna varía en 30 cal.
b. Al seguir la trayectoria ibf observamos que la variación de la energía interna es independiente de la trayectoria, por tanto:
$\Delta U = 30\text{ cal}$
$T = Q - \Delta U$
$T = 42\text{ cal} - 30\text{ cal} = 12\text{ cal}$
c. Como $\Delta U = U_f - U_i$, la energía interna final es:
$U_f = \Delta U + U_i$
$U_f = 12\text{ cal} + 10\text{ cal} = 22\text{ cal}$.
d. El calor cedido al ambiente en el recorrido de regreso fi es:
$Q = T + \Delta U$
$Q = (-13\text{ cal}) + (-10\text{ cal}) = -23\text{ cal}$.

Resuelve los siguientes problemas.

1. Un sistema se lleva del estado i al estado f siguiendo las trayectorias iaf e ibf, tal como se ilustra en la figura.



a. Indica qué tipo de proceso son ia y bf.
b. Indica qué tipo de proceso son af e ib.
c. Si por cualquiera de las dos trayectorias el sistema varía, su energía interna es 86 cal, y el calor absorbido por la trayectoria iab es 108 cal. ¿Qué trabajo realiza el sistema por esta trayectoria?
d. ¿Qué cantidad de calor debe absorber por la trayectoria ibf para realizar un trabajo de 16 cal?

2. En cierto proceso se suministra a un sistema 500 cal y al mismo tiempo se realiza sobre el sistema un trabajo de 120 J. ¿En cuánto se incrementa su energía interna?

3. Un litro de agua hierve isobáricamente a 100°C y a la presión de una atmósfera convirtiéndose en 1594 litros de vapor. Calcula:

a. Trabajo realizado por el sistema.
b. Calor absorbido por el sistema.
c. Variación de la energía interna.

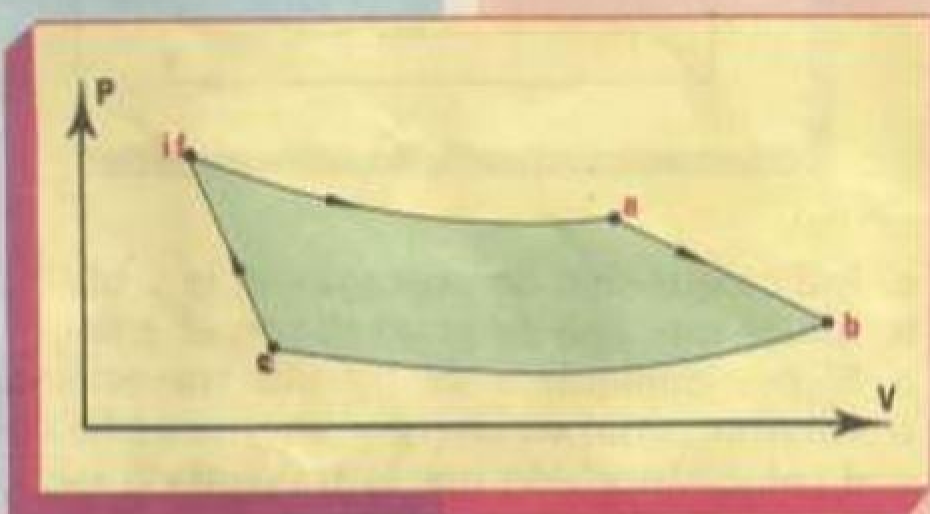
4. Representa las siguientes transformaciones en un gráfico de presión contra volumen.

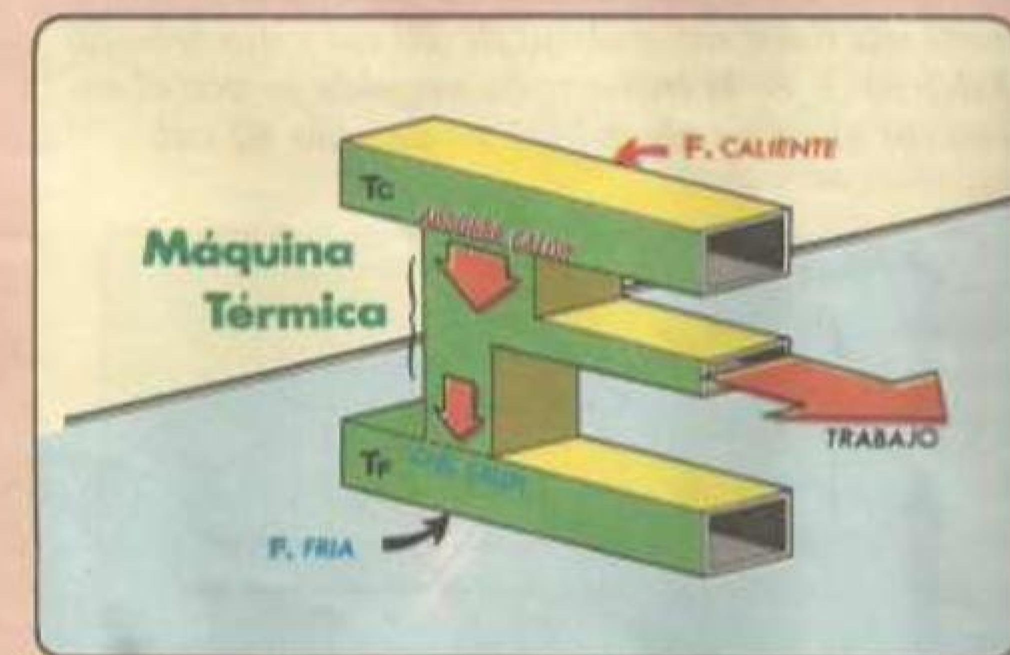
a. 12 litros de aire se comprimen isotérmicamente hasta un volumen de 4 litros. Luego se dejan expandir isobáricamente hasta obtener su volumen original.
b. 24 litros de gas se expanden adiabáticamente hasta un volumen de 30 litros; luego isotérmicamente continúa la expansión hasta obtener un volumen de 40 litros.

Segunda ley de la termodinámica

La teoría de la termodinámica se desarrolló como consecuencia del trabajo de ingenieros y trabajadores que buscaron una mayor eficacia de la máquina de vapor.

Una máquina térmica funciona absorbiendo una cantidad de calor Q_c de una fuente que está a alta temperatura T_c (el subíndice c significa caliente). Realiza un trabajo T y devuelve una cantidad de calor Q_f a una fuente fría que está a la temperatura T_f. El sistema termodinámico regresa a su estado original completando de esta forma un ciclo. Durante el ciclo, la máquina absorbe calor, realiza un trabajo y cede calor y su fin consiste en repetir cíclicamente este proceso donde el trabajo realizado por la máquina es la suma de los trabajos realizados en cada ciclo.





Durante un ciclo, el estado inicial y final de la máquina son los mismos. La energía interna final es igual a la energía interna inicial y de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, tenemos:

$$\boxed{Q = T + O}$$

Donde Q es el calor neto consumido por la máquina, o sea, $Q = Q_c - Q_f$

$$\boxed{T = Q_c - Q_f}$$

Se define el rendimiento o eficiencia de una máquina térmica al cociente entre el trabajo realizado y el calor absorbido.

$$\boxed{E = \frac{T}{Q_c} = \frac{Q_c - Q_f}{Q_c} = 1 \frac{Q_f}{Q_c}}$$

En la práctica, el calor Q_c es producido por la combustión de gasolina, carbón o cualquier otro combustible. Por consiguiente, se trata de diseñar la máquina térmica que tenga la mayor eficiencia posible. Para obtener rendimiento del 100%, el calor cedido Q_f debería ser cero, pero esto es completamente imposible. Esta última situación

Es imposible que una máquina que trabaja cíclicamente, extraiga calor de un foco y produzca cantidad equivalente de trabajo, sin producir otro efecto.

Una máquina térmica que trabaje tomando calor de un foco a la temperatura T_c y cediendo calor a un foco de temperatura T_f, no puede tener una eficiencia mayor a una máquina que trabaje con los mismos focos y su ciclo esté compuesto de dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos.

No es posible construir una máquina térmica que convierta todo el calor absorbido en trabajo.

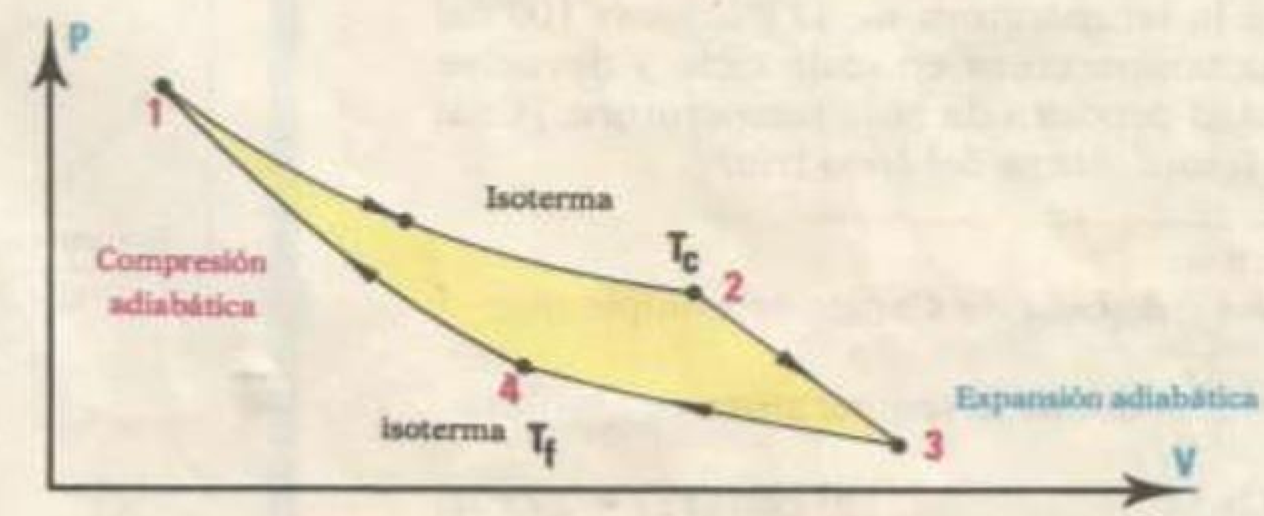
Ninguna máquina térmica puede tener una eficiencia mayor que la máquina ideal de Carnot.

es conocida como el enunciado de Kelvin-Planck y se llama "Segunda ley de la termodinámica".

Es imposible que una máquina que trabaja cíclicamente, extraiga calor de un foco y produzca cantidad equivalente de trabajo, sin producir otro efecto.

En 1824, antes de que fuera establecida la primera ley de la termodinámica, el ingeniero francés Sadi Carnot, diseñó una máquina térmica ideal, que trabaja con ciclos de dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos, y encontró un límite para cualquier máquina que trabaje entre las dos temperaturas de una máquina de Carnot. Este límite fue enunciado en el teorema que lleva su nombre.

Una máquina térmica que trabaje tomando calor de un foco a la temperatura T_c y cediendo calor a un foco de temperatura T_f, no puede tener una eficiencia mayor a una máquina que trabaje con los mismos focos y su ciclo esté compuesto de dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos.



En una máquina de Carnot, la eficiencia es igual al cociente entre la diferencia de las temperaturas absolutas $T_c - T_f$ y la temperatura del foco caliente T_c.

$$E = \frac{T_c - T_f}{T_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

De donde se obtiene que para una máquina de Carnot se cumple que:

$$\boxed{\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c}}$$

TALLER 54

Problemas sobre la 2a. ley de la termodinámica

1. Sigue el procedimiento con el cual se resuelven los siguientes ejemplos y da solución a los problemas propuestos:

a. La eficiencia de una máquina es del 24% y realiza un trabajo de 480 cal. ¿Cuánto calor absorbe en cada ciclo? ¿Cuánto calor cede?

Solución:

$$E = \frac{T}{Q_c} \quad Q_c = \frac{T}{E} \quad Q_c = \frac{480 \text{ cal}}{0.2} = 2\,400 \text{ cal}$$

El calor absorbido es de 2 400 cal.

$T = Q_c - Q_f$

$Q_f = Q_c - T$

$Q_f = 2\,400 \text{ cal} - 480 \text{ cal} = 1\,920 \text{ cal.}$

b. Una máquina de Carnot cuyo foco caliente está a la temperatura de 127°C toma 100 cal a esta temperatura en cada ciclo y devuelve 40 cal al depósito de baja temperatura. ¿Cuál es la temperatura del foco frío?

Solución:

En una máquina de Carnot se cumple que:

$\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{T_f}{T_c}$ donde la temperatura es absoluta.

$$T_f = \frac{Q_f\, T_c}{Q_c} \qquad T_f = \frac{(40 \text{ cal})\,(127 + 273°\text{K})}{100 \text{ cal}}$$

$$T_f = 160°\text{K}$$

2. Resuelve los siguientes problemas:

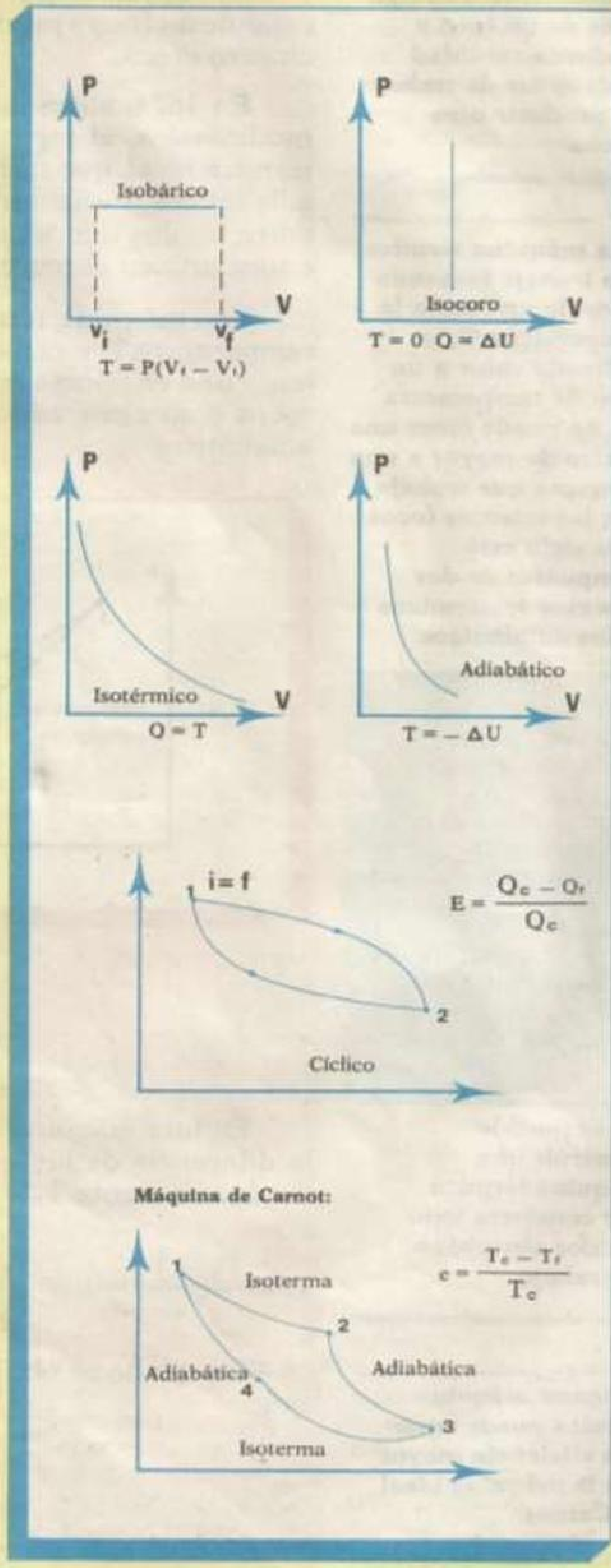
a. Una máquina absorbe 110 cal y cede 55 cal en cada ciclo. ¿Qué trabajo en Julios realiza? ¿Cuál es su rendimiento?

b. Una máquina de Carnot cuyo depósito frío está a 10°C tiene un rendimiento del 40%. ¿Cuál es la temperatura del foco caliente, si se desea aumentar al 50% la eficiencia de la máquina? ¿En cuántos grados se debe reducir la temperatura del foco frío, manteniendo constante la temperatura del foco caliente?

c. Una máquina de Carnot funciona entre dos focos calóricos a las temperaturas de 27°C y 127°C.

- Si la máquina absorbe en cada ciclo 1 000 cal, ¿cuánto calor cede al foco frío?
- ¿Cuál es la eficiencia de la máquina?
- ¿Qué trabajo en Julios realiza la máquina en un ciclo?

Procesos:



3. Extrae las ideas básicas de la siguiente lectura:

James Watt

James Watt estudió detenidamente la máquina de vapor que tenía delante, un modelo construido en origen por Thomas Newcomen en 1705, hacía sesenta años. La máquina se utilizaba para bombear el agua de las minas, y el modelo pertenecía a la Universidad de Glasgow, Escocia, donde Watt trabajaba de constructor de instrumentos matemáticos.

«No funciona bien», le dijo el profesor. «Arréglala.»

La máquina funcionaba así: el vapor del agua en ebullición entraba en una cámara cerrada por arriba por un émbolo móvil; la presión del vapor empujaba el émbolo hacia arriba; entonces llegaba agua fría a la cámara y la refrigeraba; el vapor se condensaba y el pistón descendía; de nuevo entraba vapor y volvía a ascender el pistón; más agua fría, y el pistón bajaba. El movimiento ascendente y descendente del émbolo hacía funcionar la bomba.

El proceso requiere cantidades ingentes de vapor —pensó Watt— y, sin embargo, la máquina funciona con muy poca eficiencia. El vapor contiene más potencia que eso.

Watt, que era un ingeniero experimentado y que poseía una mente analítica, comenzó a estudiar científicamente el vapor. Para que el vapor ejerza una potencia mixta tiene que estar, en primer lugar, lo más caliente posible. Luego tiene que convertirse en agua lo más fría posible. Pero ¿no era eso lo que hacía la máquina de Newcomen?

Un domingo, a principios de 1765, salió Watt a dar un paseo a solas, sumido en sus pensamientos. De pronto se paró en seco. ¡Pero claro, hombre! El vapor se desaprovechaba porque en cada paso se volvía a enfriar la cámara, de manera que cada bocanada de vapor tenía que volver a calentarla antes de poder mover el émbolo.

Watt regresó rápidamente a su taller y empezó a montar un nuevo tipo de máquina de vapor. El vapor, tras entrar en la cámara y mover el émbolo, escapaba por una válvula hasta una segunda *cámara refrigerada por agua corriente. Al escapar el vapor, bajaba el émbolo. El siguiente chorro de vapor que entraba en la primera cámara no perdía nada de su potencia, porque estaba* aún caliente.

Watt había conseguido una máquina de vapor que funcionaba eficientemente. Su invento fue un triunfo de la tecnología, no de la ciencia; pero ese paseo dominical contribuyó a cambiar el futuro de la humanidad.

La nueva máquina de vapor sustituyó casi de inmediato a la antigua de Newcomen en las minas. Watt siguió introduciendo mejora tras mejora. Una de ellas fue que el vapor entrara por ambos lados de la cámara, empujando así el émbolo en ambas direcciones alternadamente y aumentando aún más la eficiencia.

El invento de Watt era sinónimo de potencia. Antes de él existían los músculos del hombre y de los animales, el viento y la caída del agua. Watt, por su parte, hizo posible el uso práctico de una potencia mayor que las anteriores. (La unidad de potencia llamada «watt» o «vatio» lleva su nombre.) Y muchos de esos usos los descubrió él mismo.

Las máquinas de vapor podían utilizarse para mover maquinaria pesada. Por primera vez pudieron concentrarse grandes cantidades de potencia en una zona reducida, posibilitando el surgimiento de fábricas y de la producción en masa.

Inglaterra estaba por aquella época falta de carbón vegetal que sirviera de combustible: había esquilmado sus bosques, y la madera que quedaba tenía que reservarla para la flota naval. La única alternativa era el carbón, pero las filtraciones de agua dificultaban mucho la explotación de las minas. La máquina de vapor de Watt bombeaba eficientemente el agua al exterior y permitía así extraer grandes cantidades de carbón a bajo precio. La combustión del carbón producía vapor y el vapor engendraba potencia. ¡Había comenzado la Revolución Industrial!

Hoy día nos hallamos en una segunda revolución industrial, cuyo origen también está en un invento de James Watt.

Para conseguir que el flujo de vapor de sus máquinas fuese constante, Watt dispuso las cosas de manera que el vapor hiciese girar dos pesas unidas a un vástago vertical por medio de sendas barras articuladas. La fuerza de la gravedad tiraba de las pesas hacia abajo, mientras que la fuerza centrífuga (al girar las pesas) hacía que subieran. Si entraba demasiado vapor en la cámara, la rotación de las pesas se aceleraba y éstas subían. Este movimiento ascendente cerraba parcialmente una válvula y disminuía el aporte de vapor. Al bajar la presión del vapor, las pesas empezaban a girar más despacio, caían y abrían la válvula, entrando entonces más vapor.

La cantidad de vapor se mantenía así entre límites bastante próximos. La máquina de vapor había quedado equipada con un «cerebro» que era capaz de corregir automática y continuamente sus propios fallos. Eso es lo que designa la palabra «automación». La ciencia de la automación ha alcanzado hoy día un punto en que es posible hacer funcionar fábricas enteras sin intervención del hombre: los errores se corrigen mediante dispositivos que utilizan el principio básico del «regulador centrífugo» de James Watt.

Watt fue también un brillante y admirado ingeniero civil que tuvo mucho que ver con el proyecto de puentes, canales y puertos marítimos. Murió el 19 de agosto de 1819, tras una senectud llena de paz. Llegó a ver la Revolución Industrial en una etapa bastante avanzada, pero jamás soñó que había iniciado además una segunda revolución que no alcanzaría su auge hasta pasados casi dos siglos.

Tomado del libro *Momentos Estelares de la Ciencia* de Isaac Asimov.

Ideas fundamentales

GLOSARIO

Capacidad calórica: es la cantidad de calor que se suministra a un cuerpo para elevar su temperatura un grado celsius.

Calor específico: es la cantidad de calor que se debe suministrar a la unidad de masa de una sustancia para elevar su temperatura a un grado celsius.

Caloría: es la cantidad de calor que se debe suministrar a un gramo de agua para elevar su temperatura un grado celsius.

Calor latente: es la cantidad de calor que se debe suministrar a la unidad de masa de una sustancia para cambiar su estado.

Energía interna: es la energía cinética de traslación, rotación o vibración que poseen los átomos o moléculas de una sustancia, además de la energía potencial de interacción entre estas partículas.

Proceso isobárico: el que se realiza a presión constante.

Proceso isocoro: el que se realiza a volumen constante.

Proceso isotérmico: el que se realiza a temperatura constante.

Proceso adiabático: el que se realiza sin intercambio de calor entre el sistema y el ambiente.

Leyes de la termodinámica:

Ley cero: si dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico con un tercer sistema, entonces los dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico.

Primera ley: el calor absorbido por un sistema se convierte en trabajo útil realizado más un incremento de su energía interna: $Q = T + \Delta U$

Segunda ley: no puede existir una máquina térmica que convierta todo el calor absorbido en trabajo útil.

Teorema de Carnot: la máxima eficiencia de una máquina térmica que trabaje entre dos temperaturas dadas, es aquella cuyo ciclo está compuesto de dos procesos isotérmicos y dos adiabáticos.

Conversión en escalas de temperatura:

$$t_f = \frac{9°F}{5°C}\ t_c + 32°F \qquad t_c = \frac{5°C}{9°F}(t_f - 32°F)$$

$$T = \frac{1°K}{°C}\ t_c + 273.15°K$$

Dilatación:

Lineal $L = Lo\,(1 + \alpha\Delta t)$
Superficial $S = So\,(1 + 2\alpha\Delta t)$
Volumétrica $V = Vo\,(1 + 3\alpha\Delta t)$

Calor: si dos cuerpos a diferente temperatura se ponen en contacto, el calor cedido por el que está a mayor temperatura es igual al calor absorbido por el que está a menor temperatura.

$$-Q_p = Q_g$$

$$-m_1 C_1 (t_{f_1} - t_{i_1}) = m_2 C_2 (t_{f_2} - t_{i_2})$$

Equivalente mecánico del calor: 1 cal = 4.184 J

Capacidad calórica: $C = \dfrac{Q}{\Delta t}$

Calor específico: $c = \dfrac{Q}{m\,\Delta t}$

Calor latente: $L = \dfrac{Q}{m}$

Evaluación

A. En las preguntas 1 a 10 el enunciado es una afirmación seguida de la palabra "**porque**" y una razón o justificación.

Elabora una tabla de respuestas, así:

A, si la afirmación y la razón son verdaderas y la razón es una explicación de la afirmación.
B, si la afirmación y la razón son verdaderas, pero la razón no es una explicación de la afirmación.
C, si la afirmación es verdadera y la razón es falsa.
D, si la afirmación es falsa y la razón es verdadera.
E, si tanto la afirmación como la razón son falsas.

1. En los termómetros se utiliza el mercurio **porque** posee coeficiente de dilatación lineal constante.

2. Cuando sentimos frío nos calentamos con un saco de lana **porque** la lana es generadora de calor.

3. Al colocar en un sólo recipiente dos cantidades de agua a temperaturas distintas ($T_1 < T_2$) la temperatura de equilibrio T_o, es tal que $T_1 < T_o < T_2$, **porque** la temperatura es una variable de transformación.

4. Para elevar un grado centígrado la temperatura de un gramo de agua se debe suministrar una caloría de calor **porque** el calor específico del agua es $1\ \frac{cal}{g°C}$.

5. Al suministrar calor a cierta cantidad de líquido su temperatura se incrementa indefinidamente **porque** para cambiar de estado se debe suministrar el calor latente de ebullición.

6. Al batir un líquido en la licuadora su temperatura aumenta **porque** el calor de la licuadora se trasmite al líquido.

7. En un proceso isobárico la temperatura permanece constante **porque** la energía del sistema se conserva.

8. Una caloría equivale a 4.186 julios **porque** el trabajo que se debe realizar para elevar la temperatura de un gramo de agua es de un julio.

9. La eficiencia de una máquina térmica puede ser del 100% **porque** todo el calor absorbido se puede convertir completamente en trabajo.

10. El coeficiente de dilatación cúbica es el cubo del coeficiente de dilatación lineal **porque** el volumen de un cubo es igual a la arista del cubo.

B. Escribe en tu cuaderno la respuesta correcta:

11. Si 204 calorías se suministran a 100 g de agua a 120°C y a la presión normal, la temperatura del agua será:

a. 100°C b. 102.4°C c. 104.8°C d. 102.64°C
e. 96.84°C

12. Para convertir 10 g de agua a 20°C en vapor a 100°C hay que suministrar:

a. 800 cal b. 1000 cal c. 5390 cal
d. 6190 cal e. 840 cal

13. 38°C equivale en °F a:

a. 3.33°F b. 100.4°F c. 68.4°F d. 331°F
e. 38°F

14. Una varilla de cobre de 1.00 m de longitud se calienta incrementando su temperatura en 10°C. La variación en su longitud será:

a. 0.14 m b. 1.4×10^{-4} m c. 1.4 m
d. 1.00014 m e. 1.10 m

15. La capacidad calórica de un cuerpo de dos kilogramos de masa que aumenta su temperatura en 20°C cuando se le suministran 1000 calorías es:

a. 40000 cal/°C b. 10 cal/°C c. 50 cal/°C
d. 200 cal/°C e. 4000 cal/°C

16. El valor de un Julio en calorías es;

a. 4184 cal d. 0.48 cal
b. 0.240 cal e. 4.184 cal
c. 3944 cal

17. Si cierta cantidad de agua cae desde 10 m y toda la energía potencial se convierte en calor al chocar con el suelo, el aumento de temperatura que sufre el agua es:

a. faltan datos
b. 410°C
c. 23.4°C
d. 98°C
e. 100°C

18. En un proceso isotérmico:

a. No hay intercambio de calor entre el sistema y el medio.
b. La temperatura permanece constante.
c. La presión no varía.
d. El volumen permanece constante.
e. Se produce un ciclo.

EVALUACION

19. La eficiencia de una máquina térmica que absorbe de la fuente caliente 400 cal y cede a la fuente más fría 100 cal es:

a. 25% b. 75% c. 33% d. 66% e. 100%

20. La eficiencia de una máquina de carnot es del 40%. Si la temperatura de la fuente caliente es 400°C, la temperatura de la fuente fría será:

a. 160°K b. 240°C c. 320°K d. 130.8°K
e. 100°C

C. En las preguntas del 21 al 25 determina si las informaciones I y II son suficientes o necesarias para resolver el problema planteado.

Marca la respuesta así:

A, si solamente es necesaria la información I.
B, si solamente es necesaria la información II.
C, si las informaciones I y II son necesarias.
D, si cualquier información I ó II es suficiente.
E, si con las informaciones I y II no es suficiente.

21. Calcular el calor que ganan 100 g de agua si:

I. La temperatura inicial del agua es de 12°C.
II. La temperatura final del agua es de 40°C.

22. Calcular la longitud que adquiere una varilla de aluminio.

I. De 8 cm de longitud a 17°C.
II. Su temperatura se incrementa hasta 50°C.

23. Calcular el calor específico de una sustancia.

I. Absorbe 100 cal.
II. Al incrementar su temperatura de 4°C a 90°C.

24. Calcular la eficiencia de una máquina térmica si:

I. Absorbe calor de una fuente caliente a 340°C.
II. Entra calor a una fuente fría a 10°C.

25. Calcular el trabajo realizado por una máquina térmica en cada ciclo si:

I. Absorbe 100 cal.
II. Cede 20 cal.

Evaluación final

Escribe en tu cuaderno la respuesta correcta.

Con la siguiente información contesta las preguntas 1, 2 y 3.

Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se atraen con una fuerza F cuando están separadas una distancia d.

1. Si la masa de cada cuerpo se duplica, la fuerza de atracción gravitacional será:

a. F b. 2 F c. F/2 d. 4 F e. F/4

2. Si la distancia entre los cuerpos se duplica la fuerza será:

a. F/2 b. 2 F c. F/4 d. 4 F e. F

3. Si la masa de cada cuerpo se duplica y la distancia entre éstas se reduce a la mitad, entonces la fuerza de atracción será:

a. F/16 b. 16 F c. 4 F d. F/4 e. 2 F

Con la siguiente información contesta las preguntas 4, 5 y 6.

Un planeta de masa m y radio ecuatorial r, posee en su superficie una aceleración de la gravedad g.

4. La gravedad de un planeta de masa 2m y radio 2 r será:

a. g b. 2 g c. 4 g d. g/2 e. g/4

5. La gravedad de un planeta de masa m/2 y radio r/2 será:

a. g b. 2 g c. g/2 d. g/4 e. g/16

6. Para que la gravedad en otro planeta sea g/4 se debe:

a. Duplicar el radio ecuatorial.
b. Ampliar la masa del planeta.
c. Reducir a la mitad la masa del planeta.
d. Reducir a la mitad el radio ecuatorial.
e. Ninguna de las anteriores.

7. Un hombre sostiene en sus manos dos objetos: uno de masa m y otro de masa 2m a una altura h. La energía potencial del cuerpo de masa 2m será respecto al cuerpo de masa m.

a. menor
b. mayor
c. igual
d. no se puede comparar
e. es independiente de la masa.

8. La energía potencial de un cuerpo se mide en:

a. vatios
b. julios
c. newton
d. dinas
e. m

Con la siguiente información contesta las preguntas 9, 10 y 11.

9. Un cuerpo de masa m posee una energía cinética E cuando su velocidad es v. Para cuadruplicar la energía cinética se debe:

a. duplicar la velocidad.
b. cuadruplicar la velocidad.
c. reducir a la mitad la velocidad.
d. reducir a la cuarta parte la velocidad.
e. mantener constante la velocidad.

10. Para duplicar la velocidad, el trabajo que se debe realizar sobre el cuerpo es:

a. E b. 2 E c. 3 E d. 4 E e. 16 E

11. Para detener el cuerpo, el trabajo realizado debe ser:

a. E b. – E c. 2 E d. – 2 E e. 4 E

El siguiente grupo de preguntas está formado por proposiciones que se dan en la columna de la izquierda y razones en la columna de la derecha. Selecciona:

A, si la proposición y la razón son verdaderas y la razón es la causa y la proposición el efecto.
B, si la proposición y la razón son verdaderas, pero la razón no es la causa del fenómeno descrito en la proposición.
C, si la proposición es verdadera y la razón es falsa.
D, si la proposición es falsa y la razón verdadera.
E, si las dos son falsas.

12. Cuando un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba su velocidad disminuye **porque** su energía potencial gravitacional aumenta.

13. El trabajo realizado para transportar horizontalmente un cuerpo por una superficie lisa con velocidad constante es nulo **porque** el ángulo formado entre la fuerza aplicada y el desplazamiento es de 90°.

14. Un cuerpo flota en el agua **porque** el empuje es mayor que el peso.

EVALUACION FINAL

15. La energía mecánica de un sistema masa tierra se conserva **porque** no existen fuerzas externas que actúen sobre el sistema.

16. En un sistema masa-resorte la velocidad es máxima en el punto de equilibrio **porque** la energía mecánica se conserva y en dicho punto la energía potencial relativa es nula.

17. Cuando dos cuerpos chocan, la cantidad de movimiento se conserva **porque** la tercera ley de Newton es válida en dicho sistema.

18. Al suministrar más calor a un líquido que ha llegado al punto de ebullición no se aumenta su temperatura **porque** el calor absorbido incrementa la energía cinética de las moléculas.

19. La temperatura de ebullición del agua en el sistema Fahrenheit es:

a. 100°F b. 212°F c. 180°F d. 32°F
e. 273°F

20. El área bajo la curva de un gráfico F contra X representa:

a. El trabajo realizado.
b. La energía interna del sistema.
c. La aceleración.
d. La potencia del cuerpo.
e. Ninguna de las anteriores.

21. La alta temperatura de los terrenos que están a baja altura respecto del nivel del mar, se debe:

a. A que los rayos solares penetran más.
b. A que la presión atmosférica es mayor.
c. El aire es menos denso.
d. A que está más lejos del sol.
e. Penetra menos el frío.

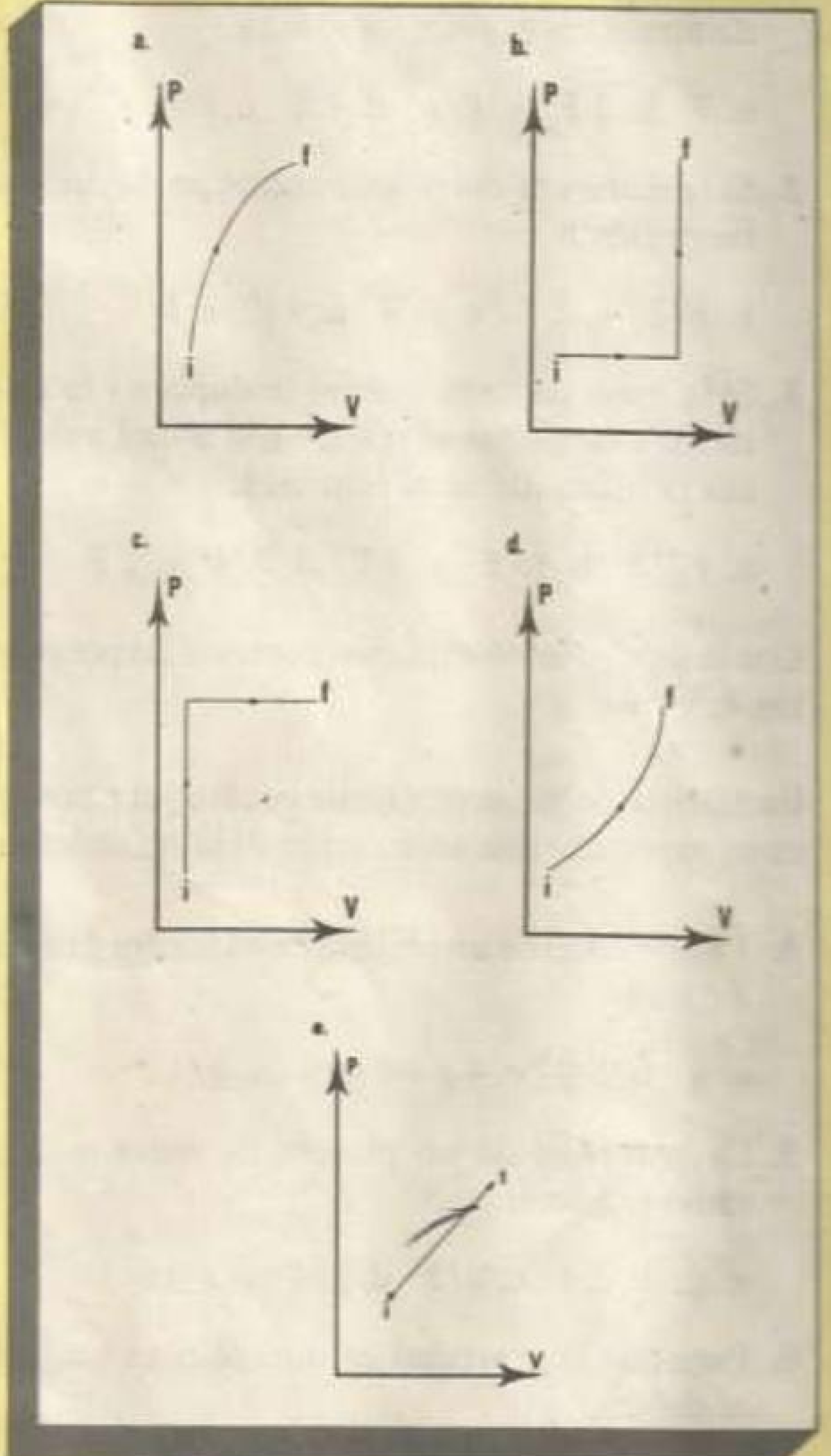
22. Si la interacción entre dos cuerpos es completamente elástica:

a. Se conserva únicamente la cantidad de movimiento.
b. Se conserva únicamente la energía cinética.
c. Se conserva tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética.
d. No conserva la cantidad de movimiento, ni la energía cinética.
e. Se conserva cualquiera de los dos.

23. Un proceso se llama adiabático cuando:

a. Se realiza a presión constante.
b. Se realiza a temperatura constante.
c. El volumen no varía.
d. No se intercambia calor en el ambiente.
e. Se realiza a condiciones normales.

24. Para llevar al sistema del estado i al estado f, el trabajo que se debe realizar es mínimo en:



25. La presión atmosférica se puede medir con el experimento de:

a. Arquímedes.
b. Carnot.
c. Torricelli.
d. Pascal.
e. Bernoulli.